

Sujet du devoir maison 3

1– Proportions

Définition 1

Proportion

Soit E une population comportant $n_E > 0$ individus, et A une sous-population de E comportant n_A individus.

La proportion de A dans E est le nombre $p =$.

Exemple 2

Lors de l'élection présidentielle de 2022, 35 096 478 votants étaient inscrits sur les listes électorales. Parmi eux, 6 106 787 se sont abstenus lors des deux tours.

La proportion de ceux-ci parmi les votants est donc $p =$.

Proposition 3

Pourcentage d'une quantité

Calculer $t\%$ d'une quantité Q revient à calculer .

Exemple 4

Dans une plaquette de 180g de chocolat, le cacao représente 55%. Cela représente donc .

Méthode 5 (Quelques pourcentages utiles)

► 10% de $Q = Q \div$

► 33% de $Q \approx Q \div$

► 20% de $Q = Q \div$

► 50% de $Q = Q \div$

► 25% de $Q = Q \div$

► 75% de $Q = Q \div$ $\times$

Proposition 6

Proportion de proportion

Soient E une population, A une sous population de E , et B une sous-population de A . On note $p_{A,E}$ la proportion de A dans E , et $p_{B,A}$ la proportion de B dans A .

La proportion $p_{B,E}$ de B dans E est donnée par :

$$p_{B,E} = p_{B,A} \times p_{A,E}$$

Exemple 7

En 2024, 51,5% des électeurs français se sont rendus aux urnes pour les élections européennes. En France, 44,1% des suffrages exprimés étaient dirigés vers des partis classés à droite, 14,6% vers des partis classés au centre, et 31,6%

vers des partis classés à gauche.

On voudrait savoir quel pourcentage des électeurs (et non des suffrages exprimés) français ont voté pour chaque bloc : on multiplie donc la proportion de votant par les proportions de chaque bloc.

- ▶ Environ 22,7% des électeurs ont voté pour le bloc de droite car $0,515 \times 0,441 \approx 0,227 = 22,7\%$,
- ▶ Environ 8% des électeurs ont voté pour le bloc du centre car ,
- ▶ Environ 16,3% des électeurs ont voté pour le bloc de gauche car .

2– Taux d'évolution

Définition 8

Variation absolue, variation relative, coefficient multiplicateur

Soit V une grandeur strictement positive qui prend la valeur $V_{\text{départ}}$ puis la valeur $V_{\text{arrivée}}$.

- ▶ La *variation absolue* de V est $\Delta V = V_{\text{arrivée}} - V_{\text{départ}}$.
- ▶ La *variation relative*, ou *taux d'évolution* de V est $\tau = \frac{V_{\text{arrivée}} - V_{\text{départ}}}{V_{\text{départ}}} = \frac{\Delta V}{V_{\text{départ}}}$.
- ▶ Le *coefficient multiplicateur* entre $V_{\text{départ}}$ et $V_{\text{arrivée}}$ est le nombre CM par lequel il faut multiplier $V_{\text{départ}}$ pour obtenir $V_{\text{arrivée}}$, c'est-à-dire $V_{\text{arrivée}} = CM \times V_{\text{départ}}$. Autrement dit, $CM = \frac{V_{\text{arrivée}}}{V_{\text{départ}}}$.

Propriété 9

Le coefficient multiplicateur et le taux d'évolution sont liés par la relation :

$$\tau = CM - 1$$

En particulier,

$$V_{\text{arrivée}} = (1 + \tau)V_{\text{départ}}$$

Proposition 10

- ▶ Augmenter une quantité Q de $t\%$, c'est calculer $Q \times \left(1 + \frac{t}{100}\right)$
- ▶ Diminuer une quantité Q de $t\%$, c'est calculer $Q \times \left(1 - \frac{t}{100}\right)$

Quelques correspondances variation relative $\longleftrightarrow$ coefficient multiplicateur utiles :

+10%	+25%	+40%	+100%	−10%	−25%	−50%	−40%
×	×	×	×	×	×	×	×

Remarque 11

- ▶ Les taux sont souvent exprimés en pourcentages. Ainsi, un taux de 0,25 correspond à un pourcentage de (et à une multiplication par).
- ▶ Un taux positif correspond à une *augmentation* : un taux de 0,67 correspond à une augmentation de (et

à une multiplication par).

- Un taux négatif correspond à une *diminution* : un taux de $-0,52$ correspond à une évolution de -52% , autrement dit une *diminution* de 52% . Cela correspond également à une multiplication par $1 - 0,52 = 0,48$.

Exemple 12

- Le prix du kWh l'électricité en février 2020 était de $0,1546\text{€}$. En juillet 2024, il était de $0,2516\text{€}$. Comme $0,2516 \approx 1,63 \times 0,1546$, le coefficient multiplicateur est d'environ . Cela correspond donc à un taux de $\tau = \text{}$, soit % d'augmentation.
- En 1980, la demande mondiale de plastique était de 60 tonnes environ. En 2020, elle était de 360 tonnes. Comme $360 = 6 \times 60$, cela correspond à un coefficient multiplicateur de . Cela correspond donc à un taux de $\tau = \text{}$, soit % d'augmentation.
- Dans les années 1980, la superficie des glaces arctiques de plus de 4 ans d'âge atteignait environ 3 millions de km^2 . Dans les années 2020, elle dépassait à peine $0,3$ millions de km^2 . Comme $0,3 = 0,1 \times 3$, cela correspond à un coefficient multiplicateur de . Cela correspond donc à un taux de $\tau = \text{}$, soit %, autrement dit une diminution de %.

3– Évolutions successives et réciproques

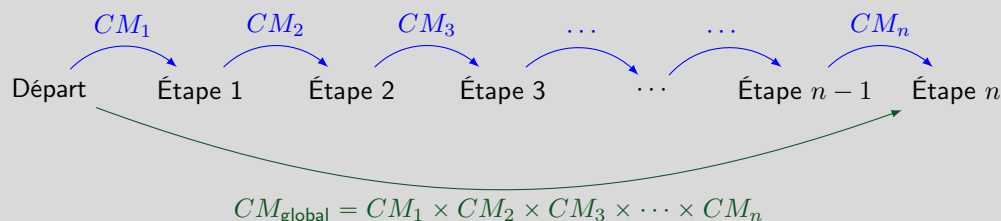
Taux d'évolution global

Définition 13

Lorsqu'une grandeur évolue plusieurs fois successivement, le *taux d'évolution global* correspond au taux d'évolution entre la valeur initiale et la valeur finale.

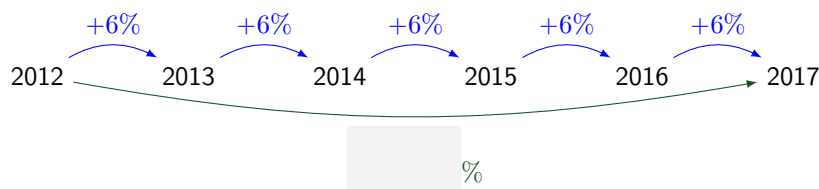
Il correspond au coefficient multiplicateur qui est égal au produit de tous les coefficients intermédiaires :

$$CM_{\text{global}} = CM_1 \times CM_2 \times CM_3 \times \dots \times CM_n$$



Exemple 14

Imaginons que d'une année à l'autre, le taux d'évolution du prix de l'électricité est de 6% . Cela correspond à un coefficient multiplicateur de $CM = \text{}$. Ainsi, en 5 ans, l'évolution globale est $CM_{\text{global}} = \text{}$. Le taux d'évolution global est donc environ de %.



4– Exercices

Exercice 15

En 1998, le film *Titanic* avait enregistré 20 634 793 entrées. Cette année-là, tous films confondus, les cinémas en France ont enregistré 170,1 millions d'entrées.

En 2008, le film *Bienvenue chez les Ch'tis* avait enregistré 20 489 303 entrées. Cette année-là, tous films confondus, les cinémas en France ont enregistré 212,7 millions d'entrées.

Lequel de ces deux films a attiré la proportion de spectateurs l'année de sa sortie ?

Exercice 16

- 1► L'Asie compte environ 4,6 milliards d'habitants, et 31% d'entre eux vivent en Inde. Combien l'Inde compte-t-elle d'habitants ?
- 2► La France compte environ 67 millions d'habitants, ce qui représente environ 15% de la population totale de l'Union Européenne (UE). Combien l'UE compte-t-elle d'habitants au total ?

Exercice 17

L'été dernier, 64% des Espagnols sont partis en vacances, et parmi ceux-ci, 61% sont allés à la mer. Quel pourcentage des Espagnols sont allés à la mer l'été dernier ?

Exercice 18

Recopier et compléter sans justifier le tableau ci-dessous :

Variation en pourcentage	Baisse de 28%	Hausse de 73%		
Coefficient multiplicateur			0,9	1,23

Exercice 19

Un magasin de meubles propose des soldes.

- 1► Une table coûtait 345€ et est soldée à -45%. Quel est son nouveau prix ?
- 2► Un lot de chaises coûte, solde compris, 202,80€. Sachant qu'il est soldé à -35%, quel est le prix initial du lot de chaises ?
- 3► Une armoire coûtait 340€, et est proposée à 119€ pendant les soldes.
 - a► Quelle est la variation absolue du prix de cette armoire ?
 - b► Quel est le pourcentage de réduction ?

Exercice 20

Le prix des barres de céréales a augmenté de 40% puis diminué de 40%. Comment le prix a-t-il évolué globalement ? A-t-il augmenté, diminué ? De quel pourcentage ?