

Sujet du devoir maison 2

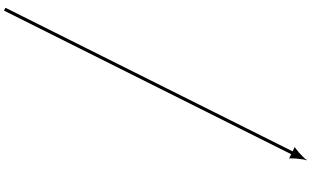
Exemple-type

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x}$. Soient x et y deux réels strictement positifs distincts.

Le taux d'accroissement de f entre x et y est :

$$\tau = \frac{f(x) - f(y)}{x - y} = \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}{x - y} = \frac{\frac{y-x}{xy}}{x - y} = \frac{y-x}{xy} \frac{1}{x-y} = -\frac{\cancel{x-y}}{xy} \frac{1}{\cancel{x-y}} = \frac{-1}{xy}$$

Comme $x > 0$ et $y > 0$, $\tau < 0$, donc f est décroissante sur $]0; +\infty[$.

x	0	$+\infty$
f		

Exercice

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x-1)^2$. Soient x et y deux réels distincts.

- 1► Rappeler la définition générale du taux d'accroissement de f entre x et y .
- 2► Remplacer $f(x)$ et $f(y)$ dans cette expression.
- 3► En utilisant l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$, factoriser le numérateur.
- 4► Identifier le facteur commun du numérateur et du dénominateur.
- 5► Simplifier l'expression du taux d'accroissement.
- 6► On suppose dans cette question que x et y sont plus grands que 1.
 - a► Justifier que $x + y \geq 2$.
 - b► En déduire que le taux d'accroissement entre x et y est positif dans ce cas.
- 7► On suppose dans cette question que x et y sont plus petits que 1.
 - a► Justifier que $x + y \leq 2$.
 - b► En déduire que le taux d'accroissement entre x et y est négatif dans ce cas.
- 8► Quelle est la monotonie (croissante/décroissante) de f sur $[1; +\infty[$? Justifier proprement.
- 9► Quelle est la monotonie (croissante/décroissante) de f sur $] -\infty; 1]$? Justifier proprement.
- 10► Quelle est la valeur de f en $x = 1$?
- 11► Construire le tableau de variations complet de f .