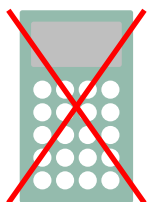


Table des matières

I	Calcul numérique et algébrique	6
1	Conversions d'unité	7
2	Écriture décimale, écriture fractionnaire, pourcentage	11
3	Ordre de grandeur	12
4	Calcul fractionnaire	13
5	Puissances	17
6	Comparaison	19
7	Réduire	22
8	Développer	23
9	Factoriser	25
10	Équations	26
11	Inéquations	28
12	Application numérique	29
13	Isoler une variable	30
14	Signe d'une expression	31
II	Proportions et pourcentages	32
15	Calcul de proportions	33
16	Calcul d'effectifs	34
III	Évolutions et variations	37
17	Évolutions et variations	38
18	Calcul de taux d'évolution	41
IV	Fonctions et représentations	44
19	Généralités sur les fonctions	45
20	Tableaux de variations	48

21 Tableaux de signes	49
22 Fonctions affines et droites du plan	50
23 (In)équations graphiques	53
V Statistiques	54
24 Indicateurs statistiques	55
25 Diagrammes	57
VI Probabilités	61
26 Généralités sur les probabilités	62
27 Équiprobabilité	64
Mindmap des automatismes	66

Consignes



Les exercices d'automatismes dans ce livret sont à faire sans calculatrice !



Il est conseillé de prendre un brouillon à côté pour poser les calculs.



Vous ferez des automatismes en classe, mais n'hésitez pas à en faire chez vous en autonomie et demander à votre professeur de vous corriger.

Partie I

Calcul numérique et algébrique

1 Conversions d'unité

1– Distance

Exemple

Convertir 34 m en mm.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
		3	4	0	0	0

$$34\text{m} = 34\,000\text{mm}$$

Exemple

Convertir 34 m en hm.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
	0	3	4			

$$34\text{m} = 0,34\text{hm}$$

Exercice 1.1

Effectuer les conversions demandées.

1► 3,5 km = ? m

5► 1,2 dam = ? dm

9► 2 km + 300 m = ? m

2► 1500 m = ? km

6► 50 mm = ? cm

10► 1 m – 45 cm = ? cm

3► 0,4 m = ? cm

7► 0,07 hm = ? m

4► 25 cm = ? m

8► 3200 cm = ? dam

2– Aire

Exemple

Convertir 1,234 m² en cm²

km ²	hm ²	dam ²	m ²	dm ²	cm ²	mm ²
			1	2	3	4

$$\longrightarrow 1,234\text{ m}^2 = 12\,340\text{ cm}^2$$

Exemple

Convertir 1,234 m² en dam².

km ²	hm ²	dam ²	m ²	dm ²	cm ²	mm ²
		0	0	1	2	3

$$\longrightarrow 1,234\text{ m}^2 = 0,01234\text{ dam}^2$$

Exercice 1.2

Effectuer les conversions demandées.

1► 1 m² = ? cm²

3► 5000 dm² = ? m²

5► 120 cm² = ? m²

2► 3 km² = ? m²

4► 0,04 m² = ? mm²

6► 2 hm² = ? km²

3– Volume et contenance

Exemple

Convertir $1,234 \text{ m}^3$ en cm^3 .

hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
								1	2	3	4	0	0	0			

$$\rightarrow 1,234 \text{ m}^3 = 1\,234\,000 \text{ cm}^3$$

Exemple

Convertir $1,234 \text{ m}^3$ en dam^3 .

hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
					0	0	0	1	2	3	4						

$$\rightarrow 1,234 \text{ m}^3 = 0,001234 \text{ dam}^3$$

Exercice 1.3

Effectuer les conversions demandées.

1► $4,5 \text{ m}^3 = ? \text{ dm}^3$

4► $150 \text{ cm}^3 = ? \text{ dm}^3$

7► $28 \text{ dm}^3 = ? \text{ m}^3$

2► $4,5 \text{ m}^3 = ? \text{ cm}^3$

5► $47\,500\,000 \text{ mm}^3 = ? \text{ cm}^3$

8► $28 \text{ dm}^3 = ? \text{ cm}^3$

3► $0,9 \text{ m}^3 = ? \text{ dm}^3$

6► $47\,500\,000 \text{ mm}^3 = ? \text{ dm}^3$

Exemple

Convertir $0,23 \text{ m}^3$ en L.

m^3		kL	hL	dm^3		L	dL	cm^3		mL
		0	2	3		0				

$$\rightarrow 0,23 \text{ m}^3 = 230 \text{ L}$$

Exemple

Convertir $0,23 \text{ m}^3$ en hL.

m^3		kL	hL	dm^3		L	dL	cm^3		mL
		0	2	3						

$$\rightarrow 0,23 \text{ m}^3 = 2,3 \text{ hL}$$

Exercice 1.4

Effectuer les conversions demandées.

1► $1 \text{ m}^3 = ? \text{ L}$

4► $0,75 \text{ L} = ? \text{ mL}$

7► $5000 \text{ L} = ? \text{ m}^3$

2► $5 \text{ L} = ? \text{ cm}^3$

5► $35 \text{ cm}^3 = ? \text{ L}$

8► $3 \text{ hL} = ? \text{ L}$

3► $250 \text{ mL} = ? \text{ cL}$

6► $1,2 \text{ m}^3 = ? \text{ dm}^3$

9► $0,02 \text{ dm}^3 = ? \text{ mL}$

4– Durée

Exemple

Convertir 4000 secondes en heures, minutes et secondes.

Il y a 3600 secondes dans une heure et 6 minutes dans $4000 - 3600 = 400$ secondes ($6 \times 60 = 360$). Il reste alors $400 - 360 = 40$ secondes.

Ainsi, $4000 \text{ s} = 1 \text{ h } 6 \text{ min } 40 \text{ s}$.

Exercice 1.5

Effectuer les conversions demandées.

1► $2,5 \text{ h} = ? \text{ h } ? \text{ min}$

5► $180 \text{ min} = ? \text{ h}$

9► $2 \text{ h } 10 \text{ min } 5 \text{ s} = ? \text{ s}$

2► $1 \text{ h } 15 \text{ min} = ? \text{ min}$

6► $1 \text{ jour} = ? \text{ s}$

10► $7200 \text{ s} = ? \text{ h}$

3► $90 \text{ s} = ? \text{ min}$

7► $1,2 \text{ min} = ? \text{ s}$

4► $0,25 \text{ h} = ? \text{ min}$

8► $45 \text{ min} = ? \text{ h}$

5– Masse

Exercice 1.6

Effectuer les conversions demandées.

1► $2,5 \text{ kg} = ? \text{ g}$

4► $150 \text{ mg} = ? \text{ g}$

7► $2 \text{ kg} + 500 \text{ g} = ? \text{ kg}$

2► $300 \text{ g} = ? \text{ kg}$

5► $0,04 \text{ kg} = ? \text{ g}$

8► $1 \text{ g} - 200 \text{ mg} = ? \text{ g}$

3► $0,5 \text{ t} = ? \text{ kg}$

6► $1,2 \text{ hg} = ? \text{ dag}$

6– Vitesse

Exemple

Convertir 108 km/h en m/s .

Pour commencer, $108 \text{ km} = 108\,000 \text{ m}$ donc $108 \text{ km/h} = 108\,000 \text{ m/h}$.

Par ailleurs, $\frac{108\,000}{3\,600} = \frac{1\,080}{36} = \frac{540}{18} = \frac{270}{9} = 30$ donc $108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$.

Exercice 1.7

Effectuer les conversions demandées.

1► $36 \text{ km/h} = ? \text{ m/s}$

5► $126 \text{ km/h} = ? \text{ m/s}$

9► $1 \text{ m/min} = ? \text{ m/s}$

2► $10 \text{ m/s} = ? \text{ km/h}$

6► $5 \text{ m/s} = ? \text{ km/h}$

10► $120 \text{ km/h} = ? \text{ km/min}$

3► $90 \text{ km/h} = ? \text{ m/s}$

7► $54 \text{ km/h} = ? \text{ m/s}$

4► $20 \text{ m/s} = ? \text{ km/h}$

8► $1 \text{ km/min} = ? \text{ km/h}$

7– Bilan

Exercice 1.8

Effectuer les conversions demandées.

1► $3 \text{ m}^2 - 2500 \text{ cm}^2 = ? \text{ m}^2$

2► $1 \text{ m}^3 + 100 \text{ L} = ? \text{ L}$

Exercice 1.9 (Bilan)

Effectuer les conversions demandées.

1► $24 \text{ m/s} = ? \text{ km/h}$

6► $72 \text{ km/h} = ? \text{ m/s}$

11► $3 \text{ dm}^3 = ? \text{ L}$

2► $0,045 \text{ t} = ? \text{ g}$

7► $1,5 \text{ t} = ? \text{ kg}$

12► $30 \text{ m/s} = ? \text{ km/h}$

3► $2,1 \text{ h} = ? \text{ h} ? \text{ min} ? \text{ s}$

8► $450 \text{ cm} = ? \text{ m}$

13► $0,02 \text{ t} = ? \text{ kg}$

4► $0,05 \text{ m}^3 = ? \text{ cL}$

9► $0,5 \text{ km}^2 = ? \text{ m}^2$

5► $3050 \text{ mm} = ? \text{ dam}$

10► $1,5 \text{ min} = ? \text{ s}$

2 Écriture décimale, écriture fractionnaire, pourcentage

Exercice 2.1

Déterminer l'écriture fractionnaire irréductible des nombres suivants.

- | | | |
|---------|----------|-----------|
| 1► 0,5 | 5► 0,125 | 9► 0,8 |
| 2► 0,75 | 6► 0,6 | 10► 0,375 |
| 3► 0,2 | 7► 0,05 | 11► 1,6 |
| 4► 1,5 | 8► 2,25 | |

Exercice 2.2

Déterminer l'écriture décimale des nombres suivants.

- | | | |
|------------------|-------------------|---------------------|
| 1► $\frac{1}{2}$ | 5► $\frac{3}{8}$ | 9► $\frac{5}{4}$ |
| 2► $\frac{1}{4}$ | 6► $\frac{1}{10}$ | 10► $\frac{3}{20}$ |
| 3► $\frac{2}{5}$ | 7► $\frac{4}{5}$ | 11► $\frac{7}{100}$ |
| 4► $\frac{7}{2}$ | 8► $\frac{1}{50}$ | |

$$1\% = 0,01 = \frac{1}{100}$$

Exercice 2.3

Convertir les pourcentages suivants en fraction irréductible, puis en donner l'écriture décimale.

- | | | |
|---------|---------|----------|
| 1► 50% | 5► 8% | 9► 15% |
| 2► 25% | 6► 40% | 10► 200% |
| 3► 75% | 7► 2% | 11► 0,5% |
| 4► 120% | 8► 175% | |

Exercice 2.4 (Bilan)

Complétez le tableau.

Forme décimale	Forme fractionnaire	Pourcentage
0,4		
	$\frac{3}{4}$	
		10%
1,25		
	$\frac{1}{8}$	
		250%
0,05		
	$\frac{3}{2}$	
		60%
2,6		
	$\frac{3}{20}$	
		5%

3 Ordre de grandeur

Travailler l'estimation et l'ordre de grandeur est une compétence essentielle, notamment pour vérifier rapidement la plausibilité d'un résultat.

L'objectif n'est pas de trouver la valeur exacte, mais une valeur approchée de manière rapide.

Il va falloir arrondir les nombres pour les rendre plus simples à manipuler mentalement.

Exemple

Donner un ordre de grandeur de $23 \times 6\,587$.

On arrondit 23 avec son chiffre le plus à gauche : $23 \approx 20$.

On arrondit 6 587 avec son chiffre le plus à gauche : $6\,587 \approx 7\,000$.

On calcule alors : $23 \times 6\,587 \approx 20 \times 7\,000 = 140\,000$

Exercice 3.1

Estimer le plus rapidement possible un ordre de grandeur pour les calculs suivants.

1► $489 + 211$

3► $1013 - 492$

5► $1995 + 508$

2► $97 + 54$

4► $43,5 - 19,9$

Exercice 3.2

Estimer le plus rapidement possible un ordre de grandeur pour les calculs suivants.

1► 48×21

3► $6,8 \times 39$

5► $18 \times 4,9$

2► 297×12

4► 999×51

Exercice 3.3

Estimer le plus rapidement possible un ordre de grandeur pour les calculs suivants.

1► 19% de 80

3► 24% de 201

5► 9% de 305

2► 51% de 498

4► $\frac{1}{3}$ de 59

Exercice 3.4 (Bilan)

Estimer le plus rapidement possible un ordre de grandeur pour les calculs suivants.

1► $305 + 597$

6► 31×19

11► 49% de 202

2► $148 + 351$

7► 402×24

12► 11% de 895

3► $2004 - 898$

8► $9,9 \times 52$

13► 26% de 40

4► $98,7 - 41,3$

9► 18×103

14► $\frac{1}{5}$ de 99

5► $99 + 199 + 299$

10► 59×201

15► 74% de 20

4 Calcul fractionnaire

1– Fraction irréductible

On peut utiliser les critères de divisibilité pour simplifier une fraction. On peut aussi utiliser les décompositions en facteurs premiers. Une fraction où le numérateur et le dénominateur n'admettent pas de diviseur commun positif autre que 1 est dite **irréductible**. Parmi toutes les écritures fractionnaires d'un même nombre, on privilégie en général l'écriture irréductible.

Exemple

Rendre irréductible la fraction $\frac{42}{70}$.

- D'une part, $42 = 2 \times 21 = 2 \times 3 \times 7$;
- d'autre part, $70 = 7 \times 10 = 2 \times 5 \times 7$

$$\text{Ainsi, } \frac{42}{70} = \frac{2 \times 3 \times \cancel{7}}{2 \times 5 \times \cancel{7}} = \frac{3}{5}$$

Exercice 4.1

Rendre les fractions suivantes irréductibles.

- | | | |
|--------------------|----------------------|----------------------|
| 1► $\frac{12}{18}$ | 4► $\frac{-88}{121}$ | 7► $\frac{144}{240}$ |
| 2► $\frac{45}{60}$ | 5► $\frac{75}{100}$ | 8► $\frac{315}{420}$ |
| 3► $\frac{28}{35}$ | 6► $\frac{120}{150}$ | |

2– Somme et différence

Ne pas oublier que pour sommer ou soustraire des fractions il faut au préalable s'assurer qu'elles sont au même dénominateur. Si cela n'est pas le cas, c'est à vous de les mettre au même dénominateur en amont.

Exemple

$$\text{Calculer } A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}.$$

$$A = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} + \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

Exercice 4.2

Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

- | | | |
|---------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| 1► $\frac{4}{7} + \frac{2}{7}$ | 5► $\frac{1}{12} + \frac{7}{12}$ | 9► $\frac{-2}{3} + \frac{-5}{3}$ |
| 2► $\frac{9}{5} - \frac{3}{5}$ | 6► $\frac{21}{20} - \frac{4}{20}$ | 10► $\frac{-1}{8} - \frac{5}{8}$ |
| 3► $\frac{5}{9} + \frac{2}{9}$ | 7► $\frac{-4}{11} + \frac{9}{11}$ | |
| 4► $\frac{10}{7} - \frac{3}{7}$ | 8► $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}$ | |

Exercice 4.3

Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

- | | |
|--|---|
| 1► $\frac{7}{10} + \frac{1}{10} + \frac{5}{10}$ | 3► $\frac{3}{4} + \frac{5}{4} - \frac{1}{4}$ |
| 2► $\frac{19}{15} - \frac{4}{15} - \frac{2}{15}$ | 4► $\frac{-5}{6} - \frac{7}{6} + \frac{1}{6}$ |

Exercice 4.4

Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$\begin{array}{lll} 1 \blacktriangleright \frac{3}{4} - \frac{2}{5} & 4 \blacktriangleright \frac{2}{3} + \frac{3}{4} & 7 \blacktriangleright \frac{-2}{5} + \frac{1}{3} \\ 2 \blacktriangleright \frac{2}{7} - \frac{5}{4} & 5 \blacktriangleright \frac{4}{7} - \frac{2}{5} & 8 \blacktriangleright \frac{3}{4} - \frac{5}{3} \\ 3 \blacktriangleright \frac{3}{5} - \frac{1}{2} & 6 \blacktriangleright \frac{3}{10} - \frac{4}{9} & 9 \blacktriangleright \frac{-1}{2} - \frac{-1}{5} \end{array}$$

Exercice 4.5

Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$\begin{array}{lll} 1 \blacktriangleright \frac{5}{12} - \frac{3}{8} & 5 \blacktriangleright \frac{3}{4} + \frac{1}{8} & 9 \blacktriangleright \frac{5}{6} + \frac{3}{4} \\ 2 \blacktriangleright \frac{7}{15} + \frac{2}{3} & 6 \blacktriangleright \frac{2}{3} - \frac{5}{6} & 10 \blacktriangleright \frac{7}{10} - \frac{4}{15} \\ 3 \blacktriangleright \frac{1}{4} - \frac{5}{12} & 7 \blacktriangleright \frac{4}{5} + \frac{3}{10} & \\ 4 \blacktriangleright \frac{-5}{6} + \frac{3}{4} & 8 \blacktriangleright \frac{-1}{6} + \frac{5}{18} & \end{array}$$

Exercice 4.6

Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$\begin{array}{lll} 1 \blacktriangleright 3 + \frac{5}{6} & 4 \blacktriangleright \frac{5}{8} + 2 & 7 \blacktriangleright \frac{7}{12} - 1 \\ 2 \blacktriangleright 2 - \frac{7}{5} & 5 \blacktriangleright -3 + \frac{4}{7} & \\ 3 \blacktriangleright -1 - \frac{2}{9} & 6 \blacktriangleright 5 - \frac{1}{2} & \end{array}$$

Exercice 4.7

Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$\begin{array}{ll} 1 \blacktriangleright \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} & 4 \blacktriangleright \frac{-3}{4} + 1 - \frac{5}{8} \\ 2 \blacktriangleright 2 - \frac{1}{5} - \frac{3}{10} & 5 \blacktriangleright \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \\ 3 \blacktriangleright \frac{5}{6} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} & 6 \blacktriangleright 1 - \frac{2}{3} - \frac{1}{7} \end{array}$$

Exercice 4.8 (Bilan)

Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$\begin{array}{lll} 1 \blacktriangleright \frac{3}{8} + \frac{5}{12} & 5 \blacktriangleright \frac{5}{12} + \frac{1}{12} & 9 \blacktriangleright \frac{-3}{4} + \frac{1}{8} \\ 2 \blacktriangleright \frac{-7}{9} - \frac{1}{6} & 6 \blacktriangleright \frac{2}{3} - \frac{1}{2} & 10 \blacktriangleright \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{5}{6} \\ 3 \blacktriangleright \frac{11}{20} + \frac{8}{25} & 7 \blacktriangleright 4 - \frac{3}{7} & 11 \blacktriangleright \frac{7}{10} - \frac{4}{5} \\ 4 \blacktriangleright \frac{13}{18} - \frac{7}{12} & 8 \blacktriangleright \frac{5}{6} + \frac{7}{9} & 12 \blacktriangleright \frac{-2}{5} - \frac{3}{4} \end{array}$$

3– Produit et quotient**A– Produit**

Pour effectuer un produit de fractions et donner le résultat sous forme irréductible, il n'y a pas besoin que les fractions aient le même dénominateur. En revanche, il est souvent plus pratique d'effectuer toutes les simplifications possibles avant d'effectuer les produits en haut et en bas.

Exemple

Calculer $\frac{15}{8} \times \frac{4}{5}$

$$\frac{15}{8} \times \frac{4}{5} = \frac{15 \times 4}{8 \times 5} = \frac{3 \times \cancel{5} \times \cancel{4}}{2 \times \cancel{4} \times \cancel{5}} = \frac{3}{2}$$

Exercice 4.9

Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$\begin{array}{lll} 1 \blacktriangleright \frac{4}{5} \times \frac{3}{7} & 4 \blacktriangleright \frac{1}{8} \times \frac{3}{5} & 7 \blacktriangleright \frac{10}{3} \times \frac{7}{9} \\ 2 \blacktriangleright \frac{2}{3} \times \frac{5}{7} & 5 \blacktriangleright \frac{7}{2} \times \frac{9}{5} & 8 \blacktriangleright \frac{-6}{7} \times \frac{-5}{11} \\ 3 \blacktriangleright \frac{4}{5} \times \frac{3}{11} & 6 \blacktriangleright \frac{-2}{9} \times \frac{4}{3} & \end{array}$$

Exercice 4.10

Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$\begin{array}{lll} 1 \blacktriangleright \frac{-3}{10} \times \frac{20}{9} & 3 \blacktriangleright \frac{-2}{3} \times \frac{21}{11} & 5 \blacktriangleright \frac{44}{49} \times \frac{28}{33} \\ 2 \blacktriangleright \frac{8}{9} \times \frac{27}{16} & 4 \blacktriangleright \frac{14}{25} \times \frac{35}{-21} & \end{array}$$

Exercice 4.11

Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$\begin{array}{ll} 1 \blacktriangleright 7 \times \frac{5}{21} & 3 \blacktriangleright (-8) \times \frac{3}{-24} \\ 2 \blacktriangleright 5 \times \frac{7}{15} & 4 \blacktriangleright 4 \times \frac{2}{13} \end{array}$$

Exercice 4.12

Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$1 \blacktriangleright \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \quad 2 \blacktriangleright \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \dots \times \frac{99}{100}$$

B– Quotient

Diviser par une fraction revient à multiplier par son inverse. De plus, comme pour la multiplication, il n'est pas nécessaire que les fractions aient le même dénominateur et on a souvent intérêt à simplifier avant de faire les multiplications.

Exemple

Calculer $\frac{2}{3} \div \frac{5}{7}$.

$$\frac{2}{3} \div \frac{5}{7} = \frac{2}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{2 \times 7}{3 \times 5} = \frac{14}{15}$$

Exercice 4.13

Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$\begin{array}{lll} 1 \blacktriangleright \frac{8}{9} \div \frac{16}{27} & 3 \blacktriangleright \frac{7}{4} \div \frac{21}{8} & 5 \blacktriangleright \frac{-5}{6} \div \frac{25}{-12} \\ 2 \blacktriangleright 6 \div \frac{3}{4} & 4 \blacktriangleright 8 \div \frac{4}{3} & 6 \blacktriangleright \frac{30}{49} \div \frac{40}{21} \end{array}$$

Exercice 4.14

Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$\begin{array}{lll} 1 \blacktriangleright \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{5}} & 2 \blacktriangleright \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}} & 3 \blacktriangleright \frac{\frac{12}{5}}{\frac{18}{25}} \\ 4 \blacktriangleright \frac{\frac{6}{3}}{\frac{2}{2}} & 5 \blacktriangleright \frac{\frac{5}{10}}{\frac{7}{7}} & \end{array}$$

Exercice 4.15

Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$1 \blacktriangleright \frac{15}{4} \div 5 \quad 2 \blacktriangleright \frac{8}{9} \div 5 \quad 3 \blacktriangleright \frac{\frac{8}{9}}{4}$$

C– Bilan**Exercice 4.16 (Bilan)**

Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$\begin{array}{lll} 1 \blacktriangleright \frac{7}{8} \times \frac{3}{5} & 4 \blacktriangleright \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} & 7 \blacktriangleright \frac{50}{21} \times \frac{49}{20} \\ 2 \blacktriangleright \frac{18}{25} \div \frac{27}{10} & 5 \blacktriangleright \frac{-4}{7} \times \frac{21}{-16} & 8 \blacktriangleright \frac{3}{2} \div 6 \\ 3 \blacktriangleright 9 \times \frac{2}{27} & 6 \blacktriangleright \frac{\frac{12}{4}}{\frac{3}{3}} & 9 \blacktriangleright \frac{2 - \frac{1}{3}}{5} \\ 10 \blacktriangleright (-5) \times \frac{-3}{10} \times \frac{4}{9} & & \end{array}$$

4– Méli-mélo : les priorités opératoires avant tout !

Les calculs entre parenthèses sont prioritaires sur les calculs situés en dehors. La barre horizontale de fraction joue le rôle d'une parenthèse.

La multiplication et la division sont prioritaires sur l'addition et la soustraction.

Exercice 4.17

Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$1 \blacktriangleright \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \times \frac{4}{3}$$

$$2 \blacktriangleright \frac{5}{3} - \frac{2}{3} \div \frac{4}{5}$$

Exercice 4.18

Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$1 \blacktriangleright \left(2 - \frac{1}{4}\right) \times \frac{8}{7}$$

$$4 \blacktriangleright \frac{5}{2} - \left(\frac{7}{4} - \frac{9}{8}\right)$$

$$7 \blacktriangleright \frac{4}{2 - \frac{1}{2}}$$

$$10 \blacktriangleright \left(3 + \frac{2}{5}\right) - \left(3 - \frac{2}{5}\right)$$

$$2 \blacktriangleright \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{4}}$$

$$5 \blacktriangleright \frac{\frac{2}{3} + 1}{\frac{2}{3} - 1}$$

$$8 \blacktriangleright \frac{2}{3} + \left(\frac{1}{6} - 2\right)$$

$$3 \blacktriangleright 1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right)$$

$$6 \blacktriangleright 1 - \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{4}\right)$$

$$9 \blacktriangleright \frac{1 + \frac{1}{3}}{2}$$

Exercice 4.19 (Bilan)

Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$1 \blacktriangleright \frac{\frac{1}{4} - \frac{3}{2}}{5 + \frac{1}{4}}$$

$$4 \blacktriangleright \frac{1}{5} + \frac{6}{5} \div \frac{3}{10}$$

$$7 \blacktriangleright 2 \times \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) - \frac{5}{6}$$

$$2 \blacktriangleright \frac{7}{4} - \frac{3}{4} \times \frac{2}{9}$$

$$5 \blacktriangleright \frac{3 + \frac{2}{5}}{1 - \frac{1}{10}}$$

$$8 \blacktriangleright \frac{\frac{4}{3} - 1}{2 \times \frac{5}{6}}$$

$$3 \blacktriangleright \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \div \frac{5}{6}$$

$$6 \blacktriangleright \frac{3}{2} - \left(\frac{-1}{4} \times 2 + \frac{5}{8}\right)$$

$$9 \blacktriangleright \left(2 - \frac{7}{3}\right) \times \left(2 + \frac{7}{3}\right)$$

5 Puissances

1- Calculer avec des puissances

Pour tous réels a et b et tous entiers n et m :

$$\begin{aligned} \blacktriangleright a^n \times a^m &= a^{n+m} & \blacktriangleright \frac{a^n}{a^m} &= a^{n-m} \\ \blacktriangleright (a^n)^m &= a^{nm} & \blacktriangleright \left(\frac{a}{b}\right)^n &= \frac{a^n}{b^n} \\ \blacktriangleright (a \times b)^n &= a^n \times b^n \end{aligned}$$

Exemple

Écrire $5^3 \times 5^4$ sous la forme d'une seule puissance (a^n).

$$5^3 \times 5^4 = 5^{3+4} = 5^7$$

Exercice 5.1

Écrire chaque expression sous la forme d'une seule puissance (a^n).

$$\begin{aligned} 1 \blacktriangleright \frac{7^8}{7^5} & & 6 \blacktriangleright (10^{-2})^{-3} \\ 2 \blacktriangleright (3^4)^2 & & 7 \blacktriangleright \left(\frac{2}{3}\right)^4 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \\ 3 \blacktriangleright 2^5 \times 2^{-7} & & 8 \blacktriangleright 7^{-1} \times 7^{10} \times 7^{-3} \\ 4 \blacktriangleright \frac{10^{-3}}{10^2} & & 9 \blacktriangleright \frac{1}{3^5} \times 3^2 \\ 5 \blacktriangleright \frac{6^5}{6^{-2}} & & 10 \blacktriangleright (11^2)^0 \\ 11 \blacktriangleright \left(-\frac{1}{4}\right)^3 \times \left(-\frac{1}{4}\right)^{-5} \end{aligned}$$

Exercice 5.2

Écrire chaque expression sous la forme d'une seule puissance (a^n).

$$\begin{aligned} 1 \blacktriangleright ((-2)^3)^3 & & 3 \blacktriangleright \frac{(-5)^{-4}}{(-5)^{-6}} \\ 2 \blacktriangleright (-3)^7 \times (-3)^{-5} & & 4 \blacktriangleright ((-1)^5)^7 \end{aligned}$$

Exercice 5.3

Écrire chaque expression sous la forme d'une seule puissance (a^n).

$$\begin{aligned} 1 \blacktriangleright 2^4 \times 5^4 & & 5 \blacktriangleright (10^3)^{-2} \times (10^{-1})^{-4} \\ 2 \blacktriangleright \frac{3^2 \times 3^7}{(3^4)^2} & & 6 \blacktriangleright \frac{6^5 \times 6^{-3}}{3^2 \times 2^2} \\ 3 \blacktriangleright \frac{5^{-2} \times 5^5}{5^3 \times 5^{-1}} & & 7 \blacktriangleright \frac{(-2)^3 \times (-2)^{-5}}{(-2)^2} \\ 4 \blacktriangleright (2^3 \times 7^2)^5 & & 8 \blacktriangleright \frac{2^9 \times 2^{-4}}{2^3} \end{aligned}$$

Exercice 5.4

Écrire chaque expression sous la forme d'une seule puissance (a^n).

$$\begin{aligned} 1 \blacktriangleright 4^3 \times 2^5 & & 5 \blacktriangleright 25^3 \times 5^{-7} & & 8 \blacktriangleright 125^{-2} \times 5^8 \\ 2 \blacktriangleright \frac{9^{-2}}{3^4} & & 6 \blacktriangleright \frac{100^2}{1000^{-3}} \times & & 9 \blacktriangleright \frac{49^3}{7^{-2} \times 7^5} \\ 3 \blacktriangleright 27^2 \times 3^{-4} & & 10 \blacktriangleright 6^3 \times 2^{-3} \\ 4 \blacktriangleright \frac{2^5 \times 8^{-1}}{16} & & 7 \blacktriangleright \frac{32 \times 2^{-3}}{4^2} \end{aligned}$$

Exercice 5.5 (Bilan)

Écrire chaque expression sous la forme d'une seule puissance (a^n).

$$\begin{aligned} 1 \blacktriangleright 7^5 \times 7^{-8} & & 8 \blacktriangleright \frac{7^{-3} \times (7^2)^{-4}}{7^{-10}} \\ 2 \blacktriangleright \frac{4^3 \times 2^6}{8^4} & & 9 \blacktriangleright \frac{2^7 \times 3^7}{6^5} \\ 3 \blacktriangleright (3^2 \times 5^4)^3 & & 10 \blacktriangleright \left(\frac{5^2}{5^3}\right)^{-2} \\ 4 \blacktriangleright \frac{(-5)^4}{(-5)^{-2}} & & 11 \blacktriangleright \frac{100^3}{1000^2} \\ 5 \blacktriangleright (9^2)^{-3} & & 12 \blacktriangleright ((-14)^3 \times 25^2)^0 \\ 6 \blacktriangleright 25^4 \times 5^{-6} & & \\ 7 \blacktriangleright \frac{10^4 \times 3^4}{15^2} & & \end{aligned}$$

2– Notation scientifique

La notation scientifique d'un nombre décimal est l'écriture $a \times 10^n$ avec a un réel tel que $1 \leq a < 10$ et n un entier.

Exemple

Déterminer l'écriture scientifique de $(4 \times 10^5) \times (2 \times 10^{-2})$.

$$(4 \times 10^5) \times (2 \times 10^{-2}) = (4 \times 2) \times (10^5 \times 10^{-2}) = 8 \times 10^{5-2} = 8 \times 10^3$$

Exercice 5.6

Déterminer l'écriture scientifique des nombres suivants.

1► $\frac{15 \times 10^6}{3 \times 10^2}$

3► $(5 \times 10^{-3})^2$

5► $\frac{(2 \times 10^3)^4}{8 \times 10^5}$

2► $\frac{3 \times 10^2 \times 5 \times 10^4}{2 \times 10^{-1}}$

4► $\frac{49 \times 10^{-3}}{7 \times 10^5}$

6► $\frac{3,6 \times 10^7}{0,9 \times 10^9}$

Exercice 5.7

Déterminer l'écriture scientifique des nombres suivants.

1► $3 \times 10^4 + 5,2 \times 10^4$

3► $5 \times 10^{-2} - 3,2 \times 10^{-3}$

2► $7,1 \times 10^5 - 2 \times 10^4$

4► $1 \times 10^{-4} + 1 \times 10^{-5}$

6 Comparaison

1- Comparer des fractions

Comparer deux nombres, c'est déterminer s'ils sont égaux ou pas et, s'ils ne le sont pas, déterminer lequel des deux est le plus grand.

Pour comparer deux fractions qui ont le même dénominateur, il suffit de comparer les numérateurs. Pour comparer deux fractions qui n'ont pas le même dénominateur, on peut les "mettre au même dénominateur" puis comparer les fractions trouvées.

Exemple

Comparer les nombres de chaque paire.

1► $\frac{5}{7}$ et $\frac{8}{7}$: « les deux fractions ont pour dénominateur 7, et $5 < 8$, donc $\frac{5}{7} < \frac{8}{7}$. »

2► $\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{4}$: « d'une part $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$, d'autre part $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$, et $\frac{8}{12} < \frac{9}{12}$. »

Exercice 6.1

Comparer les nombres de chaque paire.

- | | |
|---------------------------------------|---|
| 1► $\frac{7}{9}$ et $\frac{11}{9}$ | 6► $\frac{101}{50}$ et $\frac{99}{50}$ |
| 2► $\frac{13}{10}$ et $\frac{9}{10}$ | 7► $\frac{0}{12}$ et $\frac{-7}{12}$ |
| 3► $\frac{-2}{11}$ et $\frac{3}{11}$ | 8► $\frac{-15}{4}$ et $\frac{-17}{4}$ |
| 4► $\frac{-4}{5}$ et $\frac{-1}{5}$ | 9► $\frac{2025}{100}$ et $\frac{2052}{100}$ |
| 5► $\frac{21}{19}$ et $\frac{19}{19}$ | 10► $\frac{4}{3}$ et $\frac{\pi}{3}$ |

Exercice 6.2

Comparer les nombres de chaque paire.

- | | |
|---------------------------------------|-------------------------------------|
| 1► $\frac{13}{8}$ et $\frac{13}{10}$ | 6► $\frac{4}{7}$ et $\frac{5}{9}$ |
| 2► $\frac{25}{24}$ et $\frac{24}{25}$ | 7► $\frac{-3}{4}$ et $\frac{-4}{5}$ |
| 3► $\frac{4}{5}$ et $\frac{5}{6}$ | 8► $\frac{7}{5}$ et $\frac{5}{4}$ |
| 4► $\frac{5}{6}$ et $\frac{7}{8}$ | 9► $\frac{10}{3}$ et $\frac{13}{4}$ |
| 5► $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{5}$ | 10► $\frac{-1}{2}$ et $\frac{1}{3}$ |

Exercice 6.3

Comparer les nombres de chaque paire en les écrivant tous sous forme fractionnaire.

- | | |
|--------------------------|------------------------|
| 1► 7 et $\frac{64}{9}$ | 4► 5 et $\frac{24}{5}$ |
| 2► $\frac{1}{3}$ et 0,33 | 5► 2 et $\frac{3}{2}$ |
| 3► 3 et $\frac{10}{3}$ | |

Exercice 6.4 (Bilan)

Comparer :

- | | |
|---------------------------------------|-------------------------------------|
| 1► $\frac{13}{15}$ et $\frac{11}{15}$ | 4► $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{3}{4}$ |
| 2► 5 et $\frac{36}{7}$ | 5► $\frac{1}{3}$ et 0,333 |
| 3► $\frac{4}{3}$ et $\frac{5}{4}$ | |

2- Comparaison par différence

Pour comparer deux nombres, il est aussi possible d'étudier le signe de leur différence. Cela peut se révéler particulièrement utile quand nos nombres dépendent d'un certain paramètre. Il est alors possible que la comparaison dépende de la valeur donnée au paramètre.

Exemple

Soit x un nombre réel quelconque. Comparer les nombres $A = (x + 2)^2$ et $B = x^2 + 4x + 1$ en

étudiant le signe de leur différence.

À l'aide de l'identité remarquable $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ et des priorités opératoires,

$$\begin{aligned} A - B &= (x + 2)^2 - (x^2 + 4x + 1) \\ &= (x^2 + 2 \times x \times 2 + 2^2) - (x^2 + 4x + 1) \\ &= (x^2 + 4x + 4) - (x^2 + 4x + 1) \\ &= x^2 + 4x + 4 - x^2 - 4x - 1 \\ &= 3 \end{aligned}$$

Ainsi, quel que soit le réel x , $A - B > 0$.

On en conclut $A > B$, et ce, quelle que soit la valeur du réel x .

Exercice 6.5

Soit x un nombre réel quelconque. Comparer les nombres de chaque paire en étudiant le signe de leur différence.

- 1► $A = (x + 3)^2$ et $B = x^2 + 6x + 12$
- 2► $C = x^2 + 1$ et $D = 2x$
- 3► $E = x^2$ et $F = 2x - 1$
- 4► $G = (x - 5)(x + 5)$ et $H = x^2 + 1$
- 5► $I = -x^2 + 3$ et $J = -2x^2 + 3x$

Exemple

Soit x un nombre réel quelconque. Comparer les nombres $A = 5x - 3$ et $B = 2x + 6$ en étudiant le signe de leur différence.

$$\begin{aligned} A - B &= 5x - 3 - (2x + 6) \\ &= 5x - 3 - 2x - 6 \\ &= 3x - 9 \end{aligned}$$

Étudions le signe de l'expression (affine) $3x - 9$ selon la valeur de x :

- $3x - 9 > 0 \iff 3x > 9 \iff x > \frac{9}{3} \iff x > 3$
- de manière analogue, $3x - 9 < 0 \iff x < 3$
- et $3x - 9 = 0 \iff x = 3$

On en déduit que :

- si $x > 3$, $A - B > 0$, donc $A > B$;
- si $x < 3$, $A - B < 0$, donc $A < B$;
- et si $x = 3$, $A - B = 0$, donc $A = B$.

Exercice 6.6

Soit x un nombre réel quelconque. Selon la valeur de x , comparer les nombres de chaque paire en étudiant le signe de leur différence.

- 1► $A = -4x + 7$ et $B = -x + 1$
- 2► $C = x$ et $D = 3x - 8$
- 3► $E = x^2$ et $F = 9$
- 4► $G = (x + 1)^2$ et $H = 5x + 3$
- 5► $I = \frac{x}{x + 1}$ et $J = 1$
- 6► $K = \frac{4x + 1}{x - 2}$ et $L = 3$

Exercice 6.7 (Bilan)

Soient x un nombre réel quelconque et y un nombre réel strictement positif. Comparer

- 1► $A = (x - 2)^2$ et $B = x^2 - 4x + 5$
- 2► $C = 3x - 5$ et $D = x + 1$
- 3► $E = (x - 1)(x + 1)$ et $F = x^2$
- 4► $G = \frac{1}{y}$ et $H = \frac{1}{y + 1}$
- 5► $I = (2x + 1)^2$ et $J = 4x^2 + 2x + 1$

3– Comparaison par quotient

Pour comparer deux nombres réels a et b , **strictement positifs**, on peut calculer le quotient $\frac{a}{b}$ et on le compare à 1.

- Si $\frac{a}{b} > 1$, alors $a > b$.
- Si $\frac{a}{b} < 1$, alors $a < b$.
- Si $\frac{a}{b} = 1$, alors $a = b$.

Exemple

Comparer les nombres $A = 5\pi$ et $B = 15$ en étudiant le signe de leur quotient.

$$\frac{A}{B} = \frac{5\pi}{15} = \frac{5 \times \pi}{5 \times 3} = \frac{\pi}{3}$$

Or, $\pi > 3$, donc $\frac{\pi}{3} > 1$. On en déduit $A > B$.

Exercice 6.8

Comparer les nombres suivants en étudiant le signe de leur quotient.

1► $A = 2\sqrt{3}$ et $B = 3\sqrt{2}$

2► $C = 2^{10}$ et $D = 10^3$

3► $E = \frac{1}{2^4}$ et $F = \frac{1}{4^2}$

Exercice 6.9

Soit x un nombre réel strictement positif. Comparer les nombres suivants en étudiant le signe de leur quotient.

1► $A = 2x$ et $B = x$

2► $C = \frac{1}{\sqrt{x}}$ et $D = \frac{1}{x}$

3► $E = \frac{x+2}{x+1}$ et $F = \frac{x+1}{x}$

Exercice 6.10

Soit x un nombre réel strictement positif. Selon la valeur de x , comparer les nombres de chaque paire en étudiant le signe de leur différence.

1► $A = x$ et $B = x^2$

2► $C = x^3$ et $D = x^2$

3► $E = \sqrt{x}$ et $F = x$

Exercice 6.11 (Bilan)

Soit x un nombre strictement positif. Comparer :

1► $A = 2^{40}$ et $B = 4^{20}$

2► $C = \frac{1001}{1000}$ et $D = \frac{1000}{999}$

3► $E = \sqrt{3} + 1$ et $F = \frac{1}{\sqrt{3} - 1}$

4► $G = 3\sqrt{5}$ et $H = 2\sqrt{10}$

5► $I = 3x^2$ et $J = (2x)^2$

7 Réduire

Exemple

Réduire l'expression $(x - 3) - (-7x + 1)$

$$(x - 3) - (-7x + 1) = x - 3 - (-7x + 1) = x - 3 + 7x - 1 = 8x - 4$$

Exercice 7.1

Réduire les expressions suivantes.

1► $-(x + 7)$

5► $-(-5a + 2) + (3a - 4)$

9► $-(x + y) - (x - y)$

2► $-(3y - 4)$

6► $x - (4 - x + y)$

10► $-(10 - 3b) - (-b + 6)$

3► $12 - (a + 5)$

7► $-(a - (b + 3))$

4► $(2x + 1) - (x - 8)$

8► $7x - (2x - (5 - x))$

Exercice 7.2

Réduire les expressions suivantes.

1► $(-1) \times (4x - 1)$

3► $\frac{7x}{-1}$

5► $\frac{-a}{-1}$

7► $\frac{1}{a} \times (3a)$

2► $\frac{-b}{1}$

4► $\frac{3(a + b)}{3}$

6► $\frac{4(x - 1)}{2}$

8► $\frac{1}{\frac{a}{b}} \times \frac{a}{b}$

Exercice 7.3

Compléter.

1► $\frac{5a}{3} = \dots \times a$

3► $\frac{7b}{2} = \dots \times b$

2► $8 \times \frac{3y}{4} = \dots \times y$

4► $12 \times \frac{5a}{6} = \dots \times a$

Exercice 7.4 (Bilan)

Réduire les expressions suivantes.

1► $-(4x - 2) + (3 - 5x)$

5► $a - (3 + a)$

8► $6 \times \frac{5y}{3}$

2► $15 - (-(2a + 3) + (7 - b))$

6► $-(x - 5) + \frac{2x - 4}{2}$

9► $\frac{x}{y} \times y \times z$

3► $(-1) \times (x - y) - (y - x)$

7► $\frac{x - 3y}{-1}$

4► $-(4 - 2x)$

8 Développer

1– Simple distributivité

Exemple

Développer et réduire $6(2x + 3)$.

$$6(2x + 3) = 6 \times 2x + 6 \times 3 = 12x + 18$$

Exercice 8.1

Développer et réduire les expressions suivantes.

1► $3(x + 4)$

4► $5(x + 6)$

7► $-4(b - 3)$

10► $(a + b)c$

2► $x(5 - y)$

5► $3(2a - 4)$

8► $-y(2y + 1)$

3► $-2(a - 6)$

6► $x(y + 2)$

9► $3x(x^2 - 2x + 5)$

2– Double distributivité

Exemple

Développer et réduire $(3x - 2)(x + 5)$.

$$(3x - 2)(x + 5) = 3x \times x + 3x \times 5 - 2 \times x - 2 \times 5 = 3x^2 + 15x - 2x - 10 = 3x^2 + 13x - 10$$

Exercice 8.2

Développer et réduire les expressions suivantes.

1► $(x + 3)(x + 2)$

4► $(3x - 4)(2x - 1)$

7► $(y - 2)(y + 7)$

10► $(4b + 1)(2b - 3)$

2► $(2y - 1)(y + 4)$

5► $(-x + 2)(3x - 5)$

8► $(2a - 4)(a + 1)$

3► $(5 - a)(a + 7)$

6► $(x + 5)(x + 3)$

9► $(3 - x)(6 - y)$

3– Identités remarquables

Exemple

Développer et réduire $(4x - 3)^2$.

$$(4x - 3)^2 = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 3 + 3^2 = 16x^2 - 8x + 9$$

Exercice 8.3

Développer et réduire les expressions suivantes.

1► $(x + 5)^2$

3► $(2a + 3)^2$

5► $(x + 7)(x - 7)$

7► $(-x + 6)^2$

2► $(y - 4)^2$

4► $(3b - 1)^2$

6► $(4y - 5)(4y + 5)$

8► $(-2a - 3)^2$

4– Bilan

Exercice 8.4

Développer et réduire les expressions suivantes.

1► $(x + 4)^2 - 16$

3► $3x(x - 5) - (x - 1)^2$

5► $(2y + 1)^2 + (y - 3)(2y + 1)$

2► $(2a - 3)(2a + 3) + 9$

4► $(x + 2)(x - 1) - (x - 3)(x + 3)$

Exercice 8.5 (Bilan)

Développer et réduire les expressions suivantes.

1► $2a(a - 3b)$

6► $(2a - 1)(a - 6)$

11► $(3x + 1)^2$

16► $x^2 - (x - 4)(x + 4)$

2► $7(x + y - 2)$

7► $(4 - x)(x + 3)$

12► $(2b - 5)^2$

17► $(y + 1)(y - 2) + 3y$

3► $-1(5 - z)$

8► $(x + 2)^2$

13► $(4 + y)^2$

4► $(x + 1)(x + 4)$

9► $(y - 3)^2$

14► $(6x - 7)(6x + 7)$

5► $(y - 5)(y + 3)$

10► $(a - 1)(a + 1)$

15► $5(x - 2) + (x + 3)^2$

9 Factoriser

1– Facteur commun

Exemple

Factoriser $7x^2 + 3x$.

$$7x^2 + 3x = x \times 7x + x \times 3 = x(7x + 3)$$

Exercice 9.1

Factoriser les expressions suivantes.

- | | |
|-----------------|-----------------|
| 1▶ $x^2 + 3x$ | 4▶ $6b^2 - 18b$ |
| 2▶ $4y - 12y^2$ | 5▶ $-3x^2 - 9x$ |
| 3▶ $7a^2 + a$ | 6▶ $8a^2 - 4a$ |

Exercice 9.2

Factoriser les expressions suivantes.

- | | |
|------------------------------------|---------------------|
| 1▶ $3x + 15$ | 6▶ $5x + 10$ |
| 2▶ $4a - 8$ | 7▶ $10x^3 + 5x^2$ |
| 3▶ $x^2 + 7x$ | 8▶ $ab + bc$ |
| 4▶ $6y^2 - 2y$ | 9▶ $2xy - 4x$ |
| 5▶ $5ab + 10a$ | 10▶ $x^3 + x^2 - x$ |
| 11▶ $15x^2y + 5xy^2$ | |
| 12▶ $(x + 1)(x + 2) + 3(x + 1)$ | |
| 13▶ $(2y - 3)^2 - (2y - 3)(y + 1)$ | |

2– Identités remarquables

Exemple

Factoriser $9x^2 - 49$.

$$9x^2 - 49 = (3x)^2 - 7^2 = (3x - 7)(3x + 7)$$

Exercice 9.3

Factoriser les expressions suivantes.

- | | |
|---------------------|---------------------|
| 1▶ $x^2 + 6x + 9$ | 5▶ $16b^2 - 81$ |
| 2▶ $y^2 - 10y + 25$ | 6▶ $25 + 10x + x^2$ |
| 3▶ $a^2 - 49$ | 7▶ $(x + 2)^2 - 9$ |
| 4▶ $4x^2 - 12x + 9$ | |

3– Bilan

Exercice 9.4 (Bilan)

Factoriser les expressions suivantes.

- | | |
|--|-----------------------|
| 1▶ $36x^2 - 1$ | 7▶ $x^2 - 100$ |
| 2▶ $7x - 14x^2$ | 8▶ $9y^2 - 6y + 1$ |
| 3▶ $x^2 - 2x + 1$ | 9▶ $4a^2 + 20a + 25$ |
| 4▶ $4a^2 + 20a + 25$ | 10▶ $12ab - 18b^2$ |
| 5▶ $9 - (x + 1)^2$ | 11▶ $(2x + 1)^2 - 16$ |
| 6▶ $7x^2 - 21x$ | 12▶ $x^2 + 8x + 16$ |
| 13▶ $(x - 4)(2x + 1) + (x - 4)(x - 5)$ | |
| 14▶ $(x + 5)(2x - 1) - (x + 5)(x + 3)$ | |
| 15▶ $(3y - 1)^2 + (3y - 1)$ | |

10 Équations

1– Équation type $ax + b = cx + d$

Exemple

Résoudre l'équation $4x - 5 = 2x + 3$.

$$\begin{aligned}4x - 5 = 2x + 3 &\iff 2x - 5 = 3 \\ &\iff 2x = 8 \\ &\iff x = 4\end{aligned}$$

Exercice 10.1

Résoudre les équations suivantes.

$$\begin{array}{lll}1\blacktriangleright x + 5 = 12 & 3\blacktriangleright x - 4 = 10 & 5\blacktriangleright 8 + x = 5 \\ 2\blacktriangleright x + 7 = 3 & 4\blacktriangleright x - 9 = -2 & \end{array}$$

Exercice 10.2

Résoudre les équations suivantes.

$$\begin{array}{lll}1\blacktriangleright 3x = 18 & 3\blacktriangleright 2x = 9 & 5\blacktriangleright -4x = 20 \\ 2\blacktriangleright 5x = 30 & 4\blacktriangleright 7x = -21 & \end{array}$$

Exercice 10.3

Résoudre les équations suivantes.

$$\begin{array}{ll}1\blacktriangleright 2x + 1 = 11 & 4\blacktriangleright 3x + 10 = 1 \\ 2\blacktriangleright 4x + 7 = 27 & 5\blacktriangleright -2x + 5 = 15 \\ 3\blacktriangleright 5x - 3 = 12 & \end{array}$$

Exercice 10.4

Résoudre les équations suivantes.

$$\begin{array}{ll}1\blacktriangleright 5x + 3 = 2x + 9 & 4\blacktriangleright 4x + 1 = 9x - 14 \\ 2\blacktriangleright 7x + 2 = 4x + 11 & 5\blacktriangleright 2x - 7 = 5x + 8 \\ 3\blacktriangleright 8x - 5 = 3x + 10 & \end{array}$$

2– Équation type $a/x = b$

Exemple

Résoudre l'équation $\frac{10}{x} = 5$.

$$\begin{aligned}\frac{10}{x} = 5 &\iff 10 = 5x \\ &\iff x = 2\end{aligned}$$

Exercice 10.5

Résoudre les équations suivantes.

$$\begin{array}{lll}1\blacktriangleright \frac{10}{x} = 2 & 4\blacktriangleright \frac{-14}{x} = 2 & 7\blacktriangleright \frac{12}{x} = 0 \\ 2\blacktriangleright \frac{24}{x} = 8 & 5\blacktriangleright \frac{5}{x} = 2 & 8\blacktriangleright \frac{6}{x} + 2 = 5 \\ 3\blacktriangleright \frac{15}{x} = -3 & 6\blacktriangleright \frac{1}{x} = 4 & 9\blacktriangleright \frac{2}{x} = \frac{1}{3} \\ 10\blacktriangleright \frac{-20}{x} = -5 & & \end{array}$$

3– Équation produit nul

Exemple

Résoudre $(x - 1)(x - 2) = 0$.

$$\begin{aligned}(x - 1)(x - 2) &= 0 \\ \iff x - 1 = 0 &\text{ ou } x - 2 = 0 \\ \iff x = 1 &\text{ ou } x = 2\end{aligned}$$

Exercice 10.6

Résoudre les équations suivantes.

$$\begin{array}{ll}1\blacktriangleright (x - 3)(x + 5) = 0 & 4\blacktriangleright (x + 8)(x - 1) = 0 \\ 2\blacktriangleright (x + 1)(x - 10) = 0 & 5\blacktriangleright (x - 6)(x - 2) = 0 \\ 3\blacktriangleright x(x - 7) = 0 & 6\blacktriangleright (15 - x)x = 0\end{array}$$

Exercice 10.7

Résoudre les équations suivantes.

1► $(2x - 6)(3x + 9)$ 2► $(5x + 1)(4 - x) = 0$

3► $(-3x + 12)(2x + 5) = 0$

4► $(4x - 20)(2x + 1) = 0$

5► $(-x - 3)(5x + 5) = 0$

6► $(6x + 3)(7x - 2) = 0$

4– Équation type $x^2 = a$ **Exemple**Résoudre $x^2 = 2$.

$$\begin{aligned}
 x^2 = 2 &\iff x^2 - 2 = 0 \\
 &\iff x^2 - (\sqrt{2})^2 = 0 \\
 &\iff (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0 \\
 &\iff x - \sqrt{2} = 0 \quad \text{ou} \quad x + \sqrt{2} = 0 \\
 &\iff x = \sqrt{2} \quad \text{ou} \quad x = -\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

Exercice 10.8

Résoudre les équations suivantes.

1► $x^2 - 36 = 0$ 7► $2x^2 = 50$

2► $x^2 = 25$ 8► $x^2 + 4 = 0$

3► $x^2 = 81$ 9► $3x^2 = 75$

4► $x^2 = 7$ 10► $x^2 = 12$

5► $x^2 = -9$ 11► $5x^2 - 20 = 0$

6► $x^2 = 0$ 12► $-x^2 = -49$

5– Bilan**Exercice 10.9 (Bilan)**

Résoudre les équations suivantes.

1► $3x + 7 = 28$ 9► $7x = 2x + 25$

2► $x^2 = 144$ 10► $x^2 = -16$

3► $\frac{30}{x} = 5$ 11► $(x - 1)(x - 1) = 0$

4► $(x + 2)(x - 9) = 0$ 12► $\frac{100}{x} - 5 = 15$

5► $8x + 2 = 5x - 10$ 13► $\frac{x}{5} = 10$

6► $x - 12 = -5$

7► $-4x = 24$ 14► $(x + 1)^2 = 9$

8► $2x^2 - 18 = 0$ 15► $(9 - 3x)(4x + 6) = 0$

16► $(10x + 20)(3x - 1) = 0$

11 Inéquations

Une inéquation du premier degré se manipule de la même manière que les équations vues au collège, à la seule exception que multiplier ou diviser par un nombre *négatif* reverse l'inégalité (un $<$ devient un $>$ et inversement, un $\leq$ devient un $\geq$ et inversement).

Exercice 11.1

Résoudre les inéquations suivantes.

1► $x - 7 > 3$ 2► $x + 11 \leq 5$ 3► $x + 4 \geq -9$ 4► $x + 1,5 > 4$ 5► $x - \frac{1}{3} \leq 2$

Exercice 11.2

Résoudre les inéquations suivantes.

1► $6x \leq 42$ 3► $5x \geq -30$ 5► $4x < 9$
2► $-4x < 24$ 4► $-\frac{1}{3}x > 2$ 6► $-5x \geq 8$

Exercice 11.3

Résoudre les inéquations suivantes.

1► $3x + 5 < 14$ 3► $4x + 9 > 1$ 5► $6x + 3 > 14$
2► $-7x - 2 \geq 19$ 4► $-2x + 6 \leq -4$ 6► $-3x - 5 \leq 1$

Exercice 11.4

Résoudre les inéquations suivantes.

1► $8x - 6 < 5x + 9$ 3► $-2x + 5 \leq x - 1$ 5► $7x - 4 < 2x + 5$
2► $3x + 12 \geq 7x - 4$ 4► $10x + 1 > 4x - 5$ 6► $5x + 8 \geq 8x - 3$

Exercice 11.5 (Bilan)

Résoudre les inéquations suivantes.

1► $5x - 9 < 11$ 5► $-5x + 3 \geq -12$ 8► $8 - 3x < x + 9$
2► $12 \geq 3x$ 6► $\frac{1}{2}x - 1 > 4$ 9► $2(x - 3) > 5x + 7$
3► $4 - x \leq 7$ 7► $6x + 5 \leq 10x - 3$ 10► $\frac{x}{3} + 4 \geq 2x - 1$
4► $7x + 10 < 4x - 2$

12 Application numérique

Exercice 12.1

On considère un dipôle électrique de tension aux bornes U et de résistance R . On note I l'intensité du courant qui circule à travers le dipôle. La loi d'Ohm assure $U = RI$.

Calculer la tension U pour une résistance $R = 150 \, \Omega$ parcourue par un courant d'intensité $I = 0,2 \, \text{A}$.

Exercice 12.2

La vitesse moyenne v d'un mobile en mouvement est donnée par la formule $v = \frac{d}{t}$, où d est la distance parcourue pendant la durée t .

Calculer la vitesse moyenne (en km/h) d'un objet qui parcourt une distance $d = 50 \, \text{km}$ en une durée $t = 2$ heures.

Exercice 12.3

L'aire $\mathcal{A}$ d'un triangle de hauteur h et de base associée b est donnée par la formule $\mathcal{A} = \frac{b \times h}{2}$.

Calculer l'aire d'un triangle de hauteur $h = 5 \, \text{cm}$ et de base associée $b = 12 \, \text{cm}$.

Exercice 12.4

La longueur P d'un cercle de rayon r est donnée par la formule $P = 2 \times \pi \times r$.

À l'aide de l'approximation $\pi \approx 3$, donner un ordre de grandeur de la longueur d'un cercle de rayon $r = 10 \, \text{cm}$.

Exercice 12.5

Le volume V d'une pyramide à base carrée de côté c et de hauteur h est donné par la formule $V = \frac{c^2 \times h}{3}$.

Calculer le volume d'une pyramide de hauteur $h = 10 \, \text{cm}$ dont la base est un carré de côté $c = 3 \, \text{cm}$.

Exercice 12.6

L'énergie cinétique E_c (J) d'un mobile de masse m (kg) et de vitesse v (m/s) est donnée par la formule $E_c = \frac{1}{2}mv^2$.

Calculer l'énergie cinétique d'une voiture de masse $m = 1200 \, \text{kg}$ roulant à une vitesse $v = 20 \, \text{m/s}$.

13 Isoler une variable

Exercice 13.1

On considère un dipôle électrique de tension aux bornes U et de résistance R . On note I l'intensité du courant qui circule à travers le dipôle. La loi d'Ohm assure $U = RI$.

- 1► Exprimer R en fonction de U et I .
- 2► Exprimer I en fonction de U et R .

Exercice 13.2

La masse volumique ρ d'un objet de masse m et de volume V est donnée par la formule $\rho = \frac{m}{V}$.

- 1► Exprimer m en fonction de ρ et V .
- 2► Exprimer V en fonction de ρ et m .

Exercice 13.3

Soient x et y deux nombres réels vérifiant la relation $3x + 5y = 11$.

- Exprimer y en fonction de x .
- Exprimer x en fonction de y .

Exercice 13.4

On considère l'équation de droite $y = mx + p$.

- 1► Exprimer x en fonction de y , m et p .
- 2► Exprimer m en fonction de x , y et p .
- 3► Exprimer p en fonction de x , y et m .

Exercice 13.5

On considère la formule donnant l'aire $\mathcal{A}$ d'un trapèze de bases B et b et de hauteur associée h :

$$\mathcal{A} = \frac{(B + b) \times h}{2}$$

- 1► Exprimer h en fonction de $\mathcal{A}$, B et b .
- 2► Exprimer B en fonction de $\mathcal{A}$, h et b .
- 3► Exprimer b en fonction de $\mathcal{A}$, B et h .

Exercice 13.6

L'énergie cinétique E_c d'un mobile de masse m et de vitesse v est donnée par la formule $E_c = \frac{1}{2}mv^2$.

- 1► Exprimer m en fonction de E_c et v .
- 2► Exprimer v en fonction de E_c et m .

Exercice 13.7

On considère un triangle rectangle de côtés de longueurs a , b et c , c étant le plus grand des trois nombres. Le théorème de Pythagore nous assure $a^2 + b^2 = c^2$.

- 1► Exprimer c en fonction de a et b .
- 2► Exprimer b en fonction de a et c .
- 3► Exprimer a en fonction de b et c .

14 Signe d'une expression

1– Premier degré

Exemple

Dresser le tableau de signes de $x - 6$ sur $\mathbb{R}$.

Remarquons que $x - 6 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 6$, donc :

x	$-\infty$		6		$+\infty$
Signe de $x - 6$		-	○	+	

Exercice 14.1

Dresser le tableau de signes des expressions suivantes sur $\mathbb{R}$.

- | | | |
|---------------|-----------------------|---------------|
| 1▶ $2x - 10$ | 5▶ $4 - 2x$ | 9▶ $-x + 7$ |
| 2▶ $-3x - 12$ | 6▶ $-6x + 30$ | 10▶ $10x + 4$ |
| 3▶ $5x + 4$ | 7▶ $4x + 1$ | 11▶ $5 - 10x$ |
| 4▶ $3x + 15$ | 8▶ $\frac{1}{2}x - 4$ | |

2– Second degré

Un tableau de signes permet de déterminer le signe d'une expression factorisée en étudiant isolément le signe de chacun de ses facteurs. Sur chaque ligne, on note les facteurs et leurs signes en fonction des valeurs croissantes de x . On marque aussi leurs points d'annulation. On applique la règle des signes pour déterminer le signe du produit dans chaque case de la dernière ligne, représentant le produit complet.

Exemple

Dresser le tableau de signes de $(x - 6)(2x - 3)$.

x	$-\infty$		1,5		6		$+\infty$
Signe de $x - 6$		-		-	○	+	
Signe de $2x - 3$		-	○	+		+	
Signe de $(x - 6)(2x - 3)$		+	○	-	○	+	

Exercice 14.2

Dresser le tableau de signes des expressions suivantes sur $\mathbb{R}$.

- | | |
|------------------------|-----------------------|
| 1▶ $(x - 6)(x + 2)$ | 6▶ $(x - 4)^2$ |
| 2▶ $(3x + 9)(1 - x)$ | 7▶ $(x + 10)(x - 10)$ |
| 3▶ $(x - 1)(x + 8)$ | 8▶ $(4 - 8x)(3x + 1)$ |
| 4▶ $(2x - 2)(5x + 20)$ | 9▶ $(3x + 1)^2$ |

Exercice 14.3

Dresser le tableau de signes des expressions suivantes sur $\mathbb{R}$.

- | | | |
|---------------|-----------------|----------------|
| 1▶ $x^2 - 81$ | 2▶ $5x^2 + 10x$ | 3▶ $100 - x^2$ |
|---------------|-----------------|----------------|

3– Quotients

La méthode pour les quotients est la même que la précédente, à l'exception que les valeurs qui annulent le dénominateur sont dites *interdites* (on ne divise pas par 0!), et sont matérialisées par une double barre dans le tableau de signes.

Exemple (Résolution d'inéquations quotients)

Dresser le tableau de signes de $\frac{2x - 4}{x - 1}$.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
Signe de $2x - 4$		-		-	○	+	
Signe de $x - 1$		-	○	+		+	
Signe de $\frac{2x-4}{x-1}$		+		-	○	+	

Partie II

Proportions et pourcentages

15 Calcul de proportions

Exemple

Dans une classe de 30 élèves, 18 sont des filles. Quelle est la proportion de filles dans la classe ? Donner le résultat sous forme fractionnaire irréductible.

La proportion de filles dans la classe est :

$$\frac{\text{nombre de filles dans la classe}}{\text{nombre d'élèves dans la classe}} = \frac{18}{30} = \frac{3 \times 6}{5 \times 6} = \frac{3}{5}$$

Exercice 15.1

Dans une classe de 32 élèves, 24 sont demi-pensionnaires. Quelle est la proportion d'élèves demi-pensionnaires ? Donner le résultat en pourcentage.

Exercice 15.2

Un gâteau de 400 g contient 120 g de sucre. Quelle est la proportion de sucre dans ce gâteau ? Donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

Exercice 15.3

Sur 500 personnes interrogées, 150 déclarent aimer le rock. Quelle est la proportion de ces personnes sous forme décimale ?

Exercice 15.4

Pour faire une vinaigrette, on mélange 3 parts d'huile pour 1 part de vinaigre. Quelle est la proportion de vinaigre dans la vinaigrette ? Donner le résultat en pourcentage.

Exercice 15.5

Une équipe de handball a marqué 36 buts sur 50 tirs. Quel est son pourcentage de réussite au tir ?

Exercice 15.6

Un smartphone de 128 Go a 80 Go d'espace de stockage occupé. Quelle est la proportion d'espace occupé ? Donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

Exercice 15.7

Dans un cocktail, il y a 15 cL de jus d'orange pour un volume total de 25 cL. Quel est le pourcentage de jus d'orange dans ce cocktail ?

Exercice 15.8

Un coureur a parcouru 8 km d'une course de 40 km. Quelle est la proportion de la course déjà effectuée, en pourcentage ?

Exercice 15.9

Dans un verger de 250 arbres, 40 sont des pommiers. Quelle est la proportion de pommiers dans ce verger ? Donner le résultat en pourcentage.

Exercice 15.10

Un livre de 300 pages contient 60 pages d'illustrations. Quelle est la proportion de pages d'illustrations ? Donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

Exercice 15.11

Pour créer une couleur, un peintre mélange 5 doses de peinture bleue, 3 doses de jaune et 2 doses de blanc. Quelle est la proportion de peinture jaune dans le mélange ? Donner le résultat en pourcentage.

Exercice 15.12

Un rectangle a une longueur de 10 cm et une largeur de 5 cm. Quelle est la proportion de la largeur par rapport au périmètre total ? Donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

16 Calcul d'effectifs

1– Calculer une partie

Le mot "de" ("du") qu'on retrouve employé dans des expressions comme "les deux tiers *de* la classe" et "20% *du* groupe" se traduit par une multiplication en mathématiques.

Exemple

Calculer 75% de 60.

$75\% = 0,75 = \frac{3}{4}$ et $\frac{3}{4} \times 60 = 45$ (trois quarts de soixante font quarante-cinq – pensez en termes de minutes et d'heures) donc 75% de 60 font 45.

Exercice 16.1

Calculer

- | | |
|----------------|-------------------|
| 1► 20% de 150. | 10► 40% de 70. |
| 2► 150% de 80. | 11► 90% de 500. |
| 3► 10% de 350. | 12► 12% de 150. |
| 4► 50% de 84. | 13► 65% de 300. |
| 5► 25% de 120. | 14► 100% de 42. |
| 6► 75% de 400. | 15► 200% de 90. |
| 7► 1% de 950. | 16► 120% de 250. |
| 8► 30% de 200. | 17► 0,5% de 1000. |
| 9► 5% de 60. | |

Exercice 16.2

Calculer

- | | | |
|-------------------------|--------------------------|---------------------------|
| 1► $\frac{2}{5}$ de 200 | 5► $\frac{3}{4}$ de 48 | 9► $\frac{4}{7}$ de 49 |
| 2► $\frac{1}{3}$ de 99 | 6► $\frac{1}{10}$ de 450 | 10► $\frac{5}{6}$ de 72 |
| 3► $\frac{1}{2}$ de 124 | 7► $\frac{2}{3}$ de 60 | 11► $\frac{3}{10}$ de 250 |
| 4► $\frac{1}{4}$ de 80 | 8► $\frac{3}{5}$ de 100 | 12► $\frac{7}{8}$ de 64 |

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|------|
| 13► $\frac{4}{9}$ de 81 | 15► $\frac{9}{5}$ de 35 | 2000 |
| 14► $\frac{5}{3}$ de 18 | 16► $\frac{1}{100}$ de | |

Exercice 16.3

Une classe de Seconde contient 35 élèves. 60% sont des filles. Combien y a-t-il de filles dans la classe ?

Exercice 16.4

Un T-shirt coûte 45 €. Une réduction de 20% est appliquée. Quel est le montant en euros de la réduction ?

Exercice 16.5

Une bouteille contient 75 cL de jus. On en boit les deux tiers. Quel volume de jus a-t-on bu ?

Exercice 16.6

Dans un groupe de 800 touristes, 15% sont italiens. Combien de touristes sont italiens ?

Exercice 16.7

Un livre contient 420 pages. J'ai déjà lu un sixième du livre. Combien de pages ai-je lues ?

Exercice 16.8

Un parking de 600 places est rempli à 85%. Combien de places sont occupées ?

Exercice 16.9

Sur un trajet de 350 km, on fait une pause après avoir parcouru les quatre septièmes du chemin. Quelle distance a-t-on parcourue ?

Exercice 16.10

Le corps humain est composé d'environ 65% d'eau. Pour une personne de 70 kg, quelle est la masse d'eau approximative ?

2– Calculer le tout

Exemple

Dans une vente, 12 articles ont été vendus, ce qui représente 20 % du stock total. Quel était le stock total ?

Si 12 articles représentent 20% du total alors, par proportionnalité, puisque $20 \times 5 = 100$, $12 \times 5 = 60$ représente le total (100 % du stock).

Exercice 16.11

Dans une classe, 14 élèves étudient l'espagnol, ce qui représente 40% de l'effectif. Combien y a-t-il d'élèves au total ?

Exercice 16.12

J'ai versé 75 €, ce qui correspond aux trois dixièmes du prix total d'une console de jeux. Quel est le prix de la console ?

Exercice 16.13

Une réduction de 30 € a été appliquée sur un article, ce qui équivaut à une baisse de 15%. Quel était le prix initial de l'article ?

Exercice 16.14

Dans un verger, on a ramassé 240 kg de pommes, soit les quatre cinquièmes de la récolte totale. Quelle est la masse totale de la récolte ?

Exercice 16.15

9 élèves d'une classe, soit 30% de l'effectif, portent des lunettes. Combien d'élèves y a-t-il dans cette classe ?

Exercice 16.16

Après avoir obtenu une augmentation de 80 €, mon salaire est plus élevé de 5%. Quel était mon salaire avant augmentation ?

Exercice 16.17

21 voitures dans un parking sont de couleur rouge, ce qui représente les trois septièmes de toutes les voitures présentes. Combien de voitures y a-t-il dans le parking ?

Exercice 16.18

L'équipe de France de football a marqué 6 buts lors de la phase de poules, ce qui représente 75% de tous les buts marqués par son groupe. Combien de buts ont été marqués au total dans ce groupe ?

Exercice 16.19

J'ai déjà utilisé 64 Go sur mon téléphone, ce qui représente 80% de sa capacité totale. Quelle est la capacité de stockage de mon téléphone ?

Exercice 16.20

Un coureur cycliste a parcouru 120 km. Il lui reste encore un quart du parcours. Quelle est la longueur totale de la course ?

3– Bilan

Exercice 16.21 (Bilan)

- 1▶ Dans une classe de 32 élèves, les trois huitièmes viennent au lycée en bus. Combien d'élèves cela représente-t-il ?
- 2▶ Un gâteau pèse 500 g et contient 150 g de chocolat. Quel est le pourcentage de chocolat dans ce gâteau ?
- 3▶ Après une réduction de 42 €, le prix d'un téléphone a baissé. Cette réduction correspond à 20% de son prix initial. Quel était le prix du téléphone avant la réduction ?
- 4▶ Sur les 180 arbres d'un verger, 40% sont des pommiers. Combien y a-t-il de pommiers ?
- 5▶ Un joueur de basket a réussi 18 lancers francs sur 24 tentatives. Quelle est sa proportion de réussite sous forme de fraction irréductible ?
- 6▶ Un coureur a parcouru 21 km, ce qui représente 70% de la distance totale de la course. Quelle est la longueur totale de la course ?
- 7▶ Une tablette de chocolat de 200 g contient deux cinquièmes de cacao. Quelle est la masse de cacao dans cette tablette ?
- 8▶ 9 élèves, soit les trois onzièmes d'une classe, sont absents. Combien d'élèves y a-t-il normalement dans cette classe ?

- 9► Dans un parking, il y a 80 voitures, dont 28 sont grises. Quel est le pourcentage de voitures grises ?
- 10► Un sac de 30 billes contient 10% de billes rouges. Combien de billes rouges y a-t-il dans le sac ?
- 11► Une recette indique qu'il faut 150 g de farine, ce qui représente 60% du poids total des ingrédients secs. Quelle est la masse totale des ingrédients secs ?
- 12► Pour faire du mortier, un maçon mélange 1 seau de ciment avec 4 seaux de sable. Quelle est la proportion de ciment dans le mélange total ? Exprimer en pourcentage.

Partie III

Évolutions et variations

17 Évolutions et variations

1– Coefficient multiplicateur

- Augmenter une quantité de $t\%$ revient à la multiplier par $1 + \frac{t}{100}$.
- Diminuer une quantité de $t\%$ revient à la multiplier par $1 - \frac{t}{100}$.

Exercice 17.1

Augmenter de...	25%	50%	2%	100%	7,5%	150%	1%	300%
Coeff. multiplicateur								

Diminuer de...	15%	40%	8%	99%	0,5%	35%	90%	63%
Coeff. multiplicateur								

Exercice 17.2

Coeff. multiplicateur	1,30	0,80	1,05	0,98	2	0,5	1,75
Augmentation ou diminution ?							
Pourcentage							

Coeff. multiplicateur	0,25	1,015	0,999	3,5	0,01	1,007	0,62
Augmentation ou diminution ?							
Pourcentage							

2– Valeur finale

Exemple

Le prix d'un jeu vidéo de 60 euros augmente de 5%. Quel est son nouveau prix ?

10% de 60 font 6 donc 5 % de 60 font 3. Le nouveau prix est donc $60 + 3 = 63$ euros – on ajoute au prix initial trois pourcents de sa valeur.

Autre présentation :

Les pourcentages traduisent une situation de proportionnalité. On peut donc utiliser un tableau de proportionnalité.

Le prix initial représente 100% du prix initial. Le prix après augmentation représente 105% du prix initial. On a donc :

Pourcentage	100%	10%	5%	105%
Prix	60€	6€	3€	63€

$\xrightarrow{\div 10}$ $\xrightarrow{\div 2}$
 $\xrightarrow{+}$

Le prix initial est donc de 500€.

Exercice 17.3

Un article coûtant 120 euros bénéficie d'une réduction de 30%. Quel est son prix final ?

Exercice 17.4

La population d'un village de 800 habitants diminue de 4% en un an. Combien y a-t-il d'habitants à la fin de l'année ?

Exercice 17.5

Un salaire mensuel de 1800 euros est augmenté de 2%. Quel est le nouveau salaire ?

Exercice 17.6

Un canapé affiché à 950 euros est soldé à -40%. Quel est son prix soldé ?

Exercice 17.7

Le nombre de membres d'un club de sport, qui était de 250, a augmenté de 12%. Combien de membres le club compte-t-il maintenant ?

Exercice 17.8

Une voiture neuve coûte 24000 euros. Sa valeur perd 25% la première année. Quelle est sa valeur après un an ?

Exercice 17.9

Un loyer de 750 euros augmente de 1,5%. Quel est le nouveau montant du loyer ?

Exercice 17.10

Le poids d'un paquet de céréales de 500 g augmente de 20% pour une offre promotionnelle. Quelle est la nouvelle masse du paquet ?

Exercice 17.11

Un ordinateur valant 1100 euros est vendu avec une remise de 15%. Quel est son prix d'achat ?

3– Valeur initiale

Exemple

Après une augmentation de 10%, un smartphone coûte 550 euros. Quel était son prix initial ?

Une augmentation de 10% correspond à une multiplication par 1,1. On a donc :

$$\text{Prix de départ} \times 1,1 = 550\text{€}.$$

On en déduit que :

$$\begin{aligned}
 \text{Prix de départ} &= \frac{550}{1,1} = \frac{5500}{11} = \frac{55 \times 100}{11} \\
 &= \frac{5 \times \cancel{11} \times 100}{\cancel{11}} = \frac{5 \times 100}{1} = 500
 \end{aligned}$$

Le prix initial est donc de 500€.

Autre présentation :

Les pourcentages traduisent une situation de proportionnalité. On peut donc utiliser un tableau de proportionnalité.

Le prix initial représente 100% du prix initial. Le prix après augmentation représente 110% du prix initial. On a donc :

Pourcentage	110%	11%	1%	100%
Prix	550€	55€	5€	500€

$\xrightarrow{\div 10}$ $\xrightarrow{\div 11}$ $\xrightarrow{\times 100}$

Le prix initial est donc de 500€.

Exercice 17.12

Un manteau est vendu 72 euros après une réduction de 20%. Quel était son prix d'origine ?

Exercice 17.13

La population d'une ville est de 25 250 habitants après une hausse de 1%. Combien y avait-il d'habitants l'année précédente ?

Exercice 17.14

Après avoir perdu 30% de sa valeur, une action en bourse vaut 14 euros. Quelle était sa valeur initiale ?

Exercice 17.15

Un restaurateur augmente tous ses prix de 5%. Une formule coûte désormais 18,90 euros. Quel était son prix avant l'augmentation ?

Exercice 17.16

Le prix d'un abonnement internet, après une réduction de 15% la première année, est de 25,50 euros par mois. Quel est le prix normal de l'abonnement ?

Exercice 17.17

Après une sécheresse, la récolte de blé a diminué de 40%. La production finale est de 120 tonnes. Quelle était la production habituelle ?

Exercice 17.18

Un scooter coûte 2460 euros toutes taxes comprises (TVA de 20% incluse). Quel est son prix hors taxe (HT) ? *Le prix TTC est le prix HT augmenté de 20%.*

Exercice 17.19

Après une campagne de reforestation, le nombre d'arbres dans une forêt a augmenté de 8% pour atteindre 54 000 arbres. Combien d'arbres y avait-il au départ ?

Exercice 17.20

Le prix d'un billet d'avion a augmenté de 150%. Il coûte maintenant 400 euros. Quel était son prix initial ?

4– Bilan

Exercice 17.21 (Bilan)

- 1► Un article coûtant 150 euros est soldé à -30% . Quel est son nouveau prix ?
- 2► Après une augmentation de 10% , un abonnement coûte 22 euros par mois. Quel était son prix initial ?
- 3► La population d'une ville de 20 000 habitants augmente de $3,5\%$. Quelle est la nouvelle population ?
- 4► Un ordinateur est vendu 760 euros après une remise de 5% . Quel était son prix affiché avant la remise ?
- 5► Un score de 500 points à un jeu vidéo est amélioré de 120% . Quel est le nouveau score ?
- 6► Le prix d'un billet d'avion est de 250 euros après une baisse de 50% . Quel était le prix d'origine ?
- 7► Un loyer de 820 euros est révisé avec une augmentation de $2,5\%$. Quel sera le nouveau montant du loyer ?
- 8► Après avoir perdu 90% de sa valeur, une cryptomonnaie vaut 15 euros. Quelle était sa valeur avant la chute ?
- 9► Une voiture neuve valant 18 000 euros perd 22% de sa valeur la première année. Quelle est sa valeur après un an ?
- 10► Le prix d'un article, TVA de 20% incluse, est de 96 euros. Quel est son prix hors taxes (HT) ?
- 11► Un compte en banque avec 2500 euros rapporte $1,8\%$ d'intérêts annuels. Quel sera le solde du compte après un an ?
- 12► Pendant les soldes, une veste est affichée à 56 euros. L'étiquette indique " -30% ". Quel était le prix de la veste avant la réduction ?

18 Calcul de taux d'évolution

1– Évolution simple

On considère une évolution entre une valeur de départ V_d et une valeur d'arrivée V_a . le taux d'évolution, aussi appelé variation relative, est alors $\frac{V_a - V_d}{V_d}$.

Pour chaque problème, calculez le taux d'évolution en pourcentage. Précisez s'il s'agit d'une augmentation ou d'une diminution.

Exemple

Le prix d'un article passe de 50 euros à 60 euros. Quel est le pourcentage d'évolution ?

On a affaire à une augmentation. Le taux d'évolution est :

$$\frac{60 - 50}{50} = \frac{10}{50} = \frac{10 \times 2}{50 \times 2} = \frac{20}{100} = 20\%.$$

Exercice 18.1

La population d'un village passe de 1200 à 1140 habitants. Quel est le pourcentage de diminution ?

Exercice 18.2

Un loyer mensuel passe de 750 euros à 780 euros. Calculer le taux d'évolution.

Exercice 18.3

Le nombre de membres d'un club de sport passe de 250 à 240. Quel est le pourcentage d'évolution ?

Exercice 18.4

Le prix d'un smartphone neuf est de 800 euros. Un an plus tard, il est revendu d'occasion à 600 euros. Quelle est la décote (pourcentage de diminution) ?

Exercice 18.5

La note d'un élève à un contrôle passe de 12/20 à 15/20. Quel est le pourcentage d'augmentation de sa note ?

Exercice 18.6

En raison d'une offre spéciale, le poids d'un paquet de gâteaux passe de 200 g à 250 g. Quel est le pourcentage de produit offert en plus ?

Exercice 18.7

Le nombre de visiteurs quotidiens d'un site web passe de 4000 à 5000. Calculer le taux d'évolution.

Exercice 18.8

Une action en bourse valait 40 euros lundi. Le mardi, elle vaut 38 euros. Quel est le pourcentage de baisse ?

Exercice 18.9

Un coureur mettait 60 minutes pour faire un parcours. Après s'être entraîné, il ne met plus que 54 minutes. Quel est le pourcentage de réduction de son temps ?

Exercice 18.10

Le prix d'un article passe de 20 euros à 45 euros. Quel est le pourcentage d'augmentation ?

Exercice 18.11

Un glacier vendait 500 litres de glace en juillet. En août, à cause du mauvais temps, il n'en a vendu que 350 litres. Calculer le pourcentage de diminution de ses ventes.

2– Évolutions successives

Une façon d'obtenir le taux d'évolution global T d'une succession d'évolutions consiste à calculer le coefficient multiplicateur global CM comme produit des coefficients multiplicateurs de chaque évolution puis à déduire T par la formule $T = CM - 1$.

Pour chaque problème, déterminez le taux d'évolution global en pourcentage. Précisez s'il s'agit d'une augmentation ou d'une diminution.

Exemple

Un prix augmente de 20%, puis augmente à nouveau de 10%. Quelle est l'augmentation globale ?

Le coefficient multiplicateur global est :

$$\begin{aligned} CM &= \left(1 + \frac{20}{100}\right) \left(1 + \frac{10}{100}\right) = 1,20 \times 1,10 \\ &= 1,20 \times 1,00 + 1,20 \times 0,10 = 1,20 + 0,12 \\ &= 1,32. \end{aligned}$$

On en déduit le taux d'évolution global $T = CM - 1 = 1,32 - 1 = 0,32 = 32\%$. Il s'agit d'une augmentation.

Exercice 18.12

Un article subit une augmentation de 30%, suivie d'une baisse de 30%. L'article est-il revenu à son prix de départ ? Calculer le taux d'évolution global.

Exercice 18.13

Un salaire diminue de 10%, puis est ré-augmenté de 15%. Quelle est l'évolution globale du salaire ?

Exercice 18.14

Un produit subit deux baisses de prix successives : d'abord -50% , puis -20% sur le nouveau prix. Quelle est la diminution globale ?

Exercice 18.15

La population d'un village augmente de 5% une année, puis de 10% l'année suivante. Calculer le taux d'augmentation sur les deux ans.

Exercice 18.16

Un article est soldé à -40% . Puis, lors de la deuxième démarque, il bénéficie d'une réduction supplémentaire de -20% sur le prix déjà soldé. Quelle est la réduction totale par rapport au prix initial ?

Exercice 18.17

Un capital est placé sur un compte qui rapporte 2% par an. Quel est le pourcentage d'augmentation au bout de deux ans ?

Exercice 18.18

Un article subit trois évolutions successives : une hausse de 20%, puis une baisse de 10%, et enfin une nouvelle hausse de 5%. Calculer le taux d'évolution global.

Exercice 18.19

Un nombre double, puis est diminué de 60%. Quelle est l'évolution globale ?

3– Évolution réciproque

Pour déterminer le taux d'évolution réciproque T d'une évolution (taux d'évolution à appliquer pour retrouver la valeur initiale), on peut d'abord chercher le coefficient multiplicateur réciproque CM , qui est l'inverse d'un coefficient multiplicateur de l'évolution puis en déduire T par la formule $T = CM - 1$.

Pour chaque problème, déterminez le taux d'évolution réciproque en pourcentage. Précisez s'il s'agit d'une augmentation ou d'une diminution.

Exemple

Grâce à un nouveau raccourci, votre temps de trajet pour aller au lycée diminue d'un tiers. Le raccourci est fermé le lendemain. Quel est le pourcentage d'augmentation de votre temps de trajet pour le retour ?

Le coefficient multiplicateur réciproque CM vaut :

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}.$$

Le taux d'évolution réciproque T est donc :

$$CM - 1 = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2} = 50\%.$$

Le pourcentage d'augmentation de votre temps de trajet pour le retour est donc 50%.

Exercice 18.20

Le prix d'un article a augmenté de 25%. De quel pourcentage doit-il maintenant baisser pour revenir à son prix initial ?

Exercice 18.21

Un article a été soldé à -20% . De quel pourcentage doit-on augmenter son nouveau prix pour qu'il revienne à son prix d'origine ?

Exercice 18.22

La population d'un village a diminué de 50% (elle a été divisée par deux). De quel pourcentage doit-elle augmenter pour retrouver son niveau de départ ?

Exercice 18.23

Un capital placé en bourse a augmenté de 100% (il a doublé). De quel pourcentage doit-il baisser pour revenir à sa valeur initiale ?

Exercice 18.24

Le nombre d'abonnés à un magazine a chuté de 75% . De quel pourcentage doit-il augmenter pour revenir au nombre d'abonnés initial ?

4– Bilan

Exercice 18.25 (Bilan)

- 1► Le prix d'un article passe de 40 € à 50 €. Calculer le taux d'évolution.
- 2► Un prix augmente de 20% , puis le nouveau prix baisse de 10% . Quelle est l'évolution globale en pourcentage ?
- 3► Un article a été soldé à -20% . De quel pourcentage doit-on augmenter son prix pour revenir au tarif initial ?
- 4► La population d'un village passe de 300 à 270 habitants. Quel est le pourcentage de diminution ?
- 5► Un prix subit une première réduction de 50% , puis une seconde réduction de 20% sur le prix déjà soldé. Quelle est la réduction totale en pourcentage ?
- 6► Le prix d'un produit a augmenté de 100% (il a doublé). De quel pourcentage doit-il maintenant baisser pour annuler cette hausse ?
- 7► Une note sur 20 passe de 10 à 15. Quel est le pourcentage d'augmentation de la note ?
- 8► Un salaire augmente de 50% puis baisse de 40% . Quelle est l'évolution globale du salaire ?
- 9► Le nombre d'abonnés à une chaîne a été divisé par 4. De quel pourcentage doit-il augmenter pour retrouver son niveau initial ?
- 10► Un prix est d'abord diminué de 20% puis augmenté de 50% . Quel est le taux d'évolution global ?
- 11► Le prix d'un objet a augmenté de 25% . De quel pourcentage doit-il baisser pour revenir à son prix de départ ?
- 12► Un article passe de 150 € à 120 €. Calculer le taux d'évolution.

Partie IV

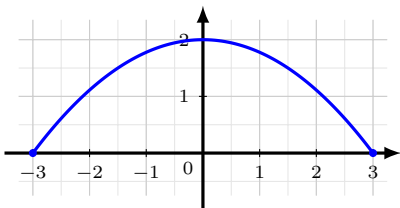
Fonctions et représentations

19 Généralités sur les fonctions

Les antécédents se lisent sur l'axe des abscisses (horizontal), et les images sur l'axe des ordonnées (vertical).

1– Lecture graphique d'images et d'antécédents

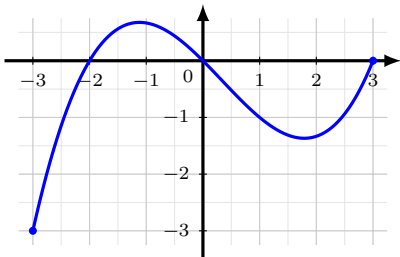
Exemple



- Lire l'image de 0 par f : « l'image de 0 par f est 2 ».
- Lire le(s) antécédent(s) de 1 par f : « les antécédents de 1 par f sont -2 et 2 ».

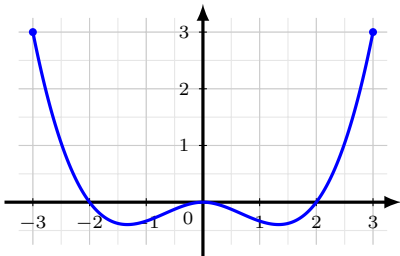
Exercice 19.1

- Lire l'image de 2,5 par f .
- Lire le(s) antécédent(s) de -1 par f .



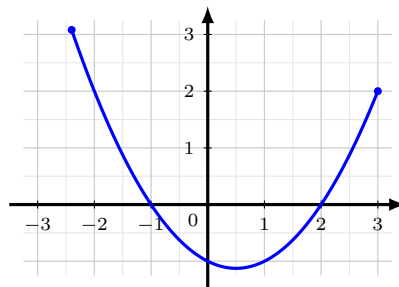
Exercice 19.2

- Lire l'image de 3 par f .
- Lire le(s) antécédent(s) de 0 par f .



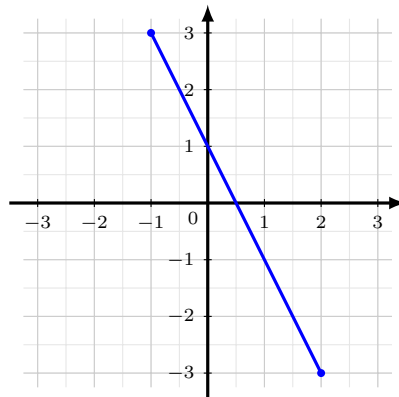
Exercice 19.3

- Lire l'image de -2 par f .
- Lire le(s) antécédent(s) de -1 par f .



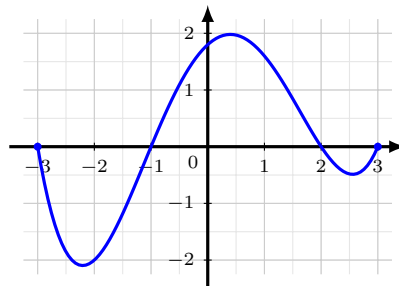
Exercice 19.4

- Lire l'image de 1 par f .
- Lire le(s) antécédent(s) de 2 par f .



Exercice 19.5

- Combien $-1,5$ a-t-il d'antécédents par f ?
- Combien 1 a-t-il d'images f ?



2– Lien entre l'expression d'une fonction et sa courbe

A– Appartenance d'un point à une courbe

Exemple

Le point $M(-1;8)$ appartient-il à la courbe de la fonction f d'expression $f(x) = x^2 - 3x + 5$?

$$f(-1) = (-1)^2 - 3 \times (-1) + 5 = 1 + 3 + 5 = 9 \quad \text{d'où} \quad f(-1) \neq 8$$

donc M n'appartient pas à la courbe de f .

Exercice 19.6

- 1► Le point $A(2,5)$ appartient-il à la courbe de la fonction f d'expression $f(x) = 3x - 1$?
- 2► Le point $E(1,7)$ appartient-il à la courbe de la fonction f d'expression $f(x) = 2x + 3$?
- 3► Le point $B(-1,8)$ appartient-il à la courbe de la fonction g d'expression $g(x) = x^2 - 4x + 3$?
- 4► Le point $F(-2,1)$ appartient-il à la courbe de la fonction f d'expression $f(x) = x^2 - 5$?
- 5► Le point $C(4,1)$ appartient-il à la courbe de la fonction h d'expression $h(x) = \frac{8}{x} - 1$?
- 6► Le point $O(0,0)$ appartient-il à la courbe de la fonction g d'expression $g(x) = x^3 + 4x$?
- 7► Le point $D(0, -2)$ appartient-il à la courbe de la fonction f d'expression $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 2$?

B– Calcul de coordonnées

Exemple

Soit la fonction f d'expression $f(x) = 4x - 5$.

- 1► Calculer l'ordonnée du point de la courbe de f d'abscisse $x = 2$.
- 2► Un point de la courbe de f a pour ordonnée 1. Calculer son abscisse.

1► $f(2) = 4 \times 2 - 5 = 8 - 5 = 3$ donc l'ordonnée cherchée est 3.

2► On résout l'équation $f(x) = 1$ pour trouver l'antécédent de 1 par f .

$$4x - 5 = 1 \iff 4x = 6 \iff x = \frac{6}{4} \iff x = \frac{3}{2}$$

L'abscisse cherchée est donc $\frac{3}{2}$.

Exercice 19.7

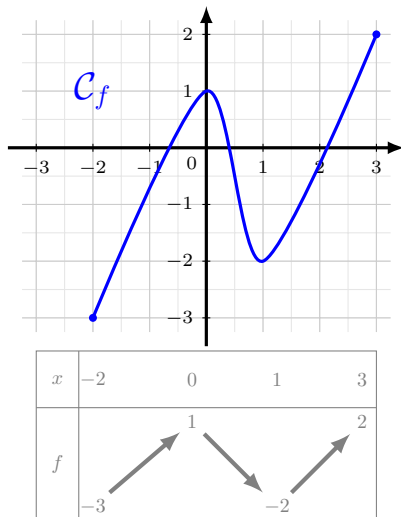
- 1► Calculer l'ordonnée du point de la courbe de la fonction f d'expression $f(x) = -2x + 7$ qui a pour abscisse $x = 3$.
- 2► Calculer l'ordonnée du point de la courbe de la fonction g d'expression $f(x) = -4x + 9$ qui a pour abscisse $x = 2$.
- 3► Calculer l'ordonnée du point de la courbe de la fonction f d'expression $f(x) = 2x^2 - x - 5$ qui a pour abscisse $x = -2$.

- 4► Calculer l'ordonnée du point de la courbe de la fonction g d'expression $g(x) = 3x^2 - 2x + 1$ qui a pour abscisse $x = -1$.
- 5► Un point de la courbe de la fonction f d'expression $f(x) = 5x - 4$ a pour ordonnée 11. Quelle est son abscisse ?
- 6► Un point de la courbe de la fonction f d'expression $f(x) = 6x - 5$ a pour ordonnée 19. Quelle est son abscisse ?
- 7► Deux points de la courbe de la fonction g d'expression $f(x) = x^2 + 1$ ont pour ordonnée 10. Quels sont leurs abscisses ?

20 Tableaux de variations

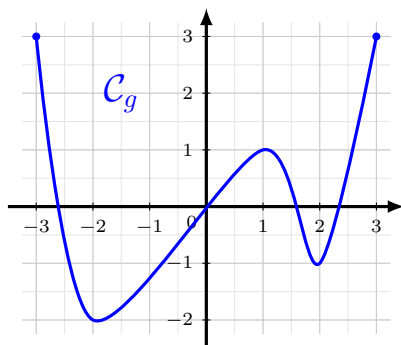
Exemple

Dresser le tableau de variations de la fonction suivante :



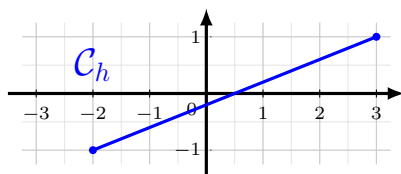
Exercice 20.1

Dresser le tableau de variations de la fonction suivante :



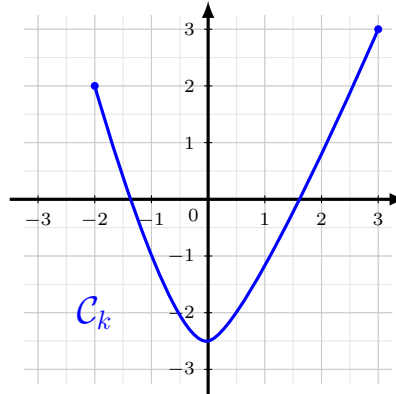
Exercice 20.2

Dresser le tableau de variations de la fonction suivante :



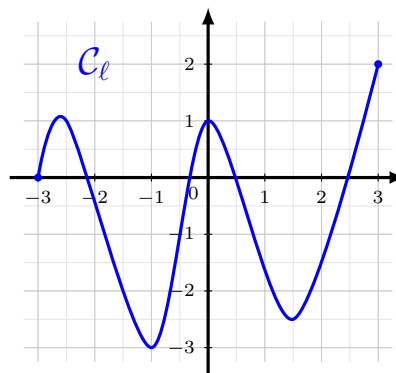
Exercice 20.3

Dresser le tableau de variations de la fonction suivante :



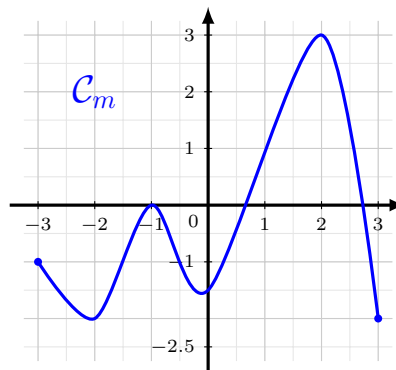
Exercice 20.4

Dresser le tableau de variations de la fonction suivante :



Exercice 20.5

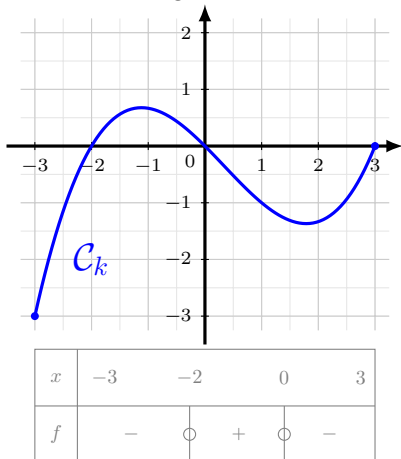
Dresser le tableau de variations de la fonction suivante :



21 Tableaux de signes

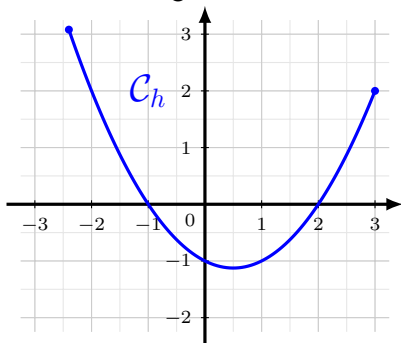
Exemple

Dresser le tableau de signes de la fonction suivante :



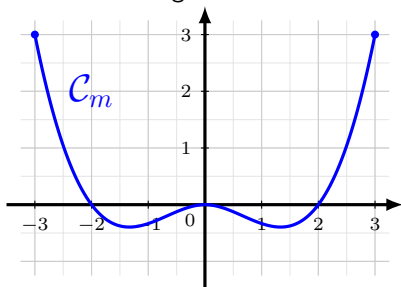
Exercice 21.1

Dresser le tableau de signes de la fonction suivante :



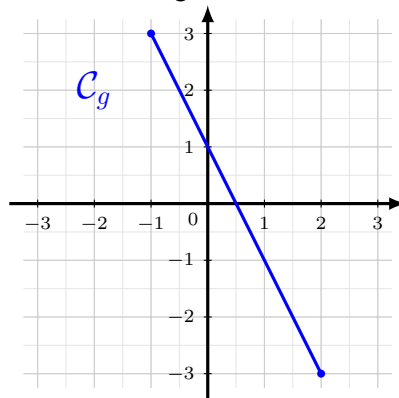
Exercice 21.2

Dresser le tableau de signes de la fonction suivante :



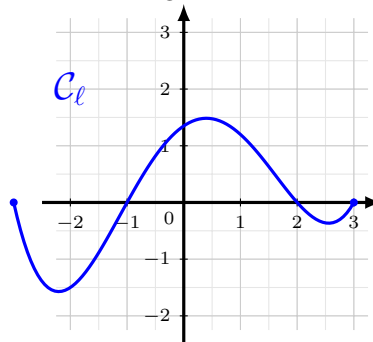
Exercice 21.3

Dresser le tableau de signes de la fonction suivante :



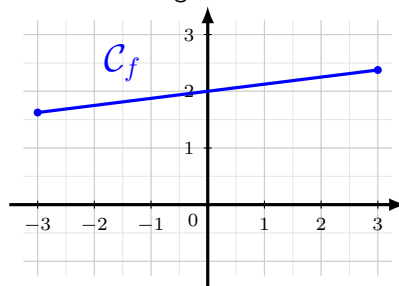
Exercice 21.4

Dresser le tableau de signes de la fonction suivante :



Exercice 21.5

Dresser le tableau de signes de la fonction suivante :



22 Fonctions affines et droites du plan

1– Coefficient directeur

Le coefficient directeur de la droite (AB) est donné par la formule : $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

Exemple

Déterminer le coefficient de la droite (AB) où $A(1; 2)$ et $B(3; 4)$: $m = \frac{4-2}{3-1} = \frac{2}{2} = 1$

Exercice 22.1

Déterminer le coefficient directeur de la droite (AB) dans chaque cas :

- 1► $A(2; -1)$ et $B(5; 3)$
- 2► $A(-4; -5)$ et $B(-1; -2)$
- 3► $A(8; 0)$ et $B(0; 3)$
- 4► $A(1,5; 3,5)$ et $B(3; 2,5)$
- 5► $A(-1,6; 7)$ et $B(-0,6; -3)$

- 1► $f_1(x) = 8x$
- 2► $f_2(x) = 2(x - 3)$
- 3► $f_3(x) = 3x^2 + 1$
- 4► $f_5(x) = -5$
- 5► $f_6(x) = \sqrt{x} + 2$
- 6► $f_4(x) = (x + 1)^2 - x^2 - 1$

Exercice 22.4

On donne plusieurs expressions de fonctions. Déterminer quelles fonctions sont affines.

- 1► $f_1(x) = 5x - 2$
- 2► $f_2(x) = x$
- 3► $f_3(x) = 2x$
- 4► $f_4(x) = x^2 + 6$
- 5► $f_5(x) = 10$
- 6► $f_6(x) = 0,5x + 0,1$

Exercice 22.5

On donne plusieurs expressions de fonctions. Déterminer quel(les) fonction(s) sont affine(s).

- 1► $f_1(x) = -x + 7$
- 2► $f_2(x) = \frac{x}{5}$
- 3► $f_3(x) = 4 - x$
- 4► $f_4(x) = \frac{x+1}{2}$
- 5► $f_5(x) = \frac{4x-1}{3}$
- 6► $f_6(x) = -9x$

2– Expressions de fonctions affines

Les fonctions affines sont les fonctions f qui admettent une expression de la forme $f(x) = mx + p$, m et p étant deux constantes réelles. Parmi elles, les fonctions linéaires sont celles qui admettent une expression de la forme $f(x) = mx$ ($p = 0$).

Exercice 22.2

On donne plusieurs expressions de fonctions. Déterminer quelles fonctions sont linéaires.

- 1► $f_1(x) = 3x + 2$
- 2► $f_2(x) = 3x$
- 3► $f_3(x) = x^2$
- 4► $f_4(x) = 5$

Exercice 22.3

On donne plusieurs expressions de fonctions. Déterminer quelles fonctions sont linéaires.

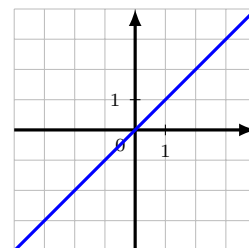
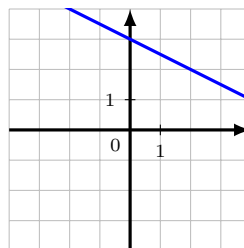
3– Courbe d'une fonction affine

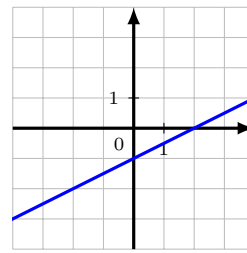
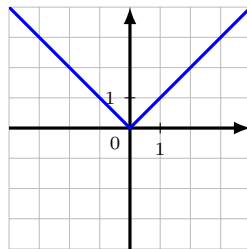
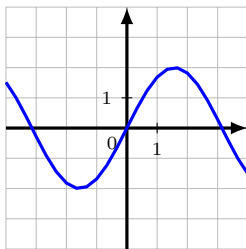
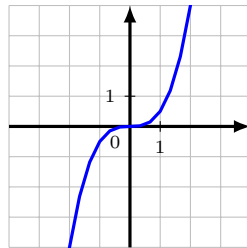
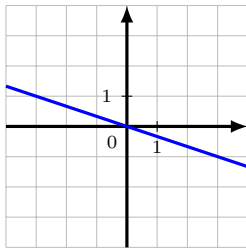
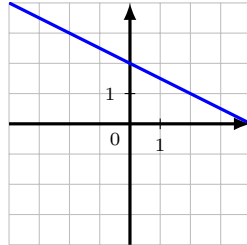
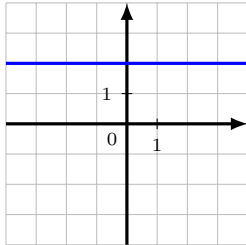
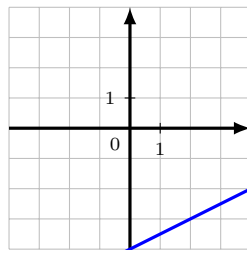
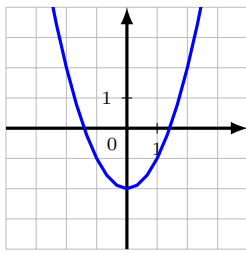
Une fonction est affine si, et seulement si sa courbe représentative est une droite.

Si de plus la droite passe par l'origine du repère, alors on dit que cette fonction est *linéaire*. (Une fonction linéaire est un cas particulier de fonction affine !)

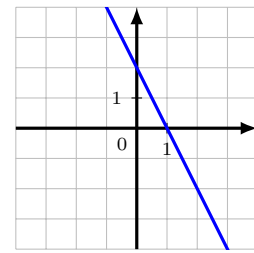
Exercice 22.6

Barrer les fonctions qui ne sont pas affines et entourer les fonctions linéaires.





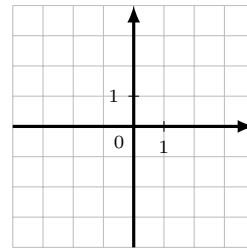
$$f(x) = \frac{1}{2}x - 1$$



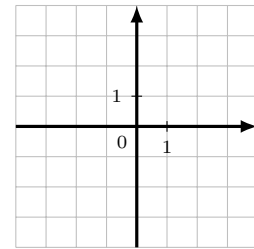
$$f(x) = -2x + 2$$

Exercice 22.7

Représentez dans chaque repère la fonction affine dont on donne l'expression.



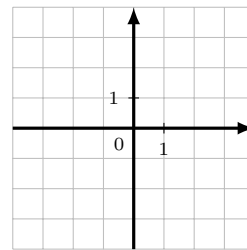
$$f(x) = -3x - 1$$



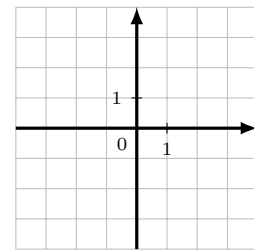
$$f(x) = x - 2$$

Exercice 22.8

Représentez dans chaque repère la fonction affine dont on donne l'expression.



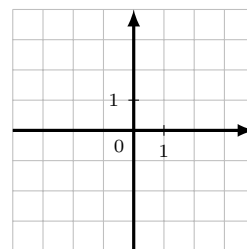
$$f(x) = \frac{1}{3}x - 1$$



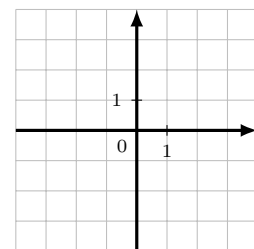
$$f(x) = -\frac{1}{3}x - 1$$

Exercice 22.9

Représentez dans chaque repère la fonction affine dont on donne l'expression.



$$f(x) = 2$$



$$f(x) = -2$$

4– Droites du plan

A– Tracés – expression

Pour tracer une fonction affine à partir de son expression, on peut déterminer deux points de passage en calculant deux couples antécédent-image, ou utiliser la méthode de comptage des carreaux en plaçant d'abord l'ordonnée à l'origine puis en plaçant un autre point avec le coefficient directeur.

Exemple

Représentez dans chaque repère la fonction affine dont on donne l'expression.

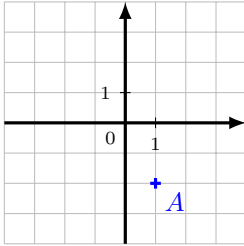
B– Tracés – point et pente

Partant du point de passage, quand on avance de 1 carreau vers la droite, on monte (ou descend suivant le signe) de m carreaux.

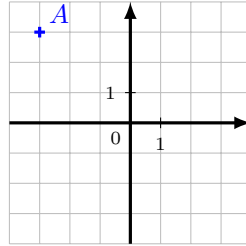
Proportionnellement, si on avance de 2 carreaux, on monte/descend de $2m$ carreaux, etc.

Exercice 22.10

Représentez dans chaque repère la droite passant par A et de coefficient directeur m donné.



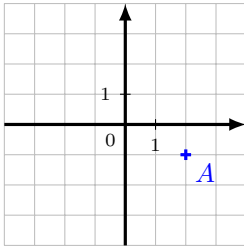
$$m = 2$$



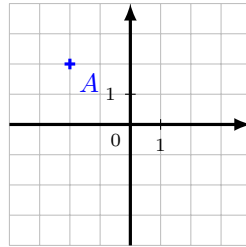
$$m = -3$$

Exercice 22.11

Représentez dans chaque repère la droite passant par A et de coefficient directeur m donné.



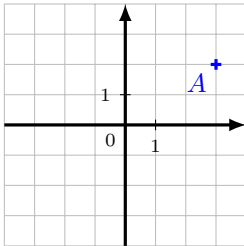
$$m = 1$$



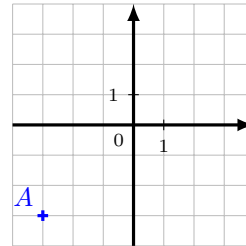
$$m = 0$$

Exercice 22.12

Représentez dans chaque repère la droite passant par A et de coefficient directeur m donné.



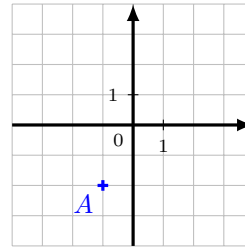
$$m = -1$$



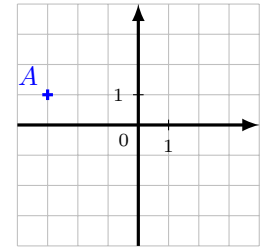
$$m = \frac{1}{2}$$

Exercice 22.13

Représentez dans chaque repère la droite passant par A et de coefficient directeur m donné.



$$m = -\frac{2}{3}$$

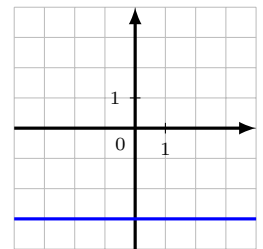
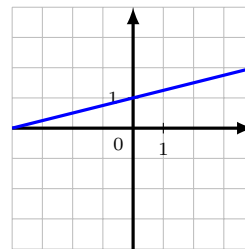


$$m = \frac{3}{4}$$

C– Équation réduite

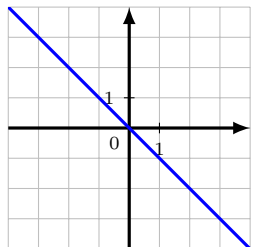
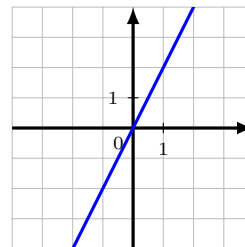
Exercice 22.14

Pour chaque droite, déterminer son équation réduite.



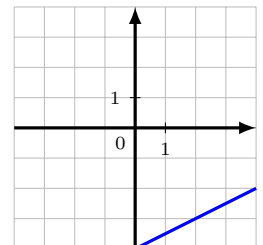
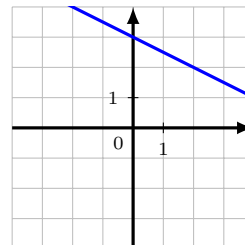
Exercice 22.15

Pour chaque droite, déterminer son équation réduite.



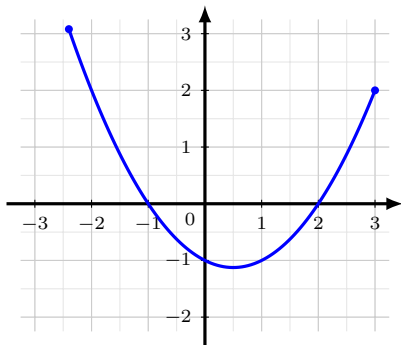
Exercice 22.16

Pour chaque droite, déterminer son équation réduite.



23 (In)équations graphiques

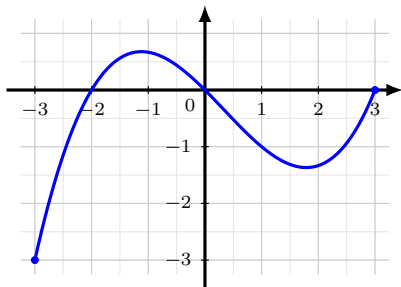
Exemple



- a► Résoudre graphiquement $f(x) = 2$.
« L'ensemble des solutions est $\{-2; 3\}$. »
- b► Résoudre graphiquement $f(x) \leq 2$.
« L'ensemble des solutions est $[-2; 3]$. »

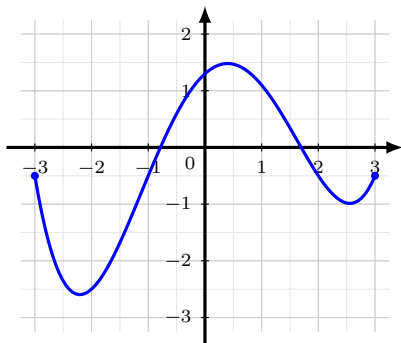
Exercice 23.1

- a► Résoudre graphiquement $f(x) = -1$.
- b► Résoudre graphiquement $f(x) \geq 0$.



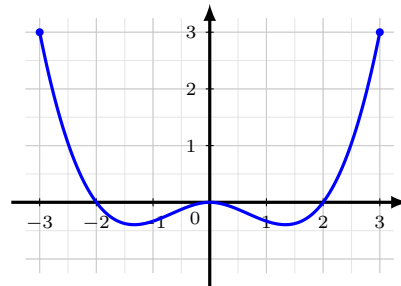
Exercice 23.2

- a► Combien l'équation $f(x) = -1$ admet-elle de solutions ?
- b► Résoudre graphiquement $f(x) < -0,5$.



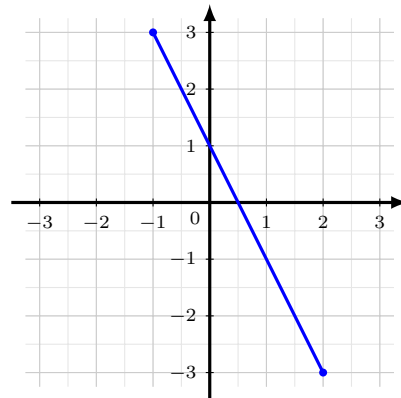
Exercice 23.3

- a► Résoudre graphiquement $f(x) = 1$.
- b► Résoudre graphiquement $f(x) > 0$.



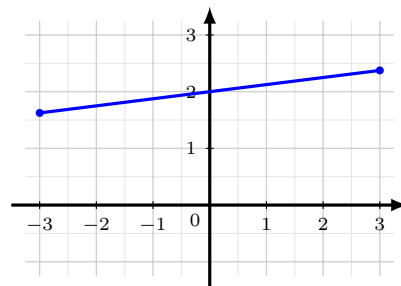
Exercice 23.4

- a► Résoudre graphiquement $f(x) = 1$.
- b► Résoudre graphiquement $f(x) \leq 0$.



Exercice 23.5

- a► Résoudre graphiquement $f(x) = 1$.
- b► Résoudre graphiquement $f(x) > 1$.



Partie V

Statistiques

24 Indicateurs statistiques

1– Moyenne

La *moyenne pondérée* d'un échantillon donne une valeur centrale autour de laquelle les valeurs se dispersent.

Valeur	-4	1	6
Effectif	5	3	2

$$\begin{aligned}\text{Moyenne} &= \frac{(-4) \times 5 + 1 \times 3 + 6 \times 2}{5 + 3 + 2} \\ &= \frac{-5}{10} = -0,5\end{aligned}$$

Exercice 24.1

Calculer la moyenne de la série de données suivante :

4 ; 6 ; 2 ; 12

Exercice 24.2

Calculer la moyenne des séries de données suivantes :

Valeur	1	3	5
Effectif	1	5	4

Valeur	3	4	8
Effectif	0	3	2

Exercice 24.3

Calculer la moyenne des séries de données suivantes :

a▶

Valeur	-2	0	9	11
Effectif	4	16	2	8

b▶

Valeur	1	3	5
Effectif	10	50	40

La moyenne est *linéaire* :

- ▶ Si on ajoute aux valeurs de l'échantillon un même nombre, la moyenne s'en retrouve identiquement modifiée,
- ▶ Si on multiplie les valeurs de l'échantillon par un même facteur, la moyenne s'en retrouve identiquement multipliée.

Exemple

Les valeurs 3, 6, 11 et 16 ont pour moyenne 9. Par conséquent, les valeurs :

- ▶ 4, 7, 12 et 17 ont pour moyenne 10,
- ▶ 6, 12, 22 et 32 ont pour moyenne 18.

Exercice 24.4

La moyenne de la liste 1 ; 4 ; 7 et 8 vaut 5. Combien vaut la moyenne :

- a▶ des valeurs 10 ; 40 ; 70 et 80 ?
- b▶ des valeurs 4 ; 7 ; 10 et 11 ?

2– Médiane et quartiles

La *médiane* d'une série de valeurs est un nombre qui permet de scinder cette série en deux parties de tailles égales : les valeurs plus petites que la médiane, et celles qui sont plus grandes.

Pour la trouver, on trie la liste dans l'ordre croissant, et on cherche une valeur qui tombe au milieu.

Exemple

- ▶ Pour une série avec un nombre pair de données, on prend une valeur centrale :

-1 ; 0 ; 4 | 6 ; 11 ; 12

↑
Médiane = 5

- ▶ Pour une série avec un nombre impair de données, on prend la valeur centrale :

-5 ; -2 ; 3 ; 8 ; 10 ; 17 ; 23

↑
Médiane = 8

Exercice 24.5

Déterminer la médiane des séries suivantes :

- a▶ 2 ; 4 ; 6 ; 12
- b▶ 8 ; 3 ; 4 ; 6 ; 12
- c▶ 2 ; 7 ; 0 ; 10
- d▶ 4 ; 16 ; 4 ; 4 ; 30

Exercice 24.6

Calculer la médiane des séries de données suivantes :

Valeur	3	4	8
Effectif	2	0	3

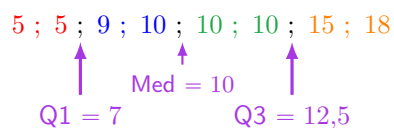
Valeur	3	4	8
Effectif	0	2	3

Valeur	3	4	8
Effectif	3	2	5

Le *premier quartile* et le *troisième quartile* sont des nombres qui, avec la médiane, permettent de scinder une série de valeurs triée en quatre parts de mêmes effectifs.

Concrètement, pour trouver les quartiles, on trouve d'abord la médiane pour former deux listes séparées, desquelles on trouve les propres médianes.

Exemple



Exercice 24.7

Déterminer les quartiles des séries de valeurs suivantes :

- a► 2 ; 6 ; 12 ; 18 ; 24 ; 30 ; 32 ; 41
- b► 2 ; 6 ; 12 ; 18 ; 24 ; 30 ; 32 ; 41 ; 50
- c► 2 ; 2 ; 2 ; 2 ; 2 ; 6 ; 6 ; 6 ; 6 ; 12 ; 12 ; 24 ; 24 ; 24

25 Diagrammes

1- Diagrammes en barres

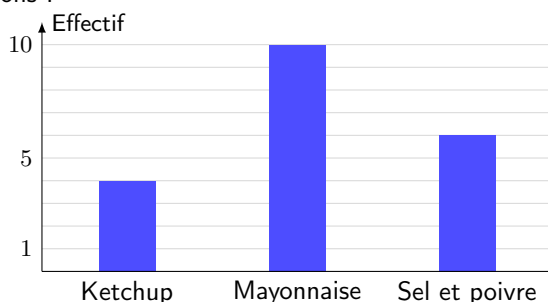
Un *diagramme en bâtons* permet de représenter graphiquement une série de données, où chaque bâton est de longueur proportionnel à l'effectif qu'il représente (elle peut correspondre à l'effectif directement, à la fréquence entre 0 et 1, exprimée en pourcentage...)

Exemple

On sonde un groupe de personnes sur leur assaisonnement préféré avec des frites. Les résultats du sondages sont donnés dans un tableau d'effectifs :

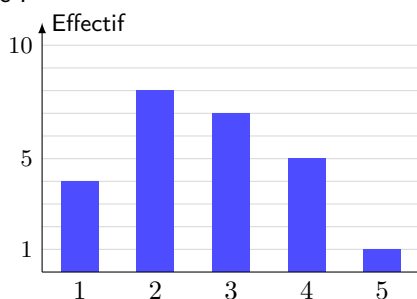
Assais.	Ketchup	Mayo.	Sel & Prv
Effectif	4	10	6

On peut également réaliser un diagramme en bâtons :



Exercice 25.1

Voici la répartition des notes sur 5 d'une classe de seconde :

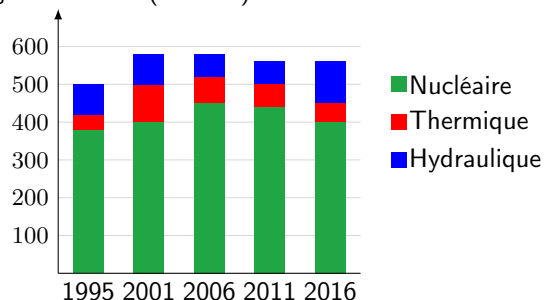


- Combien d'élèves ont strictement plus que 2 ?
- Quel est l'effectif total de la classe ?
- Quel est la note la moins obtenue ?
- Quelle est la fréquence des élèves qui ont eu plus de la moyenne ?

- Quel pourcentage de la classe a eu 4 sur 5 ?
- Quel est la moyenne de la classe ? Quelle est la médiane ?

Exercice 25.2

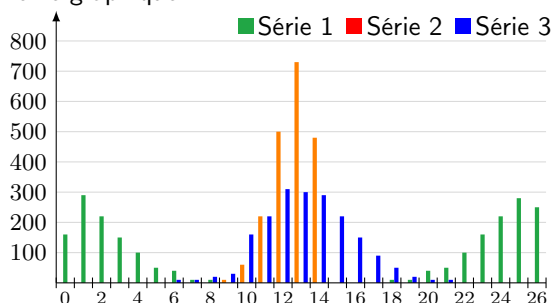
Voici la répartition des sources de production d'énergie en France (en Twh) :



- La quantité d'électricité d'origine hydraulique a-t-elle diminué entre 2011 et 2016 ?
- La quantité d'électricité d'origine hydraulique était-elle de 575kWh en 2006 ?
- La quantité d'électricité d'origine nucléaire a-t-elle constamment diminué entre 2001 et 2016 ?
- La quantité d'électricité d'origine thermique était-elle de 40kWh en 1995 ?
- En quelle année la production d'énergie hydraulique a-t-elle été maximale ?

Exercice 25.3

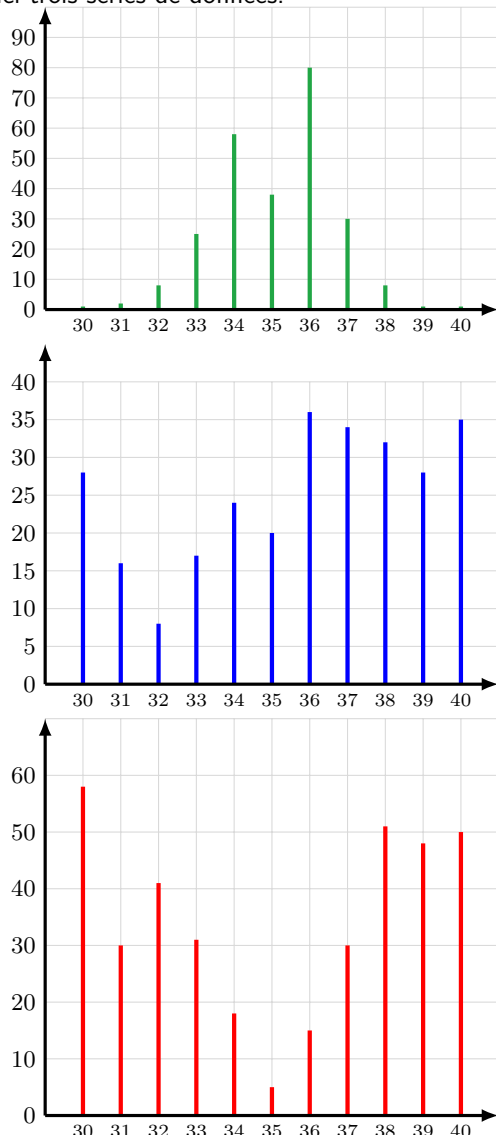
Voici trois séries de données représentées sur un même graphique.



- Que peut-on dire des moyennes de ces séries ?
- Les écart-types de ces séries sont, dans le désordre, 1,1 ; 2,5 et 11,1. Associer chaque écart-type à chaque série.

Exercice 25.4

Voici trois séries de données.



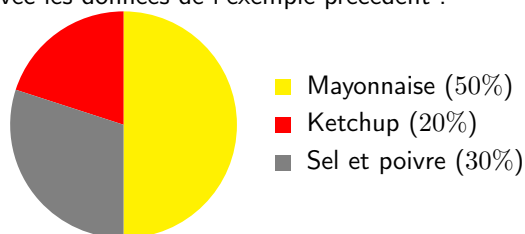
- 1► Lequel de ces diagrammes est le plus uniforme ?
- 2► Ces trois séries ont environ la même moyenne. En donner une estimation.
- 3► Lequel de ces diagrammes a le plus petit écart-type ?

2- Diagrammes (semi-)circulaires

Un *diagramme circulaire* et un *diagramme semi-circulaire* permettent de représenter graphiquement une série de données, où l'angle de chaque *secteur* est proportionnel à l'effectif qu'il représente, le plus souvent sa fréquence.

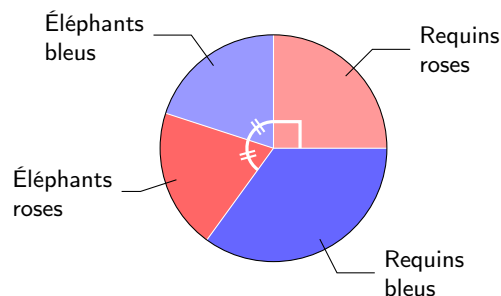
Exemple

Avec les données de l'exemple précédent :



Exercice 25.5

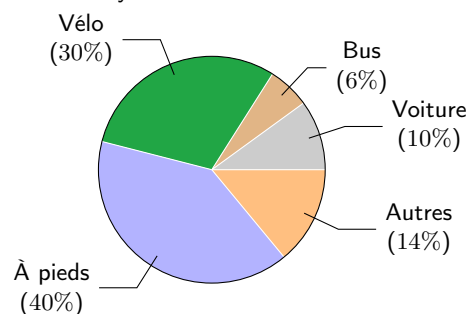
Voici la répartition de la production de peluches dans une usine.



- 1► Quel espèce est la plus produite ?
- 2► Quelle couleur est la plus utilisée ?
- 3► Quelle est la part de requins roses dans la production ?

Exercice 25.6

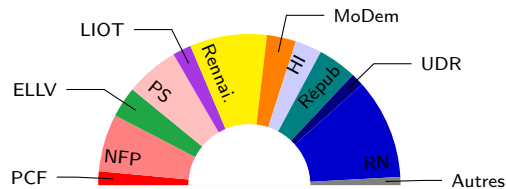
On a interrogé des élèves sur leur mode de transport pour venir au lycée.



- 1► Quels moyens de transports sont utilisés par au moins 25% des élèves ? Par au moins 12% ?
- 2► Quelle est la mesure de l'angle du secteur correspondant à la voiture ?
- 3► Quelle est la mesure de l'angle du secteur correspondant à pieds ?
- 4► Si le sondage a compté 50 participants, combien d'entre eux sont venus en bus ?
- 5► Si 3 interrogés sont venus à vélo, combien d'élèves ont répondu au sondage ?

Exercice 25.7

L'hémicycle est le nom que l'on donne à l'ensemble des députés de l'Assemblée Nationale. En 2025, sa répartition selon les partis était la suivante :



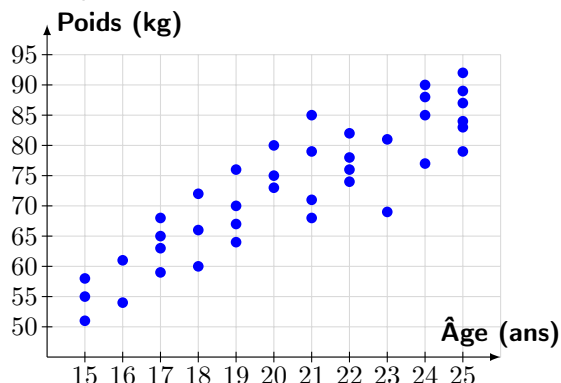
- 1► Un parti a-t-il la majorité absolue des voix ?
- 2► Proposer une alliance de partis voisin dans l'hémicycle qui permettrait d'atteindre une majorité absolue.

3– Nuages de points

Un *nuage de points* permet de représenter des couples de données.

Exemple

On a interrogé 40 personnes pour connaître leur âge et leur poids.

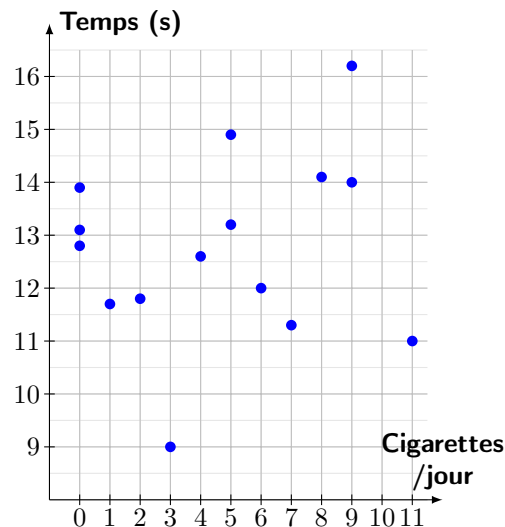


On peut par exemple lire que :

- 4 personnes de 24 ans ont été interrogées, et celles-ci pèsent entre 78kg et 90kg.
- Il y a 3 personnes pesant moins de 55kg, celles-ci ont entre 15 et 16 ans.

Exercice 25.8

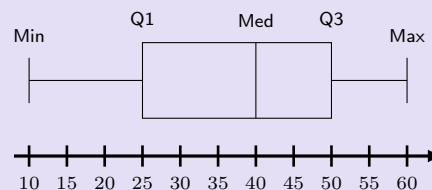
On a interrogé des lycéens et des lycéennes pour connaître leurs performances à la course sur 100m et le nombre de cigarettes qu'ils et elles fument par jour en moyenne.



- 1► Quels sont les temps des personnes qui fument le moins ? Qui fument le plus ?
- 2► Combien de cigarettes sont fumées par jour en moyenne par le coureur le plus rapide ? Et le plus lent ?
- 3► Vrai ou faux : d'après ces données, plus on fume, plus on court vite.

4– Boîtes à moustaches

- Une *boîte à moustaches* est une manière de représenter le minimum, le maximum, les quartiles et la médiane d'une série de valeurs.



- L'*écart interquartile* est la différence entre le troisième quartile et le premier. Il correspond à la longueur de la boîte.

- L'*étendue* est la différence entre le maximum et le minimum. Il correspond à la longueur totale du graphique.

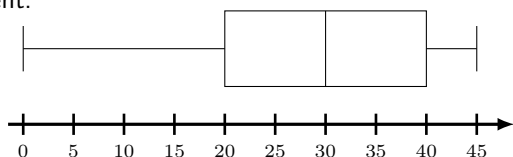
Exemple

Dans le rappel de cours ci-dessus, on lit que :

- Le minimum de la série (sa plus petite valeur) vaut 10, son maximum (la plus grande) vaut 60,
- Sa médiane vaut 40,
- Le premier quartile vaut 25, le troisième quartile vaut 50.
- L'écart interquartile vaut $50 - 25 = 25$.
- L'étendue vaut $60 - 10 = 50$.

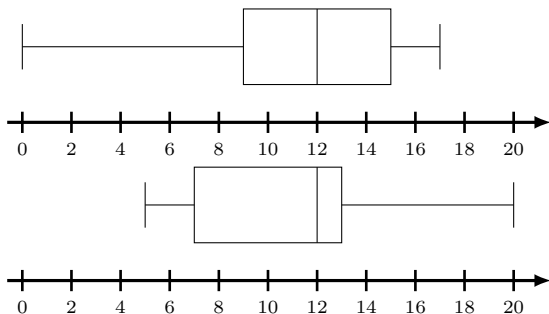
Exercice 25.9

Sur la boîte à moustaches suivante, lire les données statistiques telles que listées dans l'exemple précédent.



Exercice 25.10

On synthétise les résultats d'une même classe lors de deux contrôles à l'aide de boîtes à moustaches.



- 1► Lire les médianes des deux contrôles.
- 2► Calculer les écarts interquartiles de ces deux contrôles.
- 3► Peut-on dire que ces deux contrôles ont été aussi bien réussis l'un que l'autre ?

Partie VI

Probabilités

26 Généralités sur les probabilités

1– Probabilité

La probabilité d'une issue ou d'un événement est un nombre réel dans l'intervalle $[0; 1]$.

Exercice 26.1

Parmi les nombres suivants, lesquels ne peuvent pas correspondre à une probabilité ?

- 1► 150% 2► 1,25 3► 0,75 4► -0,5

Exercice 26.2

Parmi les nombres suivants, lesquels ne peuvent pas correspondre à une probabilité ?

- 1► $\frac{4}{3}$ 2► 0 3► 1 4► 0,4

Exercice 26.7

La probabilité qu'un appareil tombe en panne la première année est de 0,05. Quelle est la probabilité qu'il ne tombe pas en panne la première année ?

Exercice 26.8

On choisit une lettre au hasard dans le mot 'PROBABILITÉ'. L'événement A est 'obtenir une voyelle'. La probabilité de A est de $\frac{5}{11}$. Quelle est la probabilité de l'événement contraire (obtenir une consonne) ?

Exercice 26.9

La probabilité qu'un événement ne se produise pas est de $\frac{3}{7}$. Quelle est la probabilité qu'il se produise ?

2– Probabilité du contraire

Quel que soit l'événement A , $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

Exercice 26.3

La probabilité qu'un événement A se réalise est $P(A) = 0,3$. Quelle est la probabilité de son événement contraire, noté $\bar{A}$?

Exercice 26.4

On lance un dé équilibré à six faces. Quelle est la probabilité de ne pas obtenir un 6 ?

Exercice 26.5

La météo annonce 25% de chances de pluie demain. Quelle est la probabilité qu'il ne pleuve pas ?

Exercice 26.6

Dans un jeu de trente-deux cartes, on tire une carte au hasard. La probabilité de tirer un roi est de $\frac{4}{32}$. Quelle est la probabilité de ne pas tirer un roi ?

3– Probabilité d'un événement

La probabilité d'un événement est la somme des probabilités des issues qui le composent.

Exemple

On lance un dé à six faces qui a été truqué. La probabilité d'obtenir chaque face est la suivante :

Face n°	1	2	3	4	5	6
Proba	0,1	0,3	0,1	0,2	0,1	0,2

Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de 3 ?

Les multiples de 3 entre 1 et 6 sont 3 et 6. La probabilité cherchée est donc $P(3) + P(6) = 0,1 + 0,2 = 0,3$.

Exercice 26.10

Sur une roue de loterie, la probabilité de tomber sur le secteur A est de 0,2 et celle de tomber sur le secteur B est de 0,4. Les secteurs ne se chevauchent pas. Quelle est la probabilité de tomber sur le secteur A ou le secteur B ?

Exercice 26.11

On lance un dé truqué. La probabilité d'obtenir chaque face est la suivante :

Face n°	1	2	3	4	5	6
Proba	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3

Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre inférieur ou égal à 3 ?

Exercice 26.12

Une roue de loterie est divisée en trois secteurs de couleurs différentes. La probabilité de s'arrêter sur le rouge est de 0,5, sur le bleu de 0,3 et sur le vert de 0,2. Quelle est la probabilité que la roue s'arrête sur le bleu ou le vert ?

Exercice 26.13

Une étude statistique sur les groupes sanguins dans une population donne les répartitions suivantes : Groupe A (45%), Groupe O (43%), Groupe B (9%), Groupe AB (3%). Quelle est la probabilité qu'une personne prise au hasard soit du groupe B ou du groupe AB ?

Exercice 26.14

Un sac contient des jetons de différentes couleurs. La probabilité de tirer un jeton rouge est de 0,5, un jeton vert de 0,15, et un jeton jaune de 0,35. Quelle est la probabilité de tirer un jeton qui ne soit pas rouge ?

Exercice 26.15

Dans une bibliothèque, 60% des livres sont des romans, 25% sont des bandes dessinées et 15% sont des journaux. On choisit un livre au hasard. Quelle est la probabilité que ce soit un roman ou un journal ?

27 Équiprobabilité

Si A est un événement d'une expérience aléatoire d'univers Ω et qu'on est **en situation d'équiprobabilité**,

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues dans } A}{\text{nombre d'issues dans } \Omega}$$

Exemple

Une roue de loterie est divisée en 8 secteurs de taille identique, numérotés de 1 à 8. On fait tourner la roue. Quelle est la probabilité qu'elle s'arrête sur un nombre premier ?

On est a priori en situation d'équiprobabilité car les secteurs de taille identique et nous n'avons pas plus d'information sur leur disposition, la vitesse initiale du geste, la masse de la roue...

Les nombres premiers entre 1 et 8 sont 2, 3, 5 et 7.

Ainsi, la probabilité cherchée est $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

Exercice 27.1

On choisit au hasard un jour de la semaine. Quelle est la probabilité que ce soit un jour du week-end (samedi ou dimanche) ?

Exercice 27.2

On tire au hasard une lettre de l'alphabet (qui en compte 26). Quelle est la probabilité de tirer une voyelle (A, E, I, O, U, Y) ?

Exercice 27.3

Dans une boîte, il y a 12 crayons de couleur identiques au toucher : 4 rouges, 4 bleus et 4 verts. On prend un crayon au hasard. Quelle est la probabilité qu'il ne soit pas bleu ?

Exercice 27.4

Une tombola comporte 100 tickets. 5 tickets permettent de gagner un lot. On achète un seul ticket. Quelle est la probabilité de gagner un lot ?

Exercice 27.5

On choisit au hasard une lettre du mot "MATHÉMATIQUES". Quelle est la probabilité de tomber sur la lettre "M" ?

Exercice 27.6

Un sac contient 25 billes indiscernables au toucher : 10 sont bleues, 8 sont rouges et le reste sont jaunes. Quelle est la probabilité de tirer une bille jaune ?

Exercice 27.7

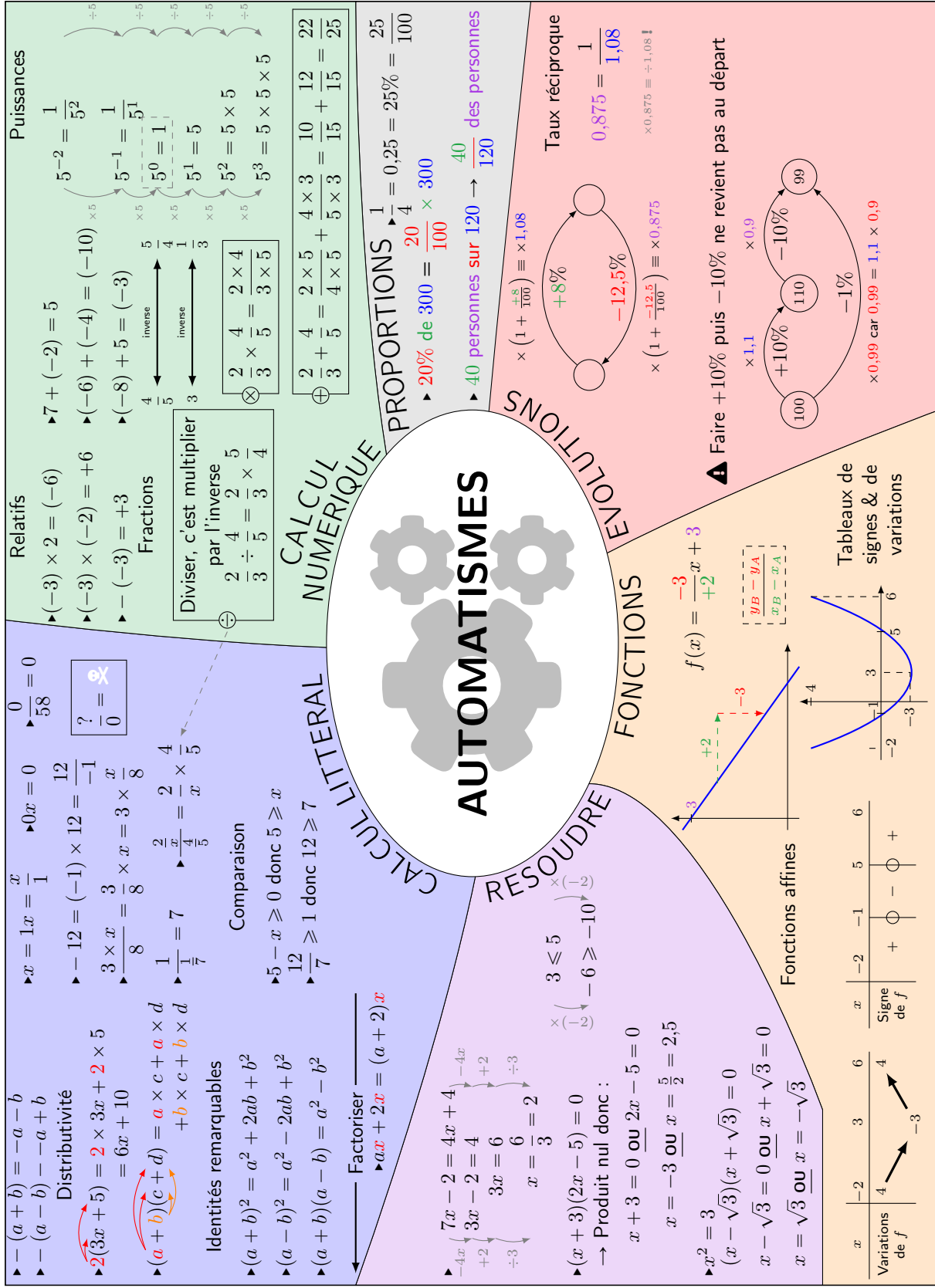
On lance un dé à 12 faces (dodécaèdre régulier), numérotées de 1 à 12. Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de 4 ?

Exercice 27.8

Dans une playlist contenant 50 chansons, on lance la lecture en mode aléatoire. Quelle est la probabilité que la première chanson jouée soit l'une de tes 5 chansons préférées ?

Exercice 27.9

On lance deux dés équilibrés à six faces et on additionne les chiffres obtenus. Le nombre total de résultats possibles est 36. Quelle est la probabilité d'obtenir une somme égale à 7 ?



Mathématiques

Automatismes de seconde

Ce livret est un ensemble de petits exercices de difficulté variable visant à travailler l'ensemble des automatismes attendus en classe de seconde.

Cours & illustrations réalisés par R. Dziri et E. Suong
Les exercices sont issus de sources multiples. Pour tout ajout
de référence, adaptation ou retrait, merci de nous contacter.

