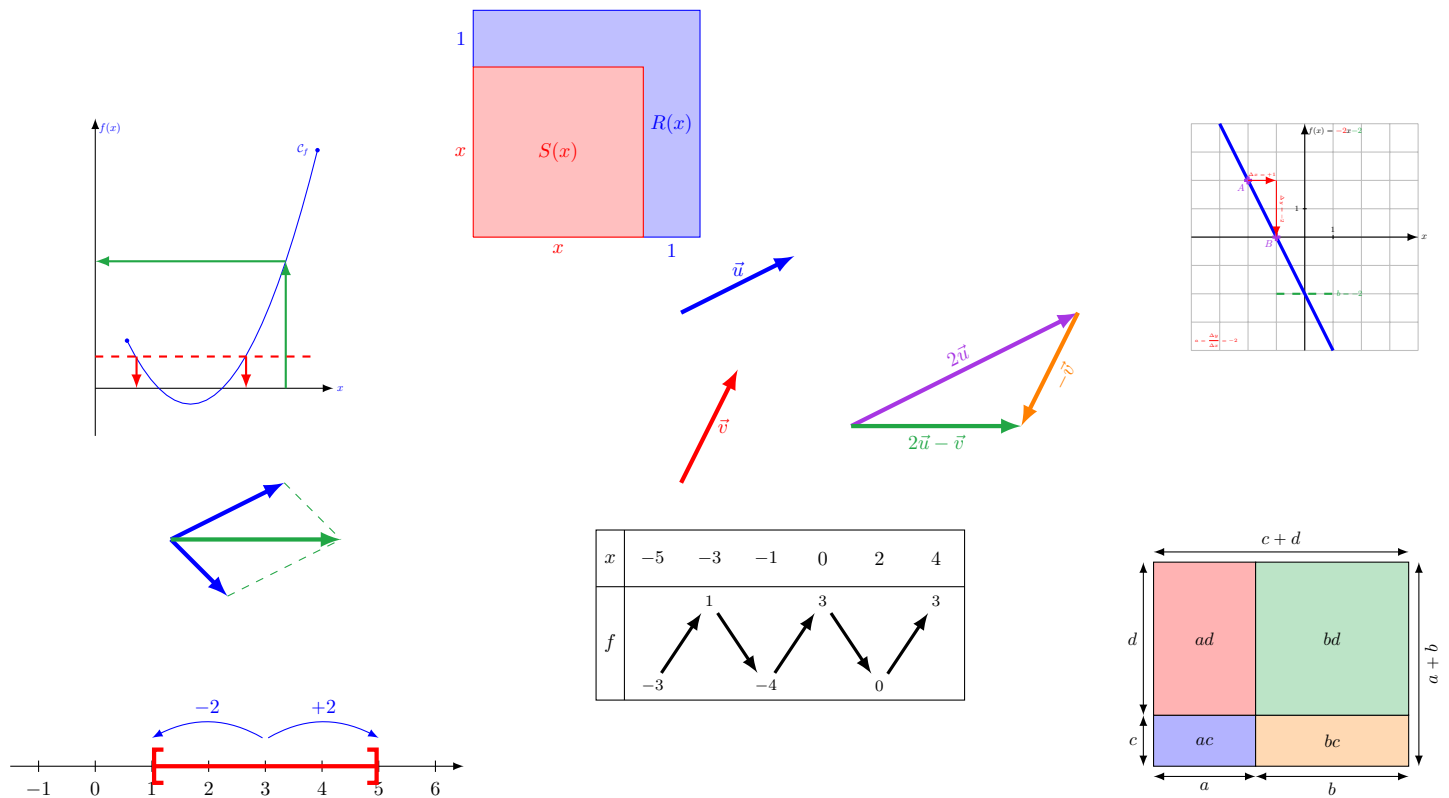
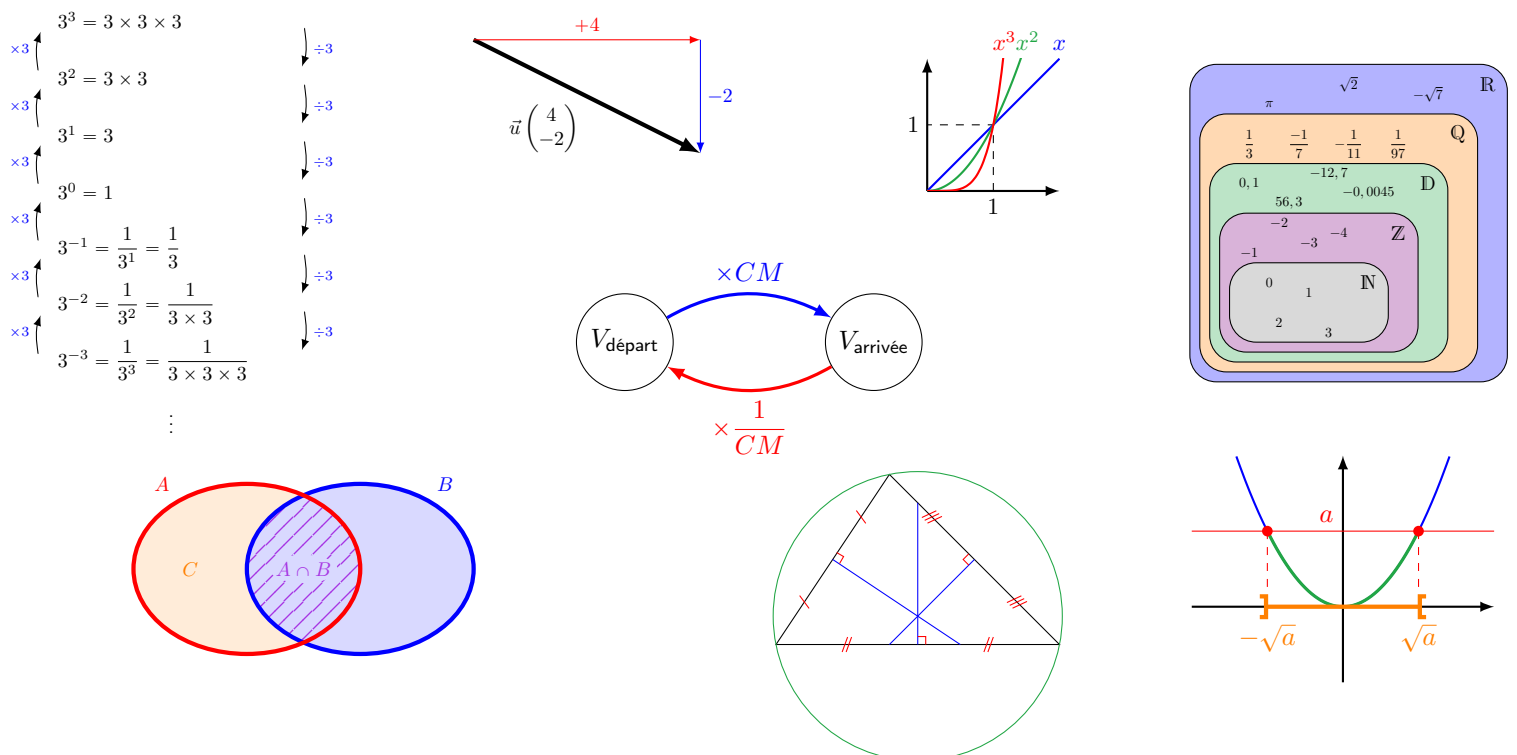




Mathématiques

Seconde GT – Corrections



Conseils de travail

Maîtriser un exercice, ce n'est pas lire sa correction. À quoi sert donc de disposer d'un recueil de corrections ? Voici une méthode de travail conseillée, en plusieurs étapes. Attention, aucune méthode n'est universelle : celle proposée ici peut très bien ne pas vous convenir.

1► **Se confronter *activement* à l'exercice.** On ne réfléchit pas à un exercice, on l'éprouve.

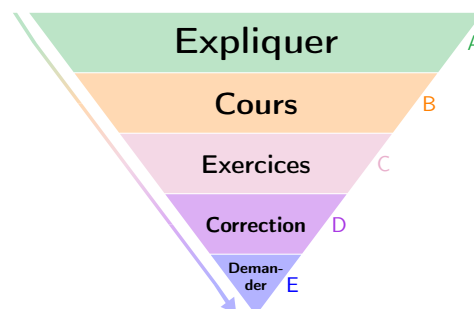
- i► On commence par prendre une feuille et un stylo, ou un tableau et un feutre ou une craie,
- ii► On recense les informations de l'énoncé (quelles sont les données, les relations, les formules admises, mais aussi comment s'appellent les objets en jeu, quelle est leur nature, ...),
- iii► On identifie les objectifs (qu'est-ce qu'on cherche à montrer, réfuter, est-ce qu'on cherche à montrer une égalité, une propriété; si c'est une propriété énoncée en français, quel est son équivalent en notations mathématiques...),
- iv► Éventuellement, on liste les formules, théorèmes, méthodes, ... qui nous viennent à l'esprit.

⚠ Important : se confronter $\neq$ réussir. Quand on cherche à résoudre un exercice, on ne cherche pas la solution la plus rapide, on cherche UNE solution. On explore plusieurs routes, certaines sont sans issue, et ce n'est pas grave. C'est comme un labyrinthe : on ne trouve pas le chemin de la sortie du premier coup. Parfois il faut rebrousser chemin, choisir quelle piste explorer... Parfois, il y a même plusieurs routes vers la sortie.

2► **Échouer.** Si vous arrivez à faire tous les exercices du premier coup, ce n'est pas normal, vous n'avez rien à faire en terminale !

⚠ Laisser une page vide, ce n'est pas échouer, c'est abandonner. On ne peut décemment pas rester sans écrire face à un exercice ; il y a toujours des choses à écrire : comme dit ci-dessus, on peut lister les informations de l'énoncé, résumer les résultats des questions précédentes, clarifier les objectifs, lister les méthodes, formules et théorèmes que l'on a tenté, que l'on n'a pas encore tenté...

Pour surmonter l'échec, on respecte la pyramide du soutien :



A► On essaye d'expliquer l'exercice (de quoi il parle, ce que vous devez faire, ce que vous avez tenté, pourquoi vous l'avez tenté...) à quelqu'un d'autre à voix haute. Trouvez un ami, un proche, ... prêt à vous écouter, sans nécessairement vous répondre. Si vous n'avez personne à disposition, la [méthode du canard en plastique](#) (Wikipédia [🔗](#)) est très prisée des chercheurs et chercheuses. Le fait d'expliquer son problème à voix haute aide à prendre du recul. Ne vous est-il jamais arrivé de trouver la réponse à une question au moment même où vous la posez ?

B► On relit le cours. Y a-t-il une définition, une propriété, une méthode qui se rapproche de l'exercice ?

C► On relit les exercices déjà traités. Y a-t-il un exercice proche de celui sur lequel on bloque ? Si oui, essayez de mimer la solution !

D► On *recopie* la correction. Dans ce manuel, les corrections sont rédigées de manière plutôt compacte, pour deux raisons : l'une est écologique, l'autre est pour forcer une lecture active. Il faut faire preuve d'une grande concentration pour suivre la correction telle qu'elle est écrite. En recopiant la correction, on s'assure de ne pas passer trop vite sur un détail que l'on pense comprendre à tort.

E► Si vous ne comprenez pas la correction même après l'avoir recopiée et étudiée, posez la question à un expert. Votre professeur, un(e) camarade à l'aise, voire une intelligence artificielle pour certains cas.

3► **Contrôler.** On vérifie, à l'aide de la correction si elle est suffisamment détaillée, sinon en demandant une relecture au professeur, que la rédaction est complète : bons quantificateurs, connecteurs logiques, justifications...

-
- 4► **Recommencer.** On choisit un autre exercice similaire, et on s'y confronte. On recommence jusqu'à réussir.
- ⚠ Attention ! « Maîtriser » un exercice, ça ne veut pas dire être capable de le réussir, ça veut dire être incapable d'échouer.
- 5► **Pérenniser.** Il est important de réactiver la mémoire fréquemment ! La fin du chapitre en cours ne sonne pas la fin du travail des exercices. De temps en temps, revenez sur les exercices d'anciens chapitres pour vous assurer que vous les maîtrisez toujours.

Pour les plus motivé(e)s, voici d'autres moyens d'aller plus loin dans cette méthode de travail :

- **Qualifier l'avancement.** Classez les exercices en 7 catégories : S pour les exercices que vous réussissez sans problème, A, B, C, D et E selon l'étage de la pyramide du soutien qui vous a permis de vous débloquer, et F pour les exercices non traités.
- Quand vous voulez travailler un chapitre, sélectionnez au hasard un exercice de chaque catégorie, et faites évoluer leur notation en conséquence !
- **Qualifier les obstacles.** Après avoir galéré sur un exercice, prenez du recul et essayez d'identifier la nature des obstacles que vous avez dû surmonter. Était-ce une faiblesse sur les formules de dérivation ? Une erreur sur du calcul fractionnaire ? littéral ? Cela vous permettra d'identifier vos points faibles et d'y remédier.

⚠ Lorsque vous devez réviser un examen incluant plusieurs chapitre : la quantité d'exercices travaillés doit être inversement proportionnelle à votre niveau d'aisance. Par exemple, si vous êtes à l'aise en géométrie mais pas en probabilités, travaillez 3 exercices de probabilités et 1 de géométrie, et non l'inverse ! C'est désagréable car on éprouve plus de difficultés, mais faire l'inverse revient à renforcer ses points forts et aggraver ses points faibles.

❗ La maîtrise passe par le mimétisme, la reconnaissance de *patterns*. Ces *patterns* ne sont pas quelque chose qui s'explique, mais qui se ressent. Si on veut bien retenir la formule de la distance entre deux points, on calcule des distances encore et encore, jusqu'à ce qu'on n'ait plus besoin d'y réfléchir, pour que la formule nous semble naturelle. Si vous avez besoin d'écrire qui sont x_A , x_B , y_A et y_B , d'écrire la formule, de remplacer les différents blocs de la formule... cet effort conscient signifie que la formule n'est pas instinctive pour vous. C'est comme un musicien qui répète ses gammes des centaines de fois pour pouvoir les faire instinctivement, ou un basketteur qui s'entraîne des centaines d'heures pour pouvoir lancer le ballon dans le panier, où qu'il soit placé, et avec un excellent taux de réussite. Grâce à leur entraînement, leurs mains bougent toutes seules, ils n'ont pas besoin de réfléchir à quelle note jouer ou à quel angle tirer le ballon.

❗ Apprendre, comprendre et maîtriser sont des concepts distincts. Apprendre son cours, c'est le connaître et être capable de le restituer. Maîtriser son cours, c'est être en plus capable de l'appliquer de manière pertinente pour résoudre un exercice. Comprendre son cours, c'est savoir expliciter les liens entre les différents objets, savoir identifier la nature de tous les éléments d'une formule ou d'un théorème, savoir pourquoi tel théorème possède telle hypothèse et pas d'autres...

J'aime dire, sans aucun fondement scientifique, que : il faut 1 semaine pour apprendre une notion, 2 mois pour la maîtriser et 3 ans pour la comprendre.

En seconde, on apprend à gagner en autonomie dans le travail. Plus le temps passe, moins on vous dira ce que vous devez travailler, jusqu'à ce qu'on vous balance une pile de documents sans plus de précisions. On vient en cours pour comprendre le cours, pas pour l'apprendre. Le rôle du professeur est de vous débloquer là où toutes les solutions en autonomie ont échoué, et à un certain niveau d'études qui viendra très bientôt, ce rôle s'arrête là.

Cours de seconde GT

N1	Entiers relatifs et fractions	7
	Exercices	7
	Exercices en autonomie	8
	Corrections	9
C1	(In)équations de degré 1	13
	Exercices	13
	Corrections	16
N2	Nombres décimaux et puissances	21
	Exercices	21
	Corrections	23
G1	Notion de vecteur	27
	Exercices	27
	Corrections	30
C2	Développer et réduire	33
	Exercices	33
	Corrections	35
D1	Proportions	37
	Exercices	37
	Corrections	41
F1	Généralités sur les fonctions	47
	Corrections	48
D2	Évolutions	49
	Exercices	49
	Corrections	52
C3	Factoriser	57
	Exercices	57
	Corrections	58
F2	Variation de fonctions	59
	Corrections	60
F3	Fonctions affines	61
	Exercices	61
	Corrections	65
D3	Statistiques	67
	Corrections	68

N3 Nombres réels et intervalles	69
Corrections	70
C4 Racines carrées et distances	71
Corrections	72
D4 Probabilités	73
Corrections	74
G2 Géométrie repérée	75
Corrections	76
N4 Nombres entiers et arithmétique	77
Corrections	78
C5 (In)équations produits et quotient	79
Corrections	80
G3 Droites du plan	81
Exercices	81
Corrections	87
G4 Géométrie non repérée	89
Exercices	89
Corrections	93

N1 Entiers relatifs et fractions

Exercices

Exercice 1

- a► $3 + (-4)$ f► $5 - (-4)$
 b► $5 + (-7)$ g► $7 - (-12)$
 c► $(-9) + (-2)$ h► $(-9) - (-4)$
 d► $9 + (-4)$ i► $17 - 8 - 8$
 e► $17 + (-28)$

Exercice 2

- a► $5 \times (-4)$ c► $(-9) \times (-5)$
 b► $7 \times (-12)$

Exercice 3

- a► $2 - 2 \times 5$ c► $7 \times 3 - 3 \times 2$
 b► $12 - 8 + 7 - (-5) + 3$

Exercice 4

- a► $(-5) \times 3 + 2 - 2 \times (-4)$
 b► $17 \times (-3) + (2 \times (-4)) \times 2$
 c► $(5 - 6) \times (-8) \div 4$

Exercice 5

- a► $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ b► $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ c► $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$ d► $\frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{1}{3}$

Exercice 6

- a► $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ b► $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$ c► $\frac{1}{2} \times \frac{-3}{4}$ d► $\frac{1}{2} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{3}$

Exercice 7

Donner les inverses des nombres suivants.

- a► 3 b► 5 c► (-4) d► 1,5 e► $\frac{1}{3}$ f► $\frac{3}{5}$

Exercice 8

Donner les inverses des nombres suivants.

- a► 10 c► 0,04 e► $\frac{-7}{6}$
 b► 1 d► $\frac{1}{4}$

Exercice 9

Calculer :

- a► $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$ b► $\frac{3}{5} \times \frac{7}{6}$ c► $\frac{9}{5} \div 4$ d► $\frac{\frac{7}{2}}{\frac{6}{3}}$

Exercice 10

Calculer :

- a► $\frac{\frac{4}{3}}{\frac{3}{8}}$ b► $\frac{9}{13} \div 4,5$ c► $\frac{\frac{7}{11}}{\frac{21}{22}}$

Exercice 11

Calculer ou simplifier :

- a► $\frac{12}{11} \div 0,1$ c► $\frac{5}{3} \times 0,6$ e► $\frac{6x+3}{2x+1}$
 b► $\frac{3}{5} \div \frac{-1}{3}$ d► $\frac{1}{7} \div \frac{3}{7}$ f► $\frac{3x^2+5x}{x}$

Exercices en autonomie

Exercice 12

- | | |
|------------------|---------------------|
| a► $7 - (-12)$ | d► $9 + (-12)$ |
| b► $(-9) - (-4)$ | e► $(-29) - 17$ |
| c► $17 - 8 - 8$ | f► $253 - 188 - 80$ |

Exercice 14

- | | |
|--------------------------------|--|
| a► $\frac{1}{2} + \frac{2}{5}$ | c► $\frac{2}{5} - \frac{2}{9}$ |
| b► $\frac{5}{8} + \frac{2}{8}$ | d► $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{5}{6}$ |

Exercice 13

- | | |
|---------------------|-----------------------|
| a► $9 \times (-4)$ | c► $(-6) \times (-8)$ |
| b► $17 \times (-3)$ | |

Exercice 15

- | | |
|-------------------------------------|--|
| a► $\frac{1}{2} \times \frac{2}{5}$ | c► $\frac{2}{5} \times \frac{2}{9}$ |
| b► $\frac{5}{8} \times \frac{2}{9}$ | d► $\frac{3}{2} \times \frac{5}{3} \times \frac{7}{5}$ |

Exercice 16

La moitié d'un gâteau est au frigo. Christine en mange tiers de ce qu'il reste et le remet au frigo. Une heure plus tard, Luc mange la moitié de ce qu'il reste au frigo.
Donner des fractions correspondants aux parts de Luc et de Christine.

Corrections

Correction de l'ex 1

- a► $3 + (-4)$: le nombre négatif est plus important que le positif, donc leur somme est négative. L'écart entre leurs distances à zéro (donc entre 3 et 4) est de 1 unité : le résultat de cette somme est donc -1 .
- b► $5 + (-7)$: le nombre négatif est plus important que le positif, donc leur somme est négative. L'écart entre leurs distances à zéro (donc entre 5 et 7) est de 2 unités : le résultat de cette somme est donc -2 .
- c► $(-9) + (-2)$: les deux nombres sont négatifs, donc leur somme est négative. On cumule leurs distances à zéro : $9 + 2 = 11$, donc le résultat de la somme est -11 .
- d► $9 + (-4)$: le nombre positif est plus important que le négatif, donc leur somme est positive. L'écart entre leurs distances à zéro (donc entre 9 et 4) est de 5 unités : le résultat de cette somme est donc $+5$.
- e► $17 + (-28)$: le nombre négatif est plus important que le positif, donc leur somme est négative. L'écart entre leurs distances à zéro (donc entre 17 et 28) est de 11 unités : le résultat de cette somme est donc -11 .
- f► $5 - (-4)$: soustraire un négatif revient à ajouter son opposé, et l'opposé de (-4) est $(+4)$. Ainsi, ce calcul revient à $5 + (+4)$, soit plus simplement $5 + 4 = 9$.
- g► $7 - (-12)$: soustraire un négatif revient à ajouter son opposé, et l'opposé de (-12) est $(+12)$. Ainsi, ce calcul revient à $7 + (+12)$, soit plus simplement $7 + 12 = 19$.
- h► $(-9) - (-4)$: soustraire un négatif revient à ajouter son opposé, et l'opposé de (-4) est $(+4)$. Ainsi, ce calcul revient à $(-9) + (+4)$, soit plus simplement $(-9) + 4$. Le nombre négatif est plus important que le positif, donc leur somme est négative. L'écart entre leurs distances à zéro (donc entre 9 et 4) est de 5 unités : le résultat de cette somme est donc -5 .
- i► $17 - 8 - 8$: en présence de plusieurs sommes et différences successives, on procède de gauche à droite. On commence par calculer $17 - 8 = 9$. On calcule ensuite $9 - 8 = 1$.

Correction de l'ex 2

- a► $5 \times (-4)$: les deux facteurs sont de signes opposés donc le produit est négatif. On s'intéresse maintenant aux distances à zéro : $5 \times 4 = 20$. Le résultat de $5 \times (-4)$ est donc (-20) .
- b► $7 \times (-12)$: les deux facteurs sont de signes opposés donc le produit est négatif. On s'intéresse maintenant aux distances à zéro : $7 \times 12 = 84$. Le résultat de $7 \times (-12)$ est donc (-84) .
- c► $(-9) \times (-5)$: les deux facteurs sont de même signe donc le produit est positif. On s'intéresse maintenant aux distances à zéro : $9 \times 5 = 45$. Le résultat de $(-9) \times (-5)$ est donc $(+45)$.

Correction de l'ex 3

- a► $2 - 2 \times 5$: la multiplication est prioritaire, et $2 \times 5 = 10$. Ce calcul se ramène donc à $2 - 10$, ce qui est égal à (-8) .
- b► $12 - 8 + 7 - (-5) + 3$: c'est une succession de sommes et de différences, on les effectue donc de gauche à droite. D'abord, $12 - 8 = 4$, puis $4 + 7 = 11$, puis $11 - (-5) = 11 + (+5) = 11 + 5 = 16$, et enfin $16 + 3 = 19$.
- c► $7 \times 3 - 3 \times 2$: les multiplications sont prioritaires sur la soustraction. D'une part, $7 \times 3 = 21$, d'autre part $3 \times 2 = 6$. Le calcul se ramène donc à $21 - 6$, ce qui vaut 15.

Correction de l'ex 4

- a► $(-5) \times 3 + 2 - 2 \times (-4)$: les multiplications sont prioritaires. D'une part, $(-5) \times 3 = (-15)$, et d'autre part $2 \times (-4) = (-8)$. Le calcul se ramène donc à $(-15) + 2 - (-8)$. De gauche à droite, $(-15) + 2 = (-13)$, puis $(-13) - (-8) = (-13) + (+8) = (-5)$.

- b► $17 \times (-3) + (2 \times (-4)) \times 2$: les calculs entre parenthèses sont prioritaires, puis viennent les multiplications restantes, et en dernier la somme. D'abord, dans la parenthèse, $2 \times (-4) = (-8)$, puis $(-8) \times 2 = (-16)$. Ensuite, $17 \times (-3) = (-51)$. On effectue enfin l'addition : $(-51) + (-16)$, ce qui donne (-67) .
- c► $(5 - 6) \times (-8) \div 4$: le calcul entre parenthèses est prioritaire. On effectue $5 - 6 = (-1)$. Le calcul se ramène alors à $(-1) \times (-8) \div 4$. En effectuant de gauche à droite, $(-1) \times (-8) = (+8) = 8$, puis $8 \div 4 = 2$.

Correction de l'ex 5

- a► $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$ (les deux fractions étaient déjà au même dénominateur).
- b► $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$
- c►
- d► $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$
- e► $\frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} + \frac{2 \times 2}{5 \times 2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{10} + \frac{4}{10} + \frac{1}{3} = \frac{9}{10} + \frac{1}{3} = \frac{9 \times 3}{10 \times 3} + \frac{1 \times 10}{3 \times 10} = \frac{27}{30} + \frac{10}{30} = \frac{37}{30}$

Correction de l'ex 6

- a► $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1 \times 1}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$
- b► $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1 \times 1}{2 \times 4} = \frac{1}{8}$
- c► $\frac{1}{2} \times \frac{-3}{4} = \frac{1 \times (-3)}{2 \times 4} = \frac{-3}{8}$
- d► $\frac{1}{2} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1 \times 2 \times 1}{2 \times 5 \times 3} = \frac{2}{30} = \frac{2 \div 2}{30 \div 2} = \frac{1}{15}$

Correction de l'ex 7

- a► $\frac{1}{3}$ b► $\frac{1}{5}$ c► $\frac{1}{-4}$ d► $\frac{1}{1,5}$ e► $\frac{3}{1}$ f► $\frac{5}{3}$

Remarques : pour la question d►, l'expression $\frac{1}{1,5}$ n'est pas une fraction car 1,5 n'est pas entier. La consigne ne précisait pas si l'exercice attendait l'inverse sous la forme d'une fraction, mais si c'était le cas, il suffirait de multiplier le numérateur et le dénominateur par 10. Pour la question e►, on peut simplifier le résultat en tout simplement 3.

Correction de l'ex 8

- a► $\frac{1}{10}$ b► $\frac{1}{1}$ c► $\frac{1}{0,04}$ d► $\frac{4}{1}$ e► $\frac{6}{-7}$

Remarques : mêmes remarques que l'exercice précédent.

Correction de l'ex 9

- a► $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1 \times 1}{3 \times 4} = \frac{1}{12}$
- b► $\frac{3}{5} \times \frac{7}{6} = \frac{3 \times 7}{5 \times 6} = \frac{21}{30} = \frac{21 \div 3}{30 \div 3} = \frac{7}{10}$

$$c \triangleright \frac{9}{5} \div 4 = \frac{9}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{9 \times 1}{5 \times 4} = \frac{9}{20}$$

$$d \triangleright \frac{\frac{7}{2}}{\frac{6}{3}} = \frac{7}{2} \times \frac{3}{6} = \frac{7 \times 3}{2 \times 6} = \frac{21}{12}$$

Remarque : pour le calcul b), et même de manière générale, il est judicieux de simplifier les calculs le plus tôt possible. Ici, on aurait pu simplifier le 3 et le 6 pour ne laisser qu'un facteur 2 au dénominateur, avant d'effectuer les deux produits.

Correction de l'ex 10

$$a \triangleright \frac{\frac{4}{3}}{\frac{8}{3}} = \frac{4}{3} \times \frac{3}{8} = \frac{4 \times 3}{3 \times 8} = \frac{32}{9}$$

$$b \triangleright \frac{\frac{9}{13} \div 4,5}{\frac{2}{13}} = \frac{9}{13} \times \frac{1}{4,5} = \frac{9}{13 \times 4,5} = \frac{9 \times 10}{(13 \times 4,5) \times 10} = \frac{9 \times 10}{13 \times 45} = \frac{\cancel{9} \times 10}{13 \times 5 \times \cancel{9}} = \frac{10}{13 \times 5} = \frac{10 \div 5}{(13 \times 5) \div 5} =$$

$$c \triangleright \frac{\frac{7}{11}}{\frac{21}{22}} = \frac{7}{11} \times \frac{22}{21} = \frac{7 \times 22}{11 \times 21} = \frac{7 \times \cancel{11} \times 2}{\cancel{11} \times 3 \times 7} = \frac{\cancel{7} \times 2}{3 \times \cancel{7}} = \frac{2}{3}$$

Correction de l'ex 11

$$a \triangleright \frac{12}{11} \div 0,1 = \frac{12}{11} \times \frac{1}{0,1} = \frac{12}{11 \times 0,1} = \frac{12 \times 10}{(11 \times 0,1) \times 10} = \frac{120}{11}$$

$$b \triangleright \frac{3}{5} \div \frac{-1}{3} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{-1} = \frac{3 \times 3}{5 \times (-1)} = \frac{9}{-5} = -\frac{9}{5}$$

$$c \triangleright \frac{5}{3} \times 0,6 = \frac{5}{3} \times \frac{6}{10} = \frac{5 \times 6}{3 \times 10} = \frac{\cancel{3} \times \cancel{3} \times 2}{\cancel{3} \times 2 \times \cancel{3}} = \frac{2}{2} = 1$$

$$d \triangleright \frac{1}{7} \div \frac{3}{7} = \frac{1}{7} \times \frac{7}{3} = \frac{1 \times \cancel{7}}{\cancel{7} \times 3} = \frac{1}{3}$$

$$e \triangleright \frac{6x+3}{2x+1} = \frac{3(2x+1)}{2x+1} = \frac{\cancel{3}(\cancel{2x+1})}{\cancel{2x+1}} = 3$$

$$f \triangleright \frac{3x^2+5x}{x} = \frac{x(3x+5)}{x} = \frac{\cancel{x}(3x+5)}{\cancel{x}} = 3x+5$$

C1 (In)équations de degré 1

Exercices

Appliquer

Exercice 1

Relier chaque nombre aux équations dont il est solution :

- | | |
|--------|---------------------------------|
| 3 • | • $3x - 5 = 1$ |
| 2 • | |
| 0 • | • $(x - 2) \times (2x + 1) = 0$ |
| -0,5 • | |
| -3 • | • $x^2 + 4 = 13$ |

Exercice 2

Relier chaque nombre aux inéquations dont il est solution :

- | | |
|--------|------------------------------------|
| 3 • | • $3x - 5 \geq 1$ |
| 2 • | |
| 0 • | • $(x - 2) \times (2x + 1) \leq 0$ |
| -0,5 • | |
| -3 • | • $x^2 + 4 > 13$ |

S'exercer

Exercice 3

Résoudre les équations suivantes :

- | | |
|----------------|----------------|
| ▶ $2x = 16$ | ▶ $3t - 3 = 9$ |
| ▶ $3y - 6 = 0$ | |
| ▶ $z + 7 = 4$ | ▶ $u + 1 = 2u$ |

Exercice 4

Résoudre les équations suivantes :

- | | |
|--------------------------|-----------------------|
| ▶ $3x + 7 = 0$ | ▶ $3(z + 7) = 9$ |
| ▶ $6 - y = 4$ | ▶ $2t - 8 = 2(t - 4)$ |
| ▶ $2u + 3 = (-2)(5 - u)$ | |
| ▶ $12u + 3 = 4(5 + 3u)$ | |

Exercice 5

Résoudre les équations suivantes :

- | | |
|---------------------|---------------------|
| ▶ $4x - 3 = 2x + 9$ | ▶ $6y - 9 = 3y + 4$ |
|---------------------|---------------------|

- | |
|---------------------------|
| ▶ $8 - (3z + 2) = 5z - 5$ |
| ▶ $7 + 2(3 - t) = 4t - 1$ |

Exercice 6

Résoudre les inéquations suivantes :

- | | |
|-----------------|--------------------|
| ▶ $3x > 9$ | ▶ $t - 15 \geq 30$ |
| ▶ $5y < 25$ | |
| ▶ $z + 10 < 16$ | ▶ $-u > 2$ |

Exercice 7

Résoudre les inéquations suivantes :

- | | |
|------------------------------|----------------------|
| ▶ $2x + 1 > 3$ | ▶ $2 - t < 5$ |
| ▶ $3y - 2 \leq 7$ | ▶ $5(u + 11) > (-6)$ |
| ▶ $-5z + \frac{1}{2} \geq 3$ | |

Exercice 8

Résoudre les inéquations suivantes :

$$\triangleright \frac{-9x + 1}{5} > 11$$

$$\triangleright 7z + 3 > 2z - 5$$

$$\triangleright 2 - 4y \leq 3$$

$$\triangleright 5t - 3 \leq 8t - 6$$

Exercice 9

Résoudre les inéquations suivantes :

$$\triangleright -5x + 4 > 19$$

$$\triangleright 10 - z \leq 2z - 23$$

$$\triangleright 100 - 3y < 34$$

S'entraîner

Exercice 10

Résoudre les équations suivantes :

$$\triangleright \frac{3x}{2} = \frac{1}{5}$$

$$\triangleright 0 = -3 - 2y$$

$$\triangleright \frac{z - 4}{3} = \frac{z + 3}{4}$$

$$\triangleright \frac{3}{4}t - \frac{5}{4} = t + \frac{1}{12}$$

Exercice 11

Alice pense à trois entier naturels consécutifs dont la somme est 135, quel sont ces nombres ?

Exercice 12

Les dépenses d'un service hospitaliers sont de deux types : les charges fixes qui s'élèvent à 1500€ et les charges variables qui s'élèvent à 300€ par patient.

1► Écrire en fonction du nombre p de patients le montant des dépenses du service hospitalier.

2► Si le service a dépensé 6900€, combien de patients a t-il soigné ?

Exercice 13

Pour prendre un taxi parisien, il faut régler 4,40€ de prise en charge et 1,20€ par kilomètre parcouru. Quelle distance peut on parcourir avec 20€ en poche ?

Exercice 14

Un vendeur de marrons dépense 30€ en marrons chaque jour, et doit payer 15€ d'énergie chaque jour pour alimenter son four. Le prix d'un sachet de marrons est de 2,50€. Combien de sachets de marrons doit vendre le commerçant pour gagner au moins 60€ en un jour ?

Exercice 15

On propose à un agent immobilier deux offres d'emploi.

La société A lui propose un fixe mensuel de 1000 € avec un intéressement de 15% sur montant des ventes effectuées. La société B lui propose un fixe de 600 € avec un intéressement de 25%.L'agent hésite puis se décide pour la société B . Quel montant minimum de ventes pense-t-il réaliser par mois ?

Exercices en autonomie

Exercice 16

Résoudre les équations suivantes :

$$\triangleright 4x = 0$$

$$\triangleright 3y + 1 = 0$$

$$\triangleright z - (5z + 7) = 2z - 3$$

$$\triangleright 3t + 1 = (-1) + 3t$$

$$\triangleright 2u + 2,5 = \frac{1}{3}(6u + 7,5)$$

Exercice 17

Résoudre les équations suivantes :

$$\triangleright 8x = 4$$

$$\triangleright 6y - 4 = 5$$

$$\triangleright 9z + 9 = 45 - z$$

$$\triangleright (-2t) + 5 = t + 4$$

$$\triangleright \frac{7u}{4} = \frac{16}{14}$$

$$\triangleright x - 1 = 5x + 5$$

Exercice 18

Résoudre les équations suivantes :

$$\triangleright 4x - 5(3 - 2x) = 4 - (2x - 7)$$

$$\triangleright 9y - 3(4 - 3y) = 2 - [35 - 3(4 - 2y)]$$

$$\triangleright 5z - 3[7 - 4(3 - 2z)] = 5(3 - z) - 4$$

$$\triangleright 3t - 5(3 - 2t) = 6t - 15$$

Exercice 19

Résoudre les équations suivantes :

$$\triangleright 7x \geq 0$$

$$\triangleright 5y + 1 \geq 0$$

$$\triangleright z - 4 \geq 3$$

$$\triangleright 2t - 3 \leq 5$$

$$\triangleright u - 7 < 2$$

Exercice 20

Résoudre les équations suivantes :

$$\triangleright 5x + 1 \geq 2x + 3$$

$$\triangleright 3y + 4 \geq 2y + 2$$

$$\triangleright z + 3 \geq (-2) - z$$

$$\triangleright \frac{t}{4} \geq 8$$

$$\triangleright u \geq u + 1$$

$$\triangleright 2u + 18 \geq 2(u + 4)$$

Exercice 21

Mme A a repéré une fuite d'eau sous son évier ce matin à 7h. Pour recueillir l'eau, elle a déposé une bassine qui peut contenir 7L sous l'évier. Il tombe une goutte toute les 6 secondes. Le volume d'une goutte d'eau est de 0,05 mL.

► Mme A peut elle partir travailler et revenir vider la bassine à 19h sans risque de débordement ?

► Déterminer le temps que mettra la bassine à se remplir.

Exercice 22 (Un problème légèrement plus corsé)

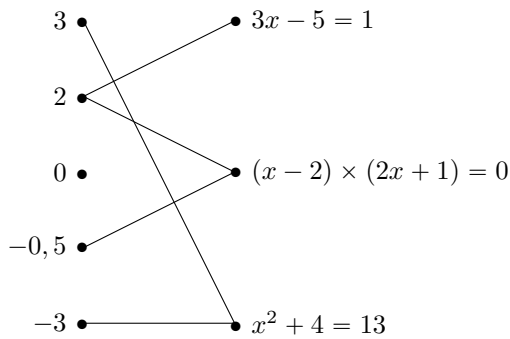
Deux forfaits téléphoniques proposent SMS et appels illimités. Dans le forfait de l'opérateur A, qui coûte 9,99€ par mois on a aussi droit à 500Mo de données. Chaque Mo de données supplémentaire utilisé coûtera 0,03€. Dans le forfait de l'opérateur B, qui coûte 12,99€ par mois, on a droit à 1000 Mo de données. Chaque Mo de données supplémentaire coûtera 0,07€.

Déterminer le forfait le plus avantageux en fonction de la quantité de données utilisée chaque mois.

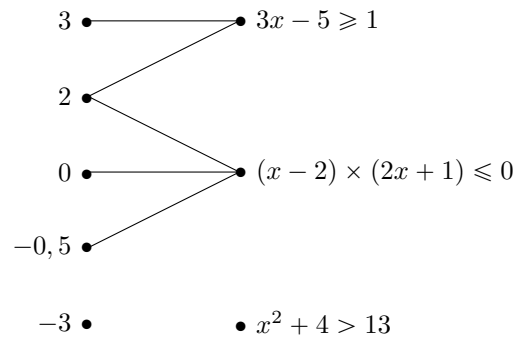
Corrections

Appliquer

Correction de l'ex 1



Correction de l'ex 2



S'exercer

Correction de l'ex 3

$$\begin{array}{l} \div 2 \left(\begin{array}{l} 2x = 16 \\ x = 8 \end{array} \right) \div 2 \\ \text{L'ensemble des solutions est } \{8\}. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} +6 \left(\begin{array}{l} 3y - 6 = 0 \\ 3y = 6 \\ y = 2 \end{array} \right) +6 \\ \div 3 \left(\begin{array}{l} 3y = 6 \\ y = 2 \end{array} \right) \div 3 \\ \text{L'ensemble des solutions est } \{2\}. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -7 \left(\begin{array}{l} z + 7 = 4 \\ z = -3 \end{array} \right) -7 \\ \text{L'ensemble des solutions est } \{-3\}. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} +3 \left(\begin{array}{l} 3t - 3 = 9 \\ 3t = 12 \\ t = 4 \end{array} \right) +3 \\ \div 3 \left(\begin{array}{l} 3t = 12 \\ t = 4 \end{array} \right) \div 3 \\ \text{L'ensemble des solutions est } \{4\}. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -u \left(\begin{array}{l} u + 1 = 2u \\ 1 = u \\ u = 1 \end{array} \right) -u \\ \text{L'ensemble des solutions est } \{1\}. \end{array}$$

Correction de l'ex 4

$$\begin{array}{l} -7 \left(\begin{array}{l} 3x + 7 = 0 \\ 3x = -7 \\ x = -\frac{7}{3} \end{array} \right) -7 \\ \div 3 \left(\begin{array}{l} 3x = -7 \\ x = -\frac{7}{3} \end{array} \right) \div 3 \\ \text{L'ensemble des solutions est } \left\{ -\frac{7}{3} \right\}. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -6 \left(\begin{array}{l} 6 - y = 4 \\ -y = -2 \\ y = 2 \end{array} \right) -6 \\ \times (-1) \left(\begin{array}{l} -y = -2 \\ y = 2 \end{array} \right) \times (-1) \\ \text{L'ensemble des solutions est } \{2\}. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3(z + 7) = 9 \\ -21 \left(\begin{array}{l} 3z + 21 = 9 \\ 3z = -12 \\ z = -4 \end{array} \right) -21 \\ \div 3 \left(\begin{array}{l} 3z = -12 \\ z = -4 \end{array} \right) \div 3 \\ \text{L'ensemble des solutions est } \{-4\}. \end{array}$$

$$2t - 8 = 2(t - 4)$$

$$\begin{array}{l} -2t \left(\begin{array}{l} 2t - 8 = 2t - 8 \\ -8 = -8 \end{array} \right) -2t \end{array}$$

Toujours vrai ! Tous les nombres sont solutions.

$$2u + 3 = (-2)(5 - u)$$

$$\begin{array}{l} -2u \left(\begin{array}{l} 2u + 3 = -10 + 2u \\ 3 = -10 \end{array} \right) -2u \end{array}$$

Égalité impossible : l'ensemble des solutions est $\emptyset$.

$$12u + 3 = 4(5 + 3u)$$

$$\begin{array}{l} -12u \left(\begin{array}{l} 12u + 3 = 20 + 12u \\ 3 = 20 \end{array} \right) -12u \end{array}$$

Égalité impossible : l'ensemble des solutions est $\emptyset$.

Correction de l'ex 5

$$\begin{array}{l} -2x \left(\begin{array}{l} 4x - 3 = 2x + 9 \\ 2x - 3 = 9 \end{array} \right) -2x \\ +3 \left(\begin{array}{l} 2x - 3 = 9 \\ 2x = 12 \end{array} \right) +3 \\ \div 2 \left(\begin{array}{l} 2x = 12 \\ x = 6 \end{array} \right) \div 2 \end{array}$$

L'ensemble des solutions est $\{6\}$.

$$\begin{array}{l} -3y \left(\begin{array}{l} 6y - 9 = 3y + 4 \\ 3y - 9 = 4 \end{array} \right) -3y \\ +9 \left(\begin{array}{l} 3y - 9 = 4 \\ 3y = 13 \end{array} \right) +9 \\ \div 3 \left(\begin{array}{l} 3y = 13 \\ y = \frac{13}{3} \end{array} \right) \div 3 \end{array}$$

L'ensemble des solutions est $\left\{\frac{13}{3}\right\}$.

$$8 - (3z + 2) = 5z - 5$$

$$\begin{array}{l} -5z \left(\begin{array}{l} 6 - 3z = 5z - 5 \\ 6 - 8z = -5 \end{array} \right) -5z \\ -6 \left(\begin{array}{l} 6 - 8z = -5 \\ -8z = -11 \end{array} \right) -6 \\ \div (-8) \left(\begin{array}{l} -8z = -11 \\ z = \frac{11}{8} \end{array} \right) \div (-8) \end{array}$$

L'ensemble des solutions est $\left\{\frac{11}{8}\right\}$.

$$7 + 2(3 - t) = 4t - 1$$

$$\begin{array}{l} -4t \left(\begin{array}{l} 13 - 2t = 4t - 1 \\ 13 - 6t = -1 \end{array} \right) -4t \\ -13 \left(\begin{array}{l} 13 - 6t = -1 \\ -6t = -12 \end{array} \right) -13 \\ \div (-6) \left(\begin{array}{l} -6t = -12 \\ t = 2 \end{array} \right) \div (-6) \end{array}$$

L'ensemble des solutions est $\{2\}$.

Correction de l'ex 6

$$\begin{array}{l} \div 3 \left(\begin{array}{l} 3x > 9 \\ x > 3 \end{array} \right) \div 3 \end{array}$$

Les solutions sont les nombres strictement supérieurs à 3.

$$\begin{array}{l} \div 5 \left(\begin{array}{l} 5y < 25 \\ y < 5 \end{array} \right) \div 5 \end{array}$$

Les solutions sont les nombres strictement inférieurs à 5.

$$\begin{array}{l} -10 \left(\begin{array}{l} z + 10 < 16 \\ z < 6 \end{array} \right) -10 \end{array}$$

Les solutions sont les nombres strictement inférieurs à 6.

$$\begin{array}{l} +15 \left(\begin{array}{l} t - 15 \geq 30 \\ t \geq 45 \end{array} \right) +15 \end{array}$$

Les solutions sont les nombres supérieurs ou égaux à 45.

$$\begin{array}{l} \times (-1) \left(\begin{array}{l} -u > 2 \\ u < -2 \end{array} \right) \times (-1) \end{array}$$

Les solutions sont les nombres strictement inférieurs à -2.

Correction de l'ex 7

$$\begin{array}{l} -1 \left(2x + 1 > 3 \right) -1 \\ \div 2 \left(2x > 2 \right) \div 2 \\ x > 1 \end{array}$$

Les solutions sont les nombres strictement supérieurs à 1.

$$\begin{array}{l} +2 \left(3y - 2 \leq 7 \right) +2 \\ \div 3 \left(3y \leq 9 \right) \div 3 \\ y \leq 3 \end{array}$$

Les solutions sont les nombres inférieurs ou égaux à 3.

$$\begin{array}{l} -\frac{1}{2} \left(-5z + \frac{1}{2} \geq 3 \right) -\frac{1}{2} \\ \div (-5) \left(-5z \geq \frac{5}{2} \right) \div (-5) \\ z \leq -\frac{1}{2} \end{array}$$

Les solutions sont les nombres inférieurs ou égaux à $-\frac{1}{2}$.

$$\begin{array}{l} -2 \left(2 - t < 5 \right) -2 \\ \times (-1) \left(-t < 3 \right) \times (-1) \\ t > -3 \end{array}$$

Les solutions sont les nombres strictement supérieurs à -3 .

$$\begin{array}{l} 5(u + 11) > -6 \\ -55 \left(5u + 55 > -6 \right) -55 \\ \div 5 \left(5u > -61 \right) \div 5 \\ u > -\frac{61}{5} \end{array}$$

Les solutions sont les nombres strictement supérieurs à $-\frac{61}{5}$.

Correction de l'ex 8

$$\begin{array}{l} \times 5 \left(\frac{-9x + 1}{5} > 11 \right) \times 5 \\ -1 \left(-9x + 1 > 55 \right) -1 \\ \div (-9) \left(-9x > 54 \right) \div (-9) \\ x < -6 \end{array}$$

Les solutions sont les nombres strictement inférieurs à -6 .

$$\begin{array}{l} -2z \left(7z + 3 > 2z - 5 \right) -2z \\ -3 \left(5z + 3 > -5 \right) -3 \\ \div 5 \left(5z > -8 \right) \div 5 \\ z > -\frac{8}{5} \end{array}$$

Les solutions sont les nombres strictement supérieurs à $-\frac{8}{5}$.

$$\begin{array}{l} -2 \left(2 - 4y \leq 3 \right) -2 \\ \div (-4) \left(-4y \leq 1 \right) \div (-4) \\ y \geq -\frac{1}{4} \end{array}$$

Les solutions sont les nombres supérieurs ou égaux à $-\frac{1}{4}$.

$$\begin{array}{l} -8t \left(5t - 3 \leq 8t - 6 \right) -8t \\ +3 \left(-3t - 3 \leq -6 \right) +3 \\ \div (-3) \left(-3t \leq -3 \right) \div (-3) \\ t \geq 1 \end{array}$$

Les solutions sont les nombres supérieurs ou égaux à 1.

Correction de l'ex 9

$$\begin{array}{l} -4 \left(-5x + 4 > 19 \right) -4 \\ \div (-5) \left(-5x > 15 \right) \div (-5) \\ x < -3 \end{array}$$

Les solutions sont les nombres strictement inférieurs à -3 .

$$\begin{array}{l} -100 \left(100 - 3y < 34 \right) -100 \\ \div (-3) \left(-3y < -66 \right) \div (-3) \\ y > 22 \end{array}$$

Les solutions sont les nombres strictement supérieurs à 22 .

$$\begin{array}{l} -2z \left(10 - z \leq 2z - 23 \right) -2z \\ -10 \left(10 - 3z \leq -23 \right) -10 \\ \div (-3) \left(-3z \leq -33 \right) \div (-3) \\ z \geq 11 \end{array}$$

Les solutions sont les nombres supérieurs ou égaux à 11 .

S'entraîner

Correction de l'ex 10

$$\begin{array}{l} \times 2 \left(\frac{3x}{2} = \frac{1}{5} \right) \times 2 \\ \times 5 \left(3x = \frac{2}{5} \right) \times 5 \\ \div 15 \left(15x = 2 \right) \div 15 \\ x = \frac{2}{15} \end{array}$$

L'ensemble des solutions est $\left\{ \frac{2}{15} \right\}$.

$$\begin{array}{l} \times 3 \left(\frac{z-4}{3} = \frac{z+3}{4} \right) \times 3 \\ \times 4 \left(z-4 = \frac{3(z+3)}{4} \right) \times 4 \\ 4(z-4) = 3(z+3) \\ -3z \left(4z-16 = 3z+9 \right) -3z \\ +16 \left(z-16 = 9 \right) +16 \\ z = 25 \end{array}$$

L'ensemble des solutions est $\{25\}$.

$$\begin{array}{l} +3 \left(0 = -3 - 2y \right) +3 \\ \div (-2) \left(3 = -2y \right) \div (-2) \\ -\frac{3}{2} = y \end{array}$$

L'ensemble des solutions est $\left\{ -\frac{3}{2} \right\}$.

$$\begin{array}{l} \times 4 \left(\frac{3}{4}t - \frac{5}{4} = t + \frac{1}{12} \right) \times 4 \\ \times 12 \left(3t - 5 = 4t + \frac{4}{12} \right) \times 12 \\ -48t \left(36t - 60 = 48t + 4 \right) -48t \\ +60 \left(-12t - 60 = 4 \right) +60 \\ \div (-12) \left(-12t = 64 \right) \div (-12) \\ t = -\frac{16}{3} \end{array}$$

L'ensemble des solutions est $\left\{ -\frac{16}{3} \right\}$.

Correction de l'ex 11

Soit n le premier de ces trois entiers naturels.

Les trois entiers consécutifs s'écrivent donc n , $n+1$ et $n+2$.

Le problème se traduit par l'équation $n + (n+1) + (n+2) = 135$, qui se ramène à $3n + 3 = 135$, soit $3n = 132$, et donc en divisant par 3, on obtient $n = 44$.

Les trois entiers naturels consécutifs sont donc 44, 45 et 46.

Correction de l'ex 12

Les dépenses d'un service hospitaliers sont de deux types : les charges fixes qui s'élèvent à 1500€ et les charges variables qui s'élèvent à 300€ par patient.

- 1► Écrire en fonction du nombre p de patients le montant des dépenses du service hospitalier.
- 2► Si le service a dépensé 6900€, combien de patients a-t-il soigné ?

Correction de l'ex 12

- 1► Si chacun des p patients coûte 300€ à l'hôpital, alors dans leur ensemble les patients coûtent $300p$ €. À cela s'ajoutent les charges fixes de 1500€, soit un total de $1500 + 300p$ euros.
- 2► On cherche p tel que la dépense soit égale 6900€, c'est-à-dire tel que $1500 + 300p = 6900$ d'après la question précédente. En soustrayant 1500, on se ramène à l'équation $300p = 5400$, puis en divisant par 300 on obtient $p = 18$.
Le service hospitalier a donc soigné 18 patients.

Correction de l'ex 13

On note d la distance parcourue en kilomètres.

Comme 1 kilomètre coûte 1,20€, par proportionnalité d kilomètres coûtent $1,20d$ euros. À cela s'ajoute les 4,40€ de prise en charge, le total est donc de $4,40 + 1,20d$ euros.

Ayant 20€ en poche, la dépense doit être inférieure ou égale à cette somme. On cherche donc d tel que $4,40 + 1,20d \leq 20$.

En soustrayant 4,40 de chaque côté, on obtient $1,20d \leq 15,60$. Puis, en divisant par 1,20, on trouve $d \leq 13$. On peut donc parcourir au maximum 13 kilomètres avec 20€.

Correction de l'ex 14

On note n le nombre de sachets de marrons vendus en une journée.

Un sachet de marron se vend 2,50€, donc par proportionnalité n sachets se vendent à $2,50n$ euros. Mais il faut déduire de cela ce que le vendeur a dû dépenser pour préparer les sachets : 30€ pour les marrons et 15€ pour l'énergie, soit un total de 45€. Le bénéfice réel s'élève donc à $2,50n - 45$ euros.

Le commerçant souhaite gagner au moins 60€, ce qui se traduit par l'inéquation $2,50n - 45 \geq 60$.

En ajoutant 45 de chaque côté, on obtient $2,50n \geq 105$. Puis, en divisant par 2,50, on trouve $n \geq 42$.

Le commerçant doit donc vendre au moins 42 sachets de marrons dans la journée.

Correction de l'ex 15

On note x le montant total des ventes effectuées par l'agent en un mois (en euros).

Exprimons le salaire mensuel proposé par chaque société en fonction de x :

- Pour la société A : l'intéressement représente 15% des ventes, soit $\frac{15}{100} \times x = 0,15x$ euros. En ajoutant le fixe de 1000€, le salaire total s'élève à $1000 + 0,15x$ euros.
- Pour la société B : l'intéressement représente 25% des ventes, soit $\frac{25}{100} \times x = 0,25x$ euros. En ajoutant le fixe de 600€, le salaire total s'élève à $600 + 0,25x$ euros.

L'agent choisit la société B , ce qui signifie qu'il estime que le salaire de la société B sera supérieur ou égal à celui de la société A . On cherche donc les valeurs de x vérifiant l'inéquation : $600 + 0,25x \geq 1000 + 0,15x$.

En soustrayant $0,15x$ de chaque côté pour regrouper les termes en x à gauche, on obtient $600 + 0,10x \geq 1000$.

En soustrayant 600 de chaque côté pour isoler le terme en x , on obtient $0,10x \geq 400$.

Enfin, en divisant par 0,10 de chaque côté, on trouve $x \geq 4000$.

L'agent immobilier pense donc réaliser un montant minimum de 4000€ de ventes par mois.

N2 Nombres décimaux et puissances

Exercices

Appliquer

Exercice 1

Écrire sous forme décimale :

- 1► $\frac{6}{10} + \frac{1}{100} + \frac{6}{10\,000}$
- 2► 2 dizaines et 3 dixièmes
- 3► 2 douzaines

Exercice 2

Écrire les nombres suivants comme une fraction décimale.

- | | |
|---------|--------------|
| a► 31 | d► 2,06 |
| b► 25,2 | e► 1 |
| c► 0,05 | f► 1 000 020 |

Exercice 3

Donner trois exemples de nombres qui ne sont pas décimaux.

Exercice 4

Encadrer $\frac{1}{7}$ à 0,001 près.

Exercice 5

Calculer :

- | | |
|----------------------|--------------------------|
| a► $2,5 \times 40$ | d► $2,1 \times 3,06$ |
| b► $0,01 \times 132$ | e► $28 - 3,6 \times 2$ |
| c► $(-1,7) + 12,78$ | f► $80 \times 0,2 - 5,4$ |

Exercice 6

Parmi les fractions suivantes, lesquels sont décimaux ?

- | | | | | | | | |
|------------------|------------------|------------------|--------------------|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|
| a► $\frac{2}{5}$ | b► $\frac{3}{4}$ | c► $\frac{2}{9}$ | d► $\frac{21}{25}$ | e► $\frac{9}{15}$ | f► $\frac{13}{8}$ | g► $\frac{13}{33}$ | h► $\frac{11}{66}$ |
|------------------|------------------|------------------|--------------------|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|

Exercice 7

Écriture décimale	Écriture fractionnaire	Autre écriture fractionnaire	Entier + Fraction < 1	Pourcentage
0,3				
31				
5,2				
	$\frac{5}{8}$			
	$\frac{22}{25}$			
			$4 + \frac{1}{5}$	
				128,5%

Exercice 8

Calculer :

a ▶ 2^4

b ▶ 5^3

c ▶ $(-2)^3$

d ▶ 3^4

e ▶ $(-7)^2$

f ▶ $4,5 \times 10^3$

g ▶ $0,96 \times 10^2$

h ▶ $1,1^2$

Exercice 9

Calculer :

a ▶ $52,5 \times 10^{-3}$

b ▶ $75,2 \times 10^{-2}$

c ▶ 3×10^{-1}

d ▶ $4,3 \times 10^3$

e ▶ 3^{-1}

f ▶ $7^3 \times 7^{-2}$

Exercice 11

Simplifier sous forme a^b avec $a \in \mathbb{N}$ et $b \in \mathbb{Z}$

a ▶ $4^4 \times 2^{15}$

b ▶ $10^5 \times 5^{-5}$

c ▶ $5^5 \times 5^{-5}$

d ▶ $\frac{3^5}{3^5}$

e ▶ $\frac{6^8}{12^8}$

f ▶ $8^{17} \times 4^{-15}$

g ▶ $(3^3)^2$

h ▶ $14^6 \div 7^6$

Exercice 10

Simplifier sous forme a^b avec $a \in \mathbb{N}$ et $b \in \mathbb{Z}$

a ▶ $2^4 \times 2^{15}$

b ▶ $7^{17} \times 7^{-15}$

c ▶ $5^5 \times 5^5$

d ▶ $\frac{2^5}{2^{10}}$

e ▶ $\frac{6^8}{6^3}$

f ▶ $\frac{9^2}{3^3}$

g ▶ $\frac{16^3}{4^{-2}}$

Exercice 12

Simplifier sous forme a^b avec $a \in \mathbb{N}$ et $b \in \mathbb{Z}$

a ▶ $(4^3)^4$

b ▶ $(7^3)^5$

g ▶ $(7^{-1})^{-1}$

c ▶ $(2^3)^{-5}$

d ▶ $(18^{15})^5$

e ▶ $(12^2)^{-1}$

f ▶ $(15^{-1})^2$

h ▶ $8^4 \times \frac{(4^2)^{-3}}{16^2 \times 4^2}$

S'entraîner

Exercice 13

Donner l'écriture décimale du résultat de $325 \div 16$

Exercice 14

Écriture décimale exacte (si possible)	Écriture fractionnaire	Autre écriture fractionnaire	Entier + Fraction < 1	Pourcentage exact (si possible)
	$\frac{2}{9}$			
12,06				
0,05				
	$\frac{6}{15}$			
			$-3 + \frac{1}{4}$	
				$-12,30\%$
				140%

Corrections

Appliquer

Correction de l'ex 1

- 1► $\frac{6}{10} + \frac{1}{100} + \frac{6}{10\,000} = 0,6106$ (la première fraction donne le chiffre des dixièmes, la seconde le chiffre des centièmes, et la dernière le chiffre des dix-millièmes)
- 2► 2 dizaines et 3 dixièmes = 20,3 (attention à ne pas confondre dizaines et dixièmes)
- 3► 2 douzaines = $2 \times 12 = 24$

Correction de l'ex 2

a► $31 = \frac{31}{1} = \frac{310}{10}$

c► $0,05 = \frac{5}{100}$

e► $1 = \frac{1}{1} = \frac{100}{100}$

b► $25,2 = \frac{252}{10}$

d► $2,06 = \frac{206}{100}$

f► $1\,000\,020 = \frac{1\,000\,020}{1}$

Correction de l'ex 3

Toutes les fractions (irréductibles) dont le dénominateur appartient à une autre table que celles de 2 ou de 5.
Toutes les racines carrées de nombres qui ne sont pas des carrés ne sont pas des nombres décimaux.

Correction de l'ex 4

En posant la division décimale, on trouve $\frac{1}{7} \approx 0,1428$ (on s'arrête au quatrième chiffre après la virgule car on cherche un encadrement à 0,001 près). Ainsi, $0,142 \leq \frac{1}{7} \leq 0,143$.

Correction de l'ex 5

a► $2,5 \times 40 = \frac{25}{10} \times \frac{40}{1} = \frac{25 \times 40}{10 \times 1} = \frac{25 \times 4 \times \cancel{10}}{\cancel{10} \times 1} = \frac{25 \times 4}{1} = \frac{100}{1} = 100$

b► $0,01 \times 132 = 1,32$ (multiplier par 0,01 revient à décaler la virgule de 2 crans vers la gauche)

c► $(-1,7) + 12,78 = 12,78 - 1,7 = 12,78 - 1,70 = 11,08$ (de 12, on soustrait 1 unité, et de 78 centièmes, on soustrait 70 centièmes)

d► $2,1 \times 3,06$: on pose 21×306 , qui donne 6426, et comme 2,1 et 3,06 cumulent à eux deux 3 chiffres après la virgule, il doit en être de même pour le résultat : on obtient 6,426. Remarque : pour éviter de poser 21×306 , on peut calculer astucieusement : 21×306 , c'est 21 paquets de 306, soit 20 paquets de 306 (soit 2 fois 10 paquets de 306, soit 2 fois 3060, soit 6120) plus 1 paquet de 306. Au total, $6120 + 306 = 6426$.

e► $28 - 3,6 \times 2 = 28 - 7,2 = 21 - 0,2 = 20,8$ (de tête, on commence par retirer de 28 les 7 unités, puis du résultat on retire les 2 dixièmes. Comme 21 a 0 dixièmes, on recule d'une unité pour compenser).

f► $80 \times 0,2 - 5,4 = \frac{80}{1} \times \frac{2}{10} - \frac{54}{10} = \frac{160}{10} - \frac{54}{10} = \frac{106}{10} = 10,6$

Correction de l'ex 6

a► $\frac{2}{5} = \frac{4}{10} \in \mathbb{D}$

b► $\frac{3}{4} = \frac{75}{100} \in \mathbb{D}$

- c► $\frac{2}{9} = 0,2222 \dots \notin \mathbb{D}$ (la division décimale se répète à l'infini)
- d► $\frac{21}{25} = \frac{84}{100} \in \mathbb{D}$
- e► $\frac{9}{15} = \frac{3}{5} = \frac{6}{10} \in \mathbb{D}$
- f► $\frac{13}{8} = 1,625 \in \mathbb{D}$ (poser la division décimale)
- g► $\frac{13}{33} = 0,393939 \dots \notin \mathbb{D}$ (la division décimale se répète à l'infini)
- h► $\frac{11}{66} = \frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$ (c'est dans le cours!)

Correction de l'ex 7

Écriture décimale	Écriture fractionnaire	Autre écriture fractionnaire	Entier + Fraction < 1	Pourcentage
0,3	$\frac{3}{10}$	$\frac{30}{100}$	$0 + \frac{3}{10}$	30%
31	$\frac{31}{1}$	$\frac{310}{10}$	$31 + \frac{0}{1}$	3100%
5,2	$\frac{52}{10}$	$\frac{26}{5}$	$5 + \frac{1}{5}$	520%
0,625	$\frac{5}{8}$	$\frac{625}{1000}$	$0 + \frac{5}{8}$	62,5%
0,88	$\frac{22}{25}$	$\frac{88}{100}$	$0 + \frac{22}{25}$	88%
4,2	$\frac{21}{5}$	$\frac{42}{10}$	$4 + \frac{1}{5}$	420%
1,285	$\frac{1285}{1000}$	$\frac{257}{200}$	$1 + \frac{57}{200}$	128,5%

Correction de l'ex 8

- a► $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$
- b► $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$
- c► $(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$
- d► $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$
- e► $(-7)^2 = (-7) \times (-7) = 49$
- f► $4,5 \times 10^3 = 4,5 \times 1000 = 4500$
- g► $0,96 \times 10^2 = 0,96 \times 100 = 96$
- h► $1,1^2 = 1,1 \times 1,1 = 1,21$
(à connaître : $11 \times 11 = 121$)

Correction de l'ex 9

- a► $52,5 \times 10^{-3} = 0,0525$
- b► $75,2 \times 10^{-2} = 0,752$
- c► $3 \times 10^{-1} = 0,3$
- d► $4,3 \times 10^3 = 4300$
- e► $3^{-1} = \frac{1}{3}$
- f► $7^3 \times 7^{-2} = 7^{3+(-2)} = 7^1 = 7$

Correction de l'ex 10

a► $2^4 \times 2^{15} = 2^{4+15} = 2^{19}$

b► $7^{17} \times 7^{-15} = 7^{17+(-15)} = 7^2$

c► $5^5 \times 5^5 = 5^{5+5} = 5^{10}$

d► $\frac{2^5}{2^{10}} = 2^{5-10} = 2^{-5}$

e► $\frac{6^8}{6^3} = 6^{8-3} = 6^5$

f► $\frac{9^2}{3^3} = \frac{(3 \times 3)^2}{3^3} = \frac{3^2 \times 3^2}{3^3} = 3^{2+2-3} = 3^1 = 3$

g► $\frac{16^3}{4^{-2}} = \frac{(4 \times 4)^3}{4^{-2}} = \frac{4^3 \times 4^3}{4^{-2}} = 4^{3+3-(-2)} = 4^8$

Correction de l'ex 11

a► $4^4 \times 2^{15} = (2 \times 2)^4 \times 2^{15} = 2^4 \times 2^4 \times 2^{15} = 2^{23}$

b► $10^5 \times 5^{-5} = (2 \times 5)^5 \times 5^{-5} = 2^5 \times 5^5 \times 5^{-5} = 2^5 \times 5^{5+(-5)} = 2^5 \times 5^0 = 2^5 \times 1 = 2^5$

c► $5^5 \times 5^{-5} = 5^{5+(-5)} = 5^0 = 1$

d► $\frac{3^5}{3^5} = 3^{5-5} = 3^0 = 1$

e► $\frac{6^8}{12^8} = \frac{6^8}{(2 \times 6)^8} = \frac{\cancel{6^8}}{2^8 \times \cancel{6^8}} = \frac{1}{2^8} = 2^{-8}$

f► $8^{17} \times 4^{-15} = (2^3)^{17} \times (2^2)^{-15} = 2^{3 \times 17} \times 2^{2 \times (-15)} = 2^{51} \times 2^{-30} = 2^{51+(-30)} = 2^{21}$

g► $(3^3)^2 = 3^{3 \times 2} = 3^6$

h► $14^6 \div 7^6 = \frac{14^6}{7^6} = \frac{(2 \times 7)^6}{7^6} = \frac{2^6 \times \cancel{7^6}}{\cancel{7^6}} = 2^6$

Correction de l'ex 12

a► $(4^3)^4 = 4^{3 \times 4} = 4^{12}$

b► $(7^3)^5 = 7^{3 \times 5} = 7^{15}$

c► $(2^3)^{-5} = 2^{3 \times (-5)} = 2^{-15}$

d► $(18^{15})^5 = 18^{15 \times 5} = 18^{75}$

e► $(12^2)^{-1} = 12^{2 \times (-1)} = 12^{-2}$

f► $(15^{-1})^2 = 15^{(-1) \times 2} = 15^{-2}$

g► $(7^{-1})^{-1} = 7^{(-1) \times (-1)} = 7^1 = 7$

h►

$$8^4 \times \frac{(4^2)^{-3}}{16^2 \times 4^2} = (2^3)^4 \times \frac{4^{2 \times (-3)}}{(2^4)^2 \times 4^2} = 2^{12} \times \frac{(2^2)^{-6}}{2^8 \times (2^2)^2} = 2^{12} \times \frac{2^{-12}}{2^8 \times 2^4} = 2^{12} \times \frac{2^{-12}}{2^{12}}$$

$$= 2^{12} \times 2^{-12-12} = 2^{12} \times 2^{-24} = 2^{12+(-24)} = 2^{-12}$$

S'entraîner

Correction de l'ex 13

On pourrait tout simplement poser la division décimale. Mais on peut aussi s'en sortir de tête sans trop de difficulté : en effet, remarquons que $325 \div 16 = \frac{325}{16} = \frac{325}{2 \times 2 \times 2 \times 2}$. Ainsi, pour calculer $325 \div 16$, il faut et il suffit de diviser 325 par 2 quatre fois successivement. Pour cela, on va décomposer chaque étape en en nombres faciles à diviser par 2. Pour la partie décimale, l'astuce est d'ajouter un 0.

Pour commencer, $325 \div 2 = (300 + 20 + 5) \div 2 = 150 + 10 + 2,5 = 162,5$.

Ensuite, $162,5 \div 2 = (100 + 62 + 0,50) \div 2 = 50 + 31 + 0,25 = 81,25$.

Ensuite, $81,25 \div 2 = (80 + 1 + 0,250) \div 2 = 40 + 0,5 + 0,125 = 40,625$.

Enfin, $40,625 \div 2 = (40 + 0,6 + 0,02 + 0,0050) \div 2 = 20 + 0,3 + 0,01 + 0,0025 = \boxed{20,3125}$.

Correction de l'ex 14

Écriture décimale exacte (si possible)	Écriture fractionnaire	Autre écriture fractionnaire	Entier + Fraction < 1	Pourcentage exact (si possible)
Impossible	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{18}$	$0 + \frac{2}{9}$	Impossible
12,06	$\frac{1206}{100}$	$\frac{603}{50}$	$12 + \frac{3}{50}$	1206%
0,05	$\frac{5}{100}$	$\frac{1}{20}$	$0 + \frac{1}{20}$	5%
0,4	$\frac{6}{15}$	$\frac{2}{5}$	$0 + \frac{2}{5}$	40%
-2,75	$-\frac{11}{4}$	$-\frac{275}{100}$	$-3 + \frac{1}{4}$	-275%
-0,123	$-\frac{123}{1000}$	$-\frac{246}{2000}$	$-1 + \frac{877}{1000}$	-12,30%
1,4	$\frac{140}{100}$	$\frac{7}{5}$	$1 + \frac{2}{5}$	140%

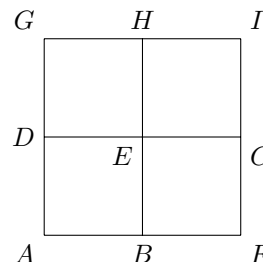
G1 Notion de vecteur

Exercices

Appliquer

Exercice 1

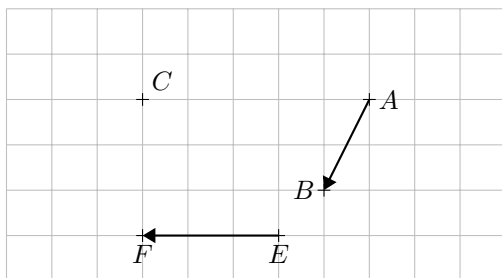
- 1► Lister quatre paires distinctes de vecteurs égaux.
- 2► Donner deux vecteurs opposés.
- 3► Donner deux paires distinctes de vecteurs colinéaires qui ne sont pas égaux.
- 4► Donner trois vecteurs qui se sont pas colinéaires deux à deux.
- 5► Donner trois vecteurs qui ont des normes différentes.



Exercice 2

Dans la figure ci-dessous, placer :

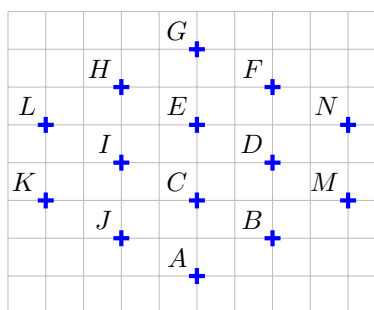
- D tel que $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$
- G tel que $\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{EF}$
- H tel que $\overrightarrow{HC} = \overrightarrow{AB}$
- I tel que $\overrightarrow{IC} = \overrightarrow{CG}$
- J tel que $\overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{JC}$



Exercice 3

Dans la figure ci-dessous,

- 1► Citer un vecteur égal à $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF}$.
- 2► Citer deux vecteur égal à $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{KE}$.
- 3► Citer deux vecteur égal à $\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{IB}$.
- 4► Citer un vecteur égal à $\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{NC}$.
- 5► Citer deux vecteur égal à $\overrightarrow{LC} + \overrightarrow{DE}$.



Exercice 4

Compléter les relations suivantes :

- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \dots$
- $\overrightarrow{CB} + \dots = \overrightarrow{CD}$
- $\overrightarrow{IL} + \overrightarrow{KL} = \overrightarrow{IL}$
- $\overrightarrow{E\dots} = -\overrightarrow{FE}$
- $\overrightarrow{G\dots} - \overrightarrow{H} = \vec{0}$

Exercice 5

Simplifier les expressions suivantes :

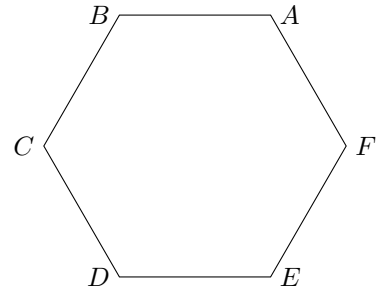
- a► $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CI} + \overrightarrow{IJ}$
- b► $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{CM}$
- c► $\overrightarrow{KL} + \overrightarrow{LK}$
- d► $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

S'exercer

Exercice 6

Soit $ABCDEF$ un hexagone régulier.

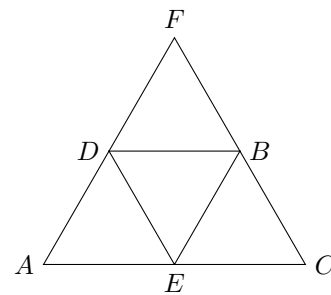
- 1► Donner cinq paires de vecteurs égaux.
- 2► Donner deux vecteurs opposés.
- 3► Donner deux vecteurs colinéaires qui ne sont pas égaux.
- 4► Donner trois vecteurs qui se sont pas colinéaires deux à deux.
- 5► Donner trois vecteurs qui ont des normes différentes.



Exercice 7

On considère un triangle équilatéral divisé en 4 triangles équilatéraux. Exprimer les sommes suivantes sous la forme d'un unique vecteur :

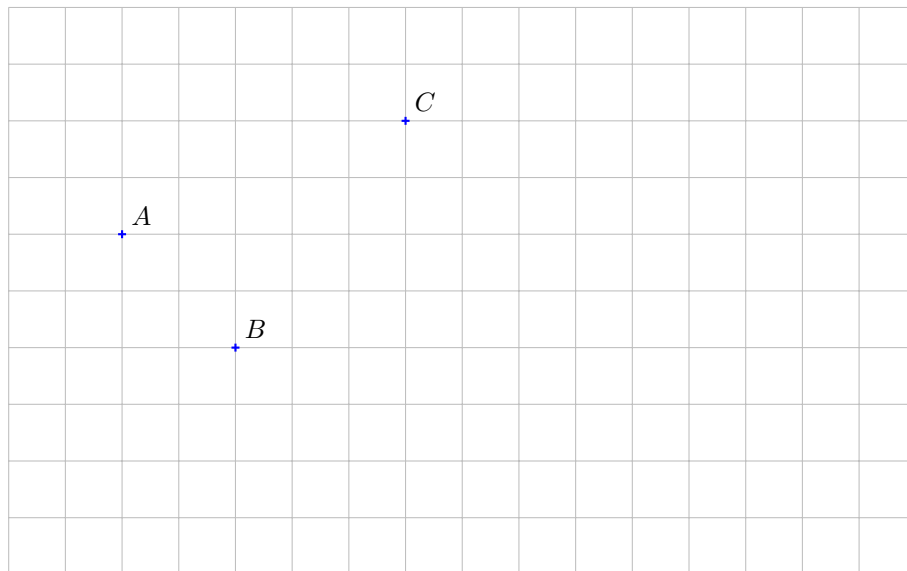
- | | |
|--|--|
| 1► $\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BF}$ | 4► $2\overrightarrow{DE} - \overrightarrow{FB}$ |
| 2► $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AD}$ | 5► $\overrightarrow{DF} + \overrightarrow{EC} - \overrightarrow{DE}$ |
| 3► $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{EA}$ | 6► $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{CF}$ |



Exercice 8

On a placé trois points A , B et C . Construire :

- | | |
|---|---|
| ► Le point M tel que $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$, | ► Le point P tel que $\overrightarrow{AP} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. |
| ► Le point N tel que $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$. | ► Le point Q tel que $\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{QC} = \vec{0}$. |



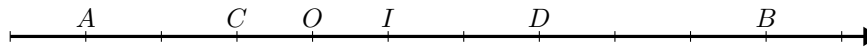
Exercice 9

Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier.

- a► « Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, alors $AB = CD$. »
- b► « Si $EF = EG$, alors $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EG}$. »
- c► « Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, alors $(AB) \parallel (CD)$. »
- d► « Si $(EF) \parallel (GH)$, alors $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{GH}$. »
- e► « Si $\overrightarrow{AT} + \overrightarrow{TB} = \overrightarrow{AB}$, alors $T \in (AB)$. »

Exercice 10

Les points A, B, C, D, O et I sont alignés sur une droite graduée représentée ci-dessous.



Déterminer les réels k, k' et k'' tels que :

$$\overrightarrow{OI} = k\overrightarrow{DB} \quad , \quad \overrightarrow{DB} = k'\overrightarrow{AC} \quad , \quad \overrightarrow{IB} = k''\overrightarrow{IA}$$

Corrections

Appliquer

Correction de l'ex 1

Il est conseillé de dessiner les vecteurs pour visualiser les réponses.

1► Faisons mieux : donnons toutes les classes de vecteurs égaux :

- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{GH} = \overrightarrow{HI}$ (une case vers la droite)
- $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{GI}$ (deux cases vers la droite)
- $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DG} = \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{FC} = \overrightarrow{CI}$ (une case vers le haut)
- $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{BH} = \overrightarrow{FI}$ (deux cases vers le haut)
- $\overrightarrow{DH} = \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EI} = \overrightarrow{BC}$ (une case en haut à droite)
- $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{GE} = \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{HC}$ (une case en bas à droite)
- $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{BI}$ (une case à droite, deux vers le haut)
- $\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{HF}$ (une case à droite, deux vers le bas)
- $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DI}$ (deux cases à droite, une vers le haut)
- $\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{DF}$ (deux cases à droite, une vers le bas)

Et on peut également inverser les deux extrémités de chaque vecteur pour faire encore plus de vecteurs égaux ! (une case ou deux à gauche, ou vers le bas, ...)

2► Là aussi, il y a le choix... $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{FB}$, $\overrightarrow{AF} = -\overrightarrow{CF}$, $\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{GD}$, $\overrightarrow{AG} = -\overrightarrow{HG}$, $\overrightarrow{DH} = -\overrightarrow{EH}$, $\overrightarrow{DB} = -\overrightarrow{EB}$, $\overrightarrow{AH} = -\overrightarrow{HI}$, $\overrightarrow{GB} = -\overrightarrow{BF}$, $\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{CI}$, $\overrightarrow{GC} = -\overrightarrow{CF}$, ...

3► Plusieurs exemples :

- $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ (même direction (horizontale), même sens mais pas même norme)
- $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{FI}$ (même direction (verticale), même sens mais pas même norme)
- $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{BC}$ (même direction (diagonale), même sens mais pas même norme)
- $\overrightarrow{GH}$ et $\overrightarrow{CE}$ (même direction (horizontale), même norme mais pas même sens)
- $\overrightarrow{AG}$ et $\overrightarrow{HB}$ (même direction (verticale), même norme mais pas même sens)
- $\overrightarrow{DH}$ et $\overrightarrow{CB}$ (même direction (diagonale), même norme mais pas même sens)
- $\overrightarrow{DI}$ et $\overrightarrow{CA}$ (même direction (diagonale), même norme mais pas même sens)
- $\overrightarrow{GH}$ et $\overrightarrow{CD}$ (même direction (horizontale), mais pas même sens ni même norme)
- $\overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{HB}$ (même direction (verticale), mais pas même sens ni même norme)
- $\overrightarrow{DH}$ et $\overrightarrow{IA}$ (même direction (diagonale), mais pas même sens ni même norme)

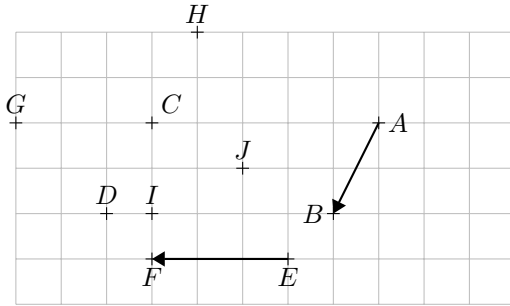
4► Plusieurs exemples :

- $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AB}$
- $\overrightarrow{FA}$, $\overrightarrow{FD}$ et $\overrightarrow{FE}$
- $\overrightarrow{IB}$, $\overrightarrow{IE}$ et $\overrightarrow{ID}$
- $\overrightarrow{GA}$, $\overrightarrow{GB}$ et $\overrightarrow{GI}$

5► Plusieurs exemples :

- $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{AC}$
- $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AH}$ et $\overrightarrow{AE}$
- $\overrightarrow{DH}$, $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{HF}$

Correction de l'ex 2



Correction de l'ex 3

- 1▶ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{JG}$
- 2▶ $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{KE} = \overrightarrow{KG} = \overrightarrow{JF} = \overrightarrow{AN}$
- 3▶ $\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BN} = \dots$
- 4▶ $\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{NA} = \overrightarrow{FJ} = \overrightarrow{GK}$
- 5▶ $\overrightarrow{LC} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{LI} = \overrightarrow{ED} = \dots$

Correction de l'ex 4

- ▶ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$
- ▶ $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CD}$
- ▶ $\overrightarrow{IK} + \overrightarrow{KL} = \overrightarrow{IL}$
- ▶ $\overrightarrow{EF} = -\overrightarrow{FE}$
- ▶ $\overrightarrow{GH} - \overrightarrow{GH} = \vec{0}$ (ou : $\overrightarrow{GG} - \overrightarrow{HH} = \vec{0}$)

Correction de l'ex 5

- a▶ $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CI} + \overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AJ}$
- b▶ $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CB}$
- c▶ $\overrightarrow{KL} + \overrightarrow{LK} = \overrightarrow{KK} = \vec{0}$
- d▶ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$

S'exercer

Correction de l'ex 6

- 1▶
 - ▶ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$
 - ▶ $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{FE}$
 - ▶ $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AF}$
 - ▶ $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{FD}$
 - ▶ $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AE}$
 - ▶ $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BF}$

(En inversant les extrémités de chaque vecteurs, on obtient toutes les autres paires possibles.)

- 2▶ En exploitant la question précédente, plusieurs exemples :

- ▶ $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{DE}$
- ▶ $\overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{FA}$
- ▶ $\overrightarrow{BD} = -\overrightarrow{EA}$
- ▶ $\overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{EF}$
- ▶ $\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{DF}$
- ▶ $\overrightarrow{CE} = -\overrightarrow{FB}$

- 3▶ Plusieurs réponses possibles :

- ▶ $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{CF}$ (même direction, même sens mais pas même norme)
- ▶ $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE}$ (même direction, même norme mais pas même sens)
- ▶ $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{DA}$ (même direction, mais pas même sens ni même norme)
- ▶ ...

- 4▶ Plusieurs réponses possibles :

- ▶ $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{DF}$ et $\overrightarrow{DA}$
- ▶ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AF}$
- ▶ ...

- 5▶ Plusieurs réponses possibles, les deux exemples de la question précédente fonctionnent.

Correction de l'ex 7

1► $\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{CF}$

2► $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB}$

3► $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{CD}$

4► $2\overrightarrow{DE} - \overrightarrow{FB} = \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{FB} = \overrightarrow{BC}$

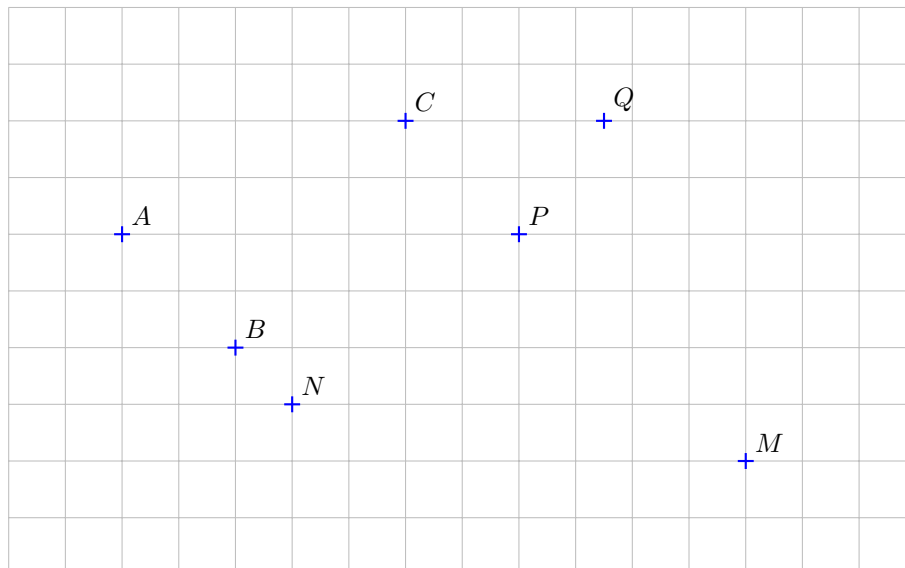
5► $\overrightarrow{DF} + \overrightarrow{EC} - \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AF}$

6► $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{CF} = \vec{0}$

Correction de l'ex 8

Remarque : pour le point Q , il est utile de manipuler la relation.

$$\overrightarrow{AP} - 2\overrightarrow{QC} = \vec{0} \iff \overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{QC} \iff \frac{1}{2}\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{QC} \iff \overrightarrow{CQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{PA}$$



Correction de l'ex 9

- a► VRAI : deux vecteurs égaux ont même direction, même sens et même norme. Or la norme de $\overrightarrow{AB}$ est AB , et celle de $\overrightarrow{CD} = CD$.
- b► FAUX : on peut prendre comme contre-exemple une situation où $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{GE}$. Ils ont la même norme (noter que $GE = EG$), mais $\overrightarrow{EF} \neq \overrightarrow{EG}$.
- c► VRAI : deux vecteurs égaux ont même direction, même sens et même norme. Or la direction de $\overrightarrow{AB}$ est celle de la droite (AB) , de même pour $\overrightarrow{CD}$. Et deux droites ayant la même direction sont parallèles.
- d► FAUX : de même que pour la question 2►, il suffit de considérer des vecteurs opposés, ou même colinéaires de normes différentes.
- e► FAUX : l'égalité $\overrightarrow{AT} + \overrightarrow{TB} = \overrightarrow{AB}$ est vraie pour n'importe quel point T , d'après la relation de Chasles.

Correction de l'ex 10

$$\overrightarrow{OI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DB} \quad , \quad \overrightarrow{DB} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} \quad , \quad \overrightarrow{IB} = -\frac{5}{4}\overrightarrow{IA}$$

C2 Développer et réduire

Exercices

Appliquer

Exercice 1

Développer et réduire les expressions suivantes :

- A ▶ $4 \times (3y + 5)$ C ▶ $(a + 2) \times (a - 2)$
B ▶ $5 \times (6y - 2)$ D ▶ $dx(a + 7) - 3d$

Exercice 2

Développer et réduire les expressions suivantes :

- A ▶ $a(5 + a) + 2$ C ▶ $(c + 7)(c + 1)$
B ▶ $b(2 + b + c)$ D ▶ $(b + 3)(a + 4)$

Exercice 3

Énoncer les trois identités remarquables en prenant pour variables u et w .

Exercice 4

Calculer en utilisant les identités remarquables :

- A ▶ 14^2 C ▶ 998^2
B ▶ 18^2 D ▶ $1,12 \times 0,88$

S'entraîner

Exercice 5

Développer les expressions suivantes :

- A ▶ $7 \times (4y + 6)$ B ▶ $6 \times (-6y - 2)$ C ▶ $(3c + 1) \times (2c + 3)$ D ▶ $(-2b + 3) \times (a - 4)$

Exercice 6

Développer les expressions suivantes :

- A ▶ $3a \times (2 + 2a) + 2$ B ▶ $5b \times (8 + 2b + 3c)$ C ▶ $(2a + 2) \times (2a - 2)$ D ▶ $3d \times (a + 1) - 5d$

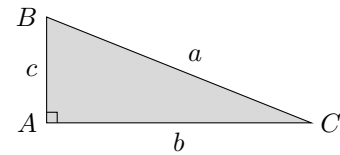
Approfondir

Exercice 7 $((a + b)^3 ?)$

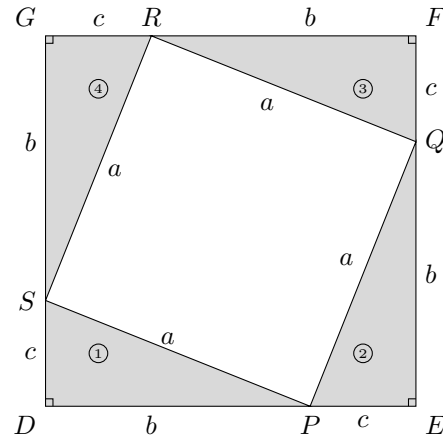
- 1 ▶ Développer et réduire $(a + b)^3$.
- 2 ▶ En déduire la valeur de 102^3 et celle de 97^3

Exercice 8 (Une preuve du théorème de Pythagore)

On veut montrer que n'importe quel triangle rectangle vérifie l'égalité de Pythagore. On considère un triangle ABC rectangle en A , dont les côtés sont de longueurs quelconques a , b et c .



On dispose 4 copies de ABC comme sur la figure ci-contre. On imagine les placer comme des pièces en bois : on place les pièces ①, ②, ③ et ④ sommets contre sommet, de façon à former un carré. Pour rappel, on ne peut pas croire ce que l'on voit ! Rien ne garantit que la grande figure est vraiment un carré, c'est-à-dire que les sommets sur chaque côté sont bien alignés (si ça se trouve il y a un écart minuscule et invisible... comme dans le paradoxe de Lewis Carroll).



- 1► Que vaut la somme des trois angles d'un triangle ?
- 2► En déduire que D , S et G sont alignés, que G , R et F sont alignés, que F , Q et E sont alignés, et que E , P et D sont alignés.
- 3► En déduire que $DEFG$ est un carré.
- 4► Donnez la longueur des côtés de $DEFG$ en fonction de b et de c . En déduire son aire en fonction de b et c (inutile de développer l'expression).
- 5► Justifiez que :

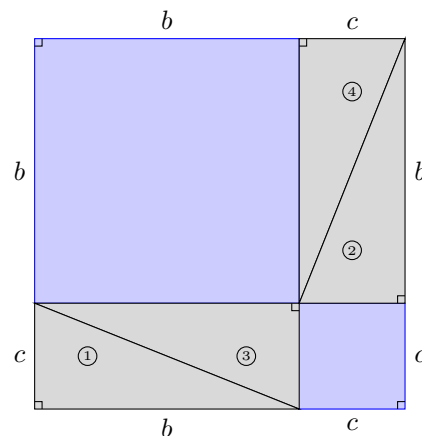
$$(b + c)^2 - 4 \times \text{Aire}(ABC) = \text{Aire}(PQRS) = a^2$$

On place maintenant les 4 copies de ABC comme ci-dessous, de manière à faire apparaître à nouveau un grand carré.

- 6► Justifier que l'aire du grand carré dans cette figure est la même que le grand carré dans la figure précédente.
- 7► Exprimez les aires des deux carrés bleus en fonction de b et de c .
- 8► Justifier que :

$$(b + c)^2 - 4 \times \text{Aire}(ABC) = b^2 + c^2$$

- 9► Conclure : expliquer comment ce jeu d'aires permet de démontrer le théorème de Pythagore.



Corrections

Correction de l'ex 1

- A► $4 \times (3y + 5) = 4 \times 3y + 4 \times 5 = 12y + 20$
- B► $5 \times (6y - 2) = 5 \times 6y - 5 \times 2 = 30y - 10$
- C► $(a + 2) \times (a - 2) = a^2 - 2^2 = a^2 - 4$
- D► $d \times (a + 7) - 3d = d \times a + 7d - 3d = ad + 4d$

Correction de l'ex 2

- A► $a(5 + a) + 2 = 5a + a^2 + 2 = a^2 + 5a + 2$
- B► $b(2 + b + c) = 2b + b^2 + bc = b^2 + 2b + bc$
- C► $(c + 7)(c + 1) = c^2 + 1c + 7c + 7 = c^2 + 8c + 7$
- D► $(b + 3)(a + 4) = ba + 4b + 3a + 12 = ab + 3a + 4b + 12$

Correction de l'ex 3

- $(u + w)^2 = u^2 + 2uw + w^2$
- $(u - w)^2 = u^2 - 2uw + w^2$
- $(u + w)(u - w) = u^2 - w^2$

Correction de l'ex 4

- A► $14^2 = (10 + 4)^2 = 10^2 + 2 \times 10 \times 4 + 4^2 = 100 + 80 + 16 = 196$
- B► $18^2 = (20 - 2)^2 = 20^2 - 2 \times 20 \times 2 + 2^2 = 400 - 80 + 4 = 324$
- C► $998^2 = (1000 - 2)^2 = 1000^2 - 2 \times 1000 \times 2 + 2^2 = 1\,000\,000 - 4\,000 + 4 = 996\,004$
- D► $1,12 \times 0,88 = (1 + 0,12)(1 - 0,12) = 1^2 - 0,12^2 = 1 - 0,0144 = 0,9856$

Correction de l'ex 5

- A► $7 \times (4y + 6) = 28y + 42$
- B► $6 \times (-6y - 2) = -36y - 12$
- C► $(3c + 1) \times (2c + 3) = 6c^2 + 9c + 2c + 3 = 6c^2 + 11c + 3$
- D► $(-2b + 3) \times (a - 4) = -2ab + 8b + 3a - 12 = -2ab + 3a + 8b - 12$

Correction de l'ex 6

- A► $3a \times (2 + 2a) + 2 = 6a + 6a^2 + 2 = 6a^2 + 6a + 2$
- B► $5b \times (8 + 2b + 3c) = 40b + 10b^2 + 15bc = 10b^2 + 40b + 15bc$
- C► $(2a + 2) \times (2a - 2) = (2a)^2 - 2^2 = 4a^2 - 4$
- D► $3d \times (a + 1) - 5d = 3ad + 3d - 5d = 3ad - 2d$

Correction de l'ex 7

- 1► $(a+b)^3 = (a+b) \times (a+b)^2 = (a+b) \times (a^2 + 2ab + b^2) = a \times a^2 + a \times 2ab + a \times b^2 = b \times a^2 + b \times 2ab + b \times b^2 = a^3 + 3a^2b = 3ab^2 + b^3$
- 2► $102^3 = (100 + 2)^3 = 100^3 + 3 \times 100^2 \times 2 + 3 \times 100 \times 2^2 + 2^3 = 1\,000\,000 + 60\,000 + 1\,200 + 8 = 1\,061\,208$

$$97^3 = (100 - 3)^3 = (100 + (-3))^3 = 100^3 + 3 \times 100^2 \times (-3) + 3 \times 100 \times (-3)^2 + (-3)^3 = 1\,000\,000 - 90\,000 + 2\,700 - 27 = 912\,673$$

Correction de l'ex 8

- 1► La somme des (mesures des) trois angles d'un triangle vaut toujours 180° .
- 2► Écrivons le raisonnement avec D , S et G , les 3 autres étant similaires.
L'angle $\widehat{DSG}$ peut se décomposer comme $\widehat{DSG} = \widehat{DSP} + \widehat{PSR} + \widehat{RSG}$. Comme on a disposé les pièces de sorte que $PQRS$ est un carré, on a $\widehat{PSR} = 90^\circ$. Comme les quatre pièces sont identiques, $\widehat{RSG} = \widehat{DPS}$. Ainsi, $\widehat{DSG} = 90^\circ + \widehat{DSP} + \widehat{DPS}$. Or la somme des trois angles de DPS vaut 180° et $\widehat{SDP} = 90^\circ$ (puisque DPS est rectangle en D), donc $\widehat{DSP} + \widehat{DPS} = 180^\circ - \widehat{PDS} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$. Finalement, $\widehat{DSG} = 90^\circ + \widehat{DSP} + \widehat{DPS} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$. Autrement dit, $\widehat{DSG}$ est plat, donc D , S et G sont alignés.
- 3► Comme D , S et G sont alignés, $DG = DS + SG = c + b$ (attention, c'est très faux s'il n'y a pas d'alignement !). Par le même raisonnement sur les trois autres côtés, on montre que $DG = GF = FE = ED = b + c$. Ainsi, $DEFG$ est un quadrilatère qui a 4 côtés de même longueur (c'est donc un losange jusque là, reste à montrer que ses angles sont droits).
Toujours en vertu de l'alignement, $\widehat{EDG} = \widehat{PDS} = 90^\circ$. On montre de la même manière que les trois autres angles sont droits. Ainsi, $DEFG$ est bien un carré.
- 4► On a vu précédemment que $DEFG$ est un carré de côté $b + c$, donc son aire vaut $(b + c)^2$.
- 5► L'aire de $DEFG$ peut se décomposer en la somme des aires des 4 pièces triangulaires et de l'aire de la zone centrale. Chaque pièce triangulaire étant une copie de ABC , elles ont la même aire que ABC que l'on note $\text{Aire}(ABC)$. La zone centrale est le carré $PQRS$ qui est de côté a , donc $\text{Aire}(PQRS) = a^2$. Ainsi,

$$\text{Aire}(DEFG) = 4 \times \text{Aire}(ABC) + \text{Aire}(PQRS)$$

et donc, en remplaçant ce qu'on connaît avec a , b et c :

$$(b + c)^2 = 4 \times \text{Aire}(ABC) + a^2$$

En soustrayant les deux membres de cette égalité par $4 \times \text{Aire}(ABC)$, on obtient :

$$(b + c)^2 - 4 \times \text{Aire}(ABC) = \cancel{4 \times \text{Aire}(ABC)} + a^2 - \cancel{4 \times \text{Aire}(ABC)}$$

ce qui donne en simplifiant :

$$(b + c)^2 - 4 \times \text{Aire}(ABC) = a^2$$

- 6► Dans cette figure, le grand carré est de côté $b + c$ comme dans la précédente figure, donc ils ont la même aire.
- 7► Les carrés bleus sont de côté b pour l'un et c pour l'autre, donc ils sont d'aires b^2 et c^2 .
- 8► L'aire du grand carré (qui vaut $(b + c)^2$) peut se décomposer comme l'aire des pièces triangulaires ($4 \times \text{Aire}(ABC)$) et l'aire en bleu ($b^2 + c^2$) :

$$(b + c)^2 = 4 \times \text{Aire}(ABC) + b^2 + c^2$$

en soustrayant de chaque côté par $4 \times \text{Aire}(ABC)$ et en simplifiant, on obtient

$$(b + c)^2 - 4 \times \text{Aire}(ABC) = b^2 + c^2$$

- 9► On a montré d'une part que :

$$(b + c)^2 - 4 \times \text{Aire}(ABC) = a^2$$

et d'autre part que :

$$(b + c)^2 - 4 \times \text{Aire}(ABC) = b^2 + c^2$$

donc :

$$a^2 = (b + c)^2 - 4 \times \text{Aire}(ABC) = b^2 + c^2$$

autrement dit $a^2 = b^2 + c^2$. Comme $a = BC$, $b = AC$ et $c = BA$, on en déduit le théorème de Pythagore :

$$BC^2 = BA^2 + AC^2$$

D1 Proportions

Exercices

Entraînement au calcul

Exercice 1 (Pourcentage et fractions)



1► Calculer :

a► 30% de 60

c► 60% de 70

b► 40% de 80

d► 90% de 20

2► Exprimer ces fractions en pourcentages :

a► $\frac{6}{10}$

c► $\frac{7}{8}$

e► $\frac{5}{2}$

b► $\frac{12}{15}$

d► $\frac{1}{2}$

f► $\frac{61}{1000}$

Exercice 2 (Calculs usuels)



Calculer :

a► $\frac{12}{15} \times 4$

e► $\frac{12}{6} - \frac{1}{12}$

b► $\frac{7}{8} \times 2$

f► $\frac{1}{3} \times \frac{3}{12}$

c► $\frac{1}{27} \times 18$

g► $\frac{12}{15} \times \frac{1}{2}$

d► $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{3}{12} + \frac{1}{24}$

h► $\frac{7}{8} \times \frac{3}{5}$

Exercice 3 (Tableau de correspondances)



Écriture décimale	Écriture fractionnaire	Autre écriture fractionnaire	Entier + Fraction < 1	Pourcentage
0,59				
	$\frac{6}{5}$			
		$1 + \frac{7}{10}$		
				229%

Calculs simples en situation

Exercice 4 (Fraction d'une quantité)



1► Pour le goûter, Aurore a bu les deux tiers d'une canette de 33cL de soda, et Amel les trois cinquièmes d'une bouteille de 25cL d'eau gazeuse. Calculer la quantité bue par chacun en cL.

2► Lors de son séjour à Venise, Nino a parcouru 13,5km, dont deux neuvièmes confortablement installé dans une gondole. Quelle distance a-t-il parcouru en gondole ?

3► Sur 600 articles dans un magasin, deux tiers sont en soldes.
Donner le nombre d'articles soldés.

Exercice 5 (Pourcentage d'une quantité)



1► La chemise que Lucie achète devrait coûter 60 euros mais a 20% de réduction.
Quel est son prix ?

2► Une veste coûte 50 euros.
Quel sera son prix si le marchand pose une étiquette -70% ?

Exercice 6 (Proportion de proportion)

- 1► Garance boit un tiers de son Soda, puis la moitié de ce qu'il reste.
Combien a-t-elle bu de Soda ?
- 2► Antoine a préparé 10 cookies. Guillaume mange deux cinquièmes des cookies, Margaux prend deux tiers de ce qu'il reste.
Combien de cookies reste-t-il pour Antoine ?
- 3► Walid dépense deux tiers de ses économies pour acheter un jeu vidéo. Il dépense un cinquième du reste pour acheter un sandwich. Il lui reste alors 24€.
Combien d'argent avait-il au départ ?
- 4► Camille a 50€ en poche, elle achète un jeu vidéo avec trois dixièmes de cette somme, puis va au restaurant en dépensant trois cinquièmes de ce qu'elle avait initialement en poche.
Combien d'argent lui reste-t-il ?

Exercice 7 (Proportions et fractions)

- 1► Pour sa grenadine, Mme A a rempli un tiers de son verre de sirop, puis a versé de l'eau jusqu'à raz bord. Son verre fait 21cL.
Quel volume de Sirop a-t-elle versé dans le verre ?
- 2► Mr B a parcouru 36km aujourd'hui. La moitié en bus, un tiers en vélo et le reste à pieds.
Quelle distance a parcouru Mr B en vélo ? En bus ? À pieds ?
Quelle proportion du parcours a été parcouru à pieds ?
- 3► Une question dont la réponse est oui ou non est posée à la classe. 6 élèves sur 18 répondent oui, un tiers de la classe répond non.
Combien d'élèves n'ont pas répondu ?

Exercice 8 (Pourcentages)

- 1► 80% des 55 personnes interrogées disent aimer le chocolat noir.
Combien de personnes interrogées aiment le chocolat noir ?
- 2► 56% des 50 chatons nés cette année ont le pelage gris.
Combien de chatons nés cette année ont le pelage gris ?
- 3► 28% des 850 personnes interrogées connaissent le théorème de Pythagore.

Combien de personnes interrogées connaissent le théorème de Pythagore ?

- 4► Une veste qui coûte habituellement 35€ est à 60% de réduction.
Donner son prix soldé.
- 5► Sur les 120 élèves de mathématiques spécifiques de l'an dernier, 30 n'ont jamais été absents.
Quelle est la proportion d'élèves qui n'a jamais été absent ? (Donner une fraction puis un pourcentage.)
- 6► Sur les 50 chatons nés cette année, 15 ont les yeux bleus.
Quelle est la proportion de chatons ayant les yeux bleus ? (Donner une fraction puis un pourcentage)

Exercice 9

Dans la bibliothèque de Jojo, on peut trouver 1200 livres. 600 de ces livres sont des ouvrages datant d'avant 1900, qu'il appelle des "classiques". Parmi ces classiques, il a marqué d'une gommette rouge 200 ouvrages qu'il appelle les "classiques essentiels" : des livres qu'il faut absolument avoir lu.

- 1► Dans la bibliothèque de Jojo, quelle est la proportion de "classiques" ?
- 2► Donner la proportions de "classiques essentiels" parmi les "classiques".
- 3► Dans la bibliothèque de Jojo, quelle est la proportion de "classiques essentiels" ?

Cependant depuis 1900 il est sorti de nombreux livres que Jojo trouve extraordinaires, selon lui 150 de ces ouvrages récents dans sa bibliothèques sont des "incontournables".

- 4► Quelle est la proportion de livres "incontournables" dans la collection de Jojo ?
- 5► Donner la proportion de livres "incontournables" parmi les ouvrages sortis après 1900.
- 6► Si Dio, un ami de Jojo, devait lire les "classiques essentiels" et les "incontournables", quelle proportion de la bibliothèque de Jojo aurait-il besoin de lire ?
- 7► Après avoir examiné la bibliothèque de Jojo, Dio pense qu'il possède déjà chez lui deux tiers de ses ouvrages au total et trois quarts de ses "classiques". Parmi les ouvrages qui sont communs à leurs deux bibliothèques, quelle est la proportion de "classiques" ?

Exercice 10



Laura affirme qu'elle passe un tiers de chaque jour à dormir, un quart à être en cours, un huitième à s'alimenter, un douzième à faire ses devoirs et faire des tâches ménagères, un douzième à utiliser son téléphone ou regarder la télé, et le reste à s'adonner ses loisirs.

- 1► Exprimer les durées de chacune des 6 activités qu'à évoqué Laura en heure.
Il est vivement recommandé d'utiliser le modèle en barres.
- 2► Donner la proportion de sa journée consacrée aux loisirs.
- 3► Exprimer chacune des fractions données ci dessus en pourcentages si possible.

Avec la calculatrice

Exercice 11 (Proportion via effectif)

En 1998, le film *Titanic* avait enregistré 20 634 793 entrées. Cette année-là, tous films confondus, les cinémas en France ont enregistré 170,1 millions d'entrées.

En 2008, le film *Bienvenue chez les Ch'tis* avait enregistré 20 489 303 entrées. Cette année-là, tous films confondus, les cinémas en France ont enregistré 212,7 millions d'entrées.

Lequel de ces deux films a attiré la plus grande proportion de spectateurs l'année de sa sortie ?

Exercice 12 (Effectif via proportion)

- 1► L'Asie compte environ 4,6 milliards d'habitants, et 31% d'entre eux vivent en Inde. Combien l'Inde compte-t-elle d'habitants ?
- 2► La France compte environ 67 millions d'habitants, ce qui représente environ 15% de la population totale de l'Union Européenne (UE).
Combien l'UE compte-t-elle d'habitants au total ?

Exercice 13 (Proportion de proportion)

L'été dernier, 64% des Espagnols sont partis en vacances, et parmi ceux-ci, 61% sont allés à la mer.
Quel pourcentage des Espagnols sont allés à la mer l'été dernier ?

Tableaux croisés d'effectifs

Exercice 14

Un restaurant effectue un sondage auprès de ses clients le premier septembre. On donne les résultats de ce sondage dans ce tableau :

	Très satisfaits	Satisfaits	Pas satisfaits	Total
Sur place	10	12	8	
À emporter	14		15	50
Total		33	23	

- 1► Quels sont les caractères étudiés ?

- 2► Quelle est la quantité de clients qui ont pris un repas sur place ?
- 3► Compléter le tableau.
- 4► Quelle est la proportion de clients qui ont pris un repas à emporter ? Le gérant est satisfait si au moins 70% des clients sont satisfaits ou très satisfaits.
- 5► Le gérant est-il satisfait ?
- 6► Calculer la proportion de clients très satisfaits parmi ceux qui ont pris un repas sur place.
- 7► Suite à ce sondage, le gérant du restaurant affirme que les clients prenant un repas à emporter sont plus souvent très satisfaits que ceux qui prennent un repas sur place.
Discuter la pertinence de cette affirmation en vous appuyant sur vos calculs.

Exercice 15

On a listé tous les participants à une course de 20 chevaux suivant leur sexe et leur âge. (Par exemple : F5 désigne une femelle âgée de 5 ans).

F5 – M6 – M5 – F6 – F7 – F5 – F5 – M6 – M7 – F5 – F6 – F7 – M7 – F5 – F5 – F6 – F7 – M6 – M5 – F6

- 1► Quels sont les deux caractères permettant de catégoriser ces chevaux ?
- 2► Compléter le tableau croisé d'effectifs suivant :

	5 ans	6 ans	7 ans	Total
Femelle				
Mâle				
Total				

- 3► Calculer la proportion de femelles.
- 4► Parmi les femelles quelle est la proportion de femelles âgées de 5 ans ?
- 5► Mettre en lien les résultats des questions précédents avec la proportion de femelles âgées de 5 ans parmi l'ensemble des participants.

Corrections

Entraînement au calcul

Correction de l'ex 1

$$\begin{array}{ll}
 1 \blacktriangleright a \blacktriangleright 30\% \text{ de } 60 = \frac{30}{100} \times 60 = \frac{30 \times 60}{100} = \frac{1800}{100} = 18 & 2 \blacktriangleright a \blacktriangleright \frac{6}{10} = \frac{6 \times 10}{10 \times 10} = \frac{60}{100} = 60\% \\
 b \blacktriangleright 40\% \text{ de } 80 = \frac{40}{100} \times 80 = \frac{40 \times 80}{100} = \frac{3200}{100} = 32 & b \blacktriangleright \frac{12}{15} = \frac{3 \times 4}{3 \times 5} = \frac{4}{5} = \frac{4 \times 20}{5 \times 20} = \frac{80}{100} = 80\% \\
 c \blacktriangleright 60\% \text{ de } 70 = \frac{60}{100} \times 70 = \frac{60 \times 70}{100} = \frac{4200}{100} = 42 & c \blacktriangleright \frac{7}{8} = 7 \div 8 = 0,875 = \frac{87,5}{100} = 87,5\% \\
 d \blacktriangleright 90\% \text{ de } 20 = \frac{90}{100} \times 20 = \frac{90 \times 20}{100} = \frac{1800}{100} = 18 & d \blacktriangleright \frac{1}{2} = \frac{1 \times 50}{2 \times 50} = \frac{50}{100} = 50\% \\
 & e \blacktriangleright \frac{5}{2} = \frac{5 \times 50}{2 \times 50} = \frac{250}{100} = 250\% \\
 & f \blacktriangleright \frac{61}{1000} = \frac{61 \div 10}{1000 \div 10} = \frac{6,1}{100} = 6,1\%
 \end{array}$$

Correction de l'ex 2

$$\begin{array}{ll}
 a \blacktriangleright \frac{12}{15} \times 4 = \frac{3 \times 4}{3 \times 5} \times 4 = \frac{4}{5} \times 4 = \frac{4 \times 4}{5} = \frac{16}{5} & c \blacktriangleright \frac{1}{27} \times 18 = \frac{18}{27} = \frac{9 \times 2}{9 \times 3} = \frac{2}{3} \\
 b \blacktriangleright \frac{7}{8} \times 2 = \frac{7 \times 2}{8} = \frac{7 \times \cancel{2}}{4 \times \cancel{2}} = \frac{7}{4} \\
 d \blacktriangleright \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{3}{12} + \frac{1}{24} = \frac{1 \times 8}{3 \times 8} + \frac{1 \times 4}{6 \times 4} + \frac{3 \times 2}{12 \times 2} + \frac{1}{24} = \frac{8}{24} + \frac{4}{24} + \frac{6}{24} + \frac{1}{24} = \frac{8+4+6+1}{24} = \frac{19}{24} \\
 e \blacktriangleright \frac{12}{6} - \frac{1}{12} = 2 - \frac{1}{12} = \frac{2 \times 12}{1 \times 12} - \frac{1}{12} = \frac{24}{12} - \frac{1}{12} = \frac{23}{12} & g \blacktriangleright \frac{12}{15} \times \frac{1}{2} = \frac{3 \times 4}{3 \times 5} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{2}{5} \\
 f \blacktriangleright \frac{1}{3} \times \frac{3}{12} = \frac{1 \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times 12} = \frac{1}{12} & h \blacktriangleright \frac{7}{8} \times \frac{3}{5} = \frac{7 \times 3}{8 \times 5} = \frac{21}{40}
 \end{array}$$

Correction de l'ex 3

Écriture décimale	Écriture fractionnaire	Autre écriture fractionnaire	Entier + Fraction < 1	Pourcentage
0,59	$\frac{59}{100}$	$\frac{590}{1000}$	$0 + \frac{59}{100}$	59%
1,2	$\frac{6}{5}$	$\frac{12}{10}$	$1 + \frac{1}{5}$	120%
1,7	$\frac{17}{10}$	$1 + \frac{7}{10}$	$1 + \frac{7}{10}$	170%
2,29	$\frac{229}{100}$	$\frac{2290}{1000}$	$2 + \frac{29}{100}$	229%

Calculs simples en situation

Correction de l'ex 4

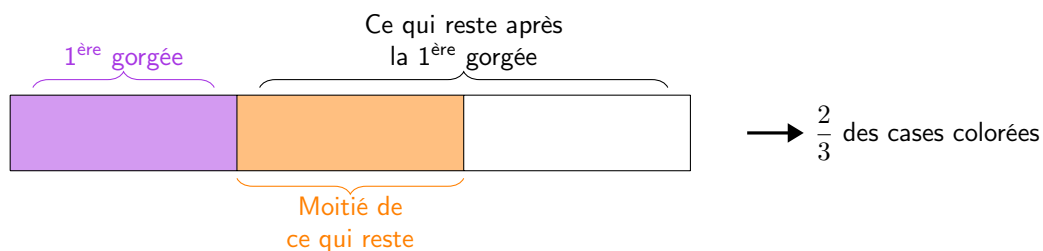
- 1► Pour Aurore : elle a bu les $\frac{2}{3}$ de 33 cL, c'est-à-dire $\frac{2}{3} \times 33 = \frac{2 \times 33}{3} = 2 \times 11 = 22$ cL. Donc Aurore a bu 22 cL de soda.
 ► Pour Amel : elle a bu les $\frac{3}{5}$ de 25 cL, c'est-à-dire $\frac{3}{5} \times 25 = \frac{3 \times 25}{5} = 3 \times 5 = 15$ cL. Donc Amel a bu 15 cL d'eau gazeuse.
- 2► Nino a parcouru les $\frac{2}{9}$ de 13,5 km, c'est-à-dire $\frac{2}{9} \times 13,5 = \frac{2 \times 13,5}{9} = \frac{27}{9} = 3$ km. Donc Nino a parcouru 3 km en gondole.
- 3► Les $\frac{2}{3}$ des 600 articles sont en soldes, c'est-à-dire $\frac{2}{3} \times 600 = \frac{2 \times 600}{3} = 2 \times 200 = 400$ articles. Il y a donc 400 articles soldés dans le magasin.

Correction de l'ex 5

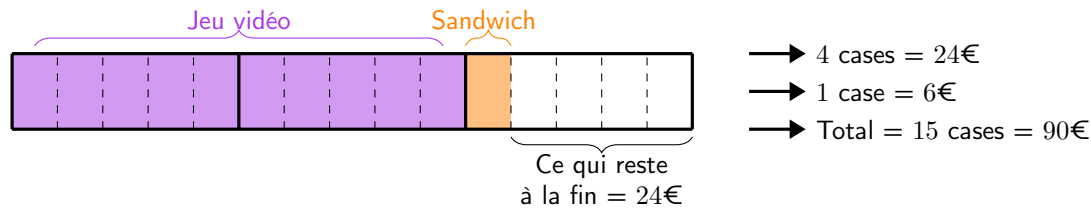
- 1► Le montant de la réduction s'élève à 20% de 60€, c'est-à-dire $\frac{20}{100} \times 60 = \frac{1200}{100} = 12$ €. Le prix après réduction est donc de $60 - 12 = 48$ €.
- 2► Le montant de la réduction s'élève à 70% de 50€, c'est-à-dire $\frac{70}{100} \times 50 = \frac{3500}{100} = 35$ €. Le nouveau prix de la veste est donc de $50 - 35 = 15$ €.

Correction de l'ex 6

- 1► Après avoir bu un tiers de son soda, il reste à Garance $\frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ du soda initial. Elle boit ensuite la moitié de ce reste, soit $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ du soda initial. Au total, elle a donc bu $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ de son soda.



- 2► Guillaume mange deux cinquièmes des 10 cookies, soit $\frac{2}{5} \times 10 = \frac{20}{5} = 4$ cookies. Il reste alors $10 - 4 = 6$ cookies. Margaux prend les deux tiers de ce reste, soit deux tiers de 6 cookies, c'est-à-dire $\frac{2}{3} \times 6 = \frac{12}{3} = 4$ cookies. Il reste donc pour Antoine $6 - 4 = 2$ cookies.
- 3► Après avoir acheté son jeu vidéo, il reste à Walid $\frac{3}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ de ses économies. Il dépense ensuite un cinquième de ce reste pour son sandwich, soit $\frac{1}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{15}$ des économies initiales. Au total, il a dépensé $\frac{2}{3} + \frac{1}{15} = \frac{10}{15} + \frac{1}{15} = \frac{11}{15}$ de ses économies, par conséquent il lui reste $\frac{4}{15}$ de ses économies. Soit x le montant initial de ses économies : on a $\frac{4}{15}x = 24$, d'où $x = 24 \times \frac{15}{4} = 6 \times 15 = 90$ €. Walid avait donc 90€ au départ.



- 4► Pour le jeu vidéo, Camille dépense trois dixièmes de ses 50€, c'est-à-dire $\frac{3}{10} \times 50 = \frac{150}{10} = 15\text{€}$. Pour le restaurant, elle dépense trois cinquièmes de la somme initiale de 50€, c'est-à-dire $\frac{3}{5} \times 50 = \frac{150}{5} = 30\text{€}$. Au total, elle a dépensé $15 + 30 = 45\text{€}$. Il lui reste donc $50 - 45 = 5\text{€}$.

Correction de l'ex 7

- 1► Mme A a versé un tiers de sirop dans un verre de 21 cL, c'est-à-dire $\frac{1}{3} \times 21 = 7$ cL. Elle a donc versé 7 cL de sirop.
- 2► Calculons les différentes distances parcourues par Mr B sur ses 36 km :
- En bus : la moitié du parcours, soit $\frac{1}{2} \times 36 = 18$ km.
 - En vélo : un tiers du parcours, soit $\frac{1}{3} \times 36 = 12$ km.
 - À pieds : le reste de la distance, soit $36 - (18 + 12) = 36 - 30 = 6$ km.
- La proportion du parcours effectuée à pieds correspond à 6 km sur 36 km, soit la fraction $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$. Mr B a donc fait un sixième du parcours à pieds.
- 3► Déterminons d'abord le nombre d'élèves ayant donné une réponse :
- 6 élèves répondent « oui ».
 - Un tiers de la classe de 18 élèves répond « non », soit $\frac{1}{3} \times 18 = 6$ élèves.
- Au total, $6 + 6 = 12$ élèves ont répondu. Le nombre d'élèves n'ayant pas répondu est donc de $18 - 12 = 6$.

Correction de l'ex 8

- 1► Pour calculer le nombre de personnes aimant le chocolat noir, on prend 80% des 55 personnes interrogées, c'est-à-dire $\frac{80}{100} \times 55 = 0,8 \times 55 = 44$. Donc 44 personnes interrogées aiment le chocolat noir.
- 2► On cherche 56% de 50 chatons, ce qui donne $\frac{56}{100} \times 50 = \frac{56}{2} = 28$. Ainsi, 28 chatons ont le pelage gris.
- 3► On calcule 28% de 850 personnes, soit $\frac{28}{100} \times 850 = \frac{28 \times 85}{10} = \frac{2380}{10} = 238$. Donc 238 personnes connaissent le théorème de Pythagore.
- 4► Le montant de la réduction s'élève à 60% de 35€, c'est-à-dire $\frac{60}{100} \times 35 = 0,6 \times 35 = 21\text{€}$. Le prix soldé de la veste est donc de $35 - 21 = 14\text{€}$.
- 5► La proportion d'élèves n'ayant jamais été absents est de 30 élèves sur un total de 120, soit la fraction $\frac{30}{120} = \frac{30 \times 1}{30 \times 4} = \frac{1}{4}$. En pourcentage, cela correspond à $\frac{1}{4} = \frac{1 \times 25}{4 \times 25} = \frac{25}{100} = 25\%$.
- 6► La proportion de chatons ayant les yeux bleus correspond à 15 chatons sur un total de 50, soit la fraction $\frac{15}{50} = \frac{5 \times 3}{5 \times 10} = \frac{3}{10}$. En pourcentage, cela représente $\frac{3}{10} = \frac{3 \times 10}{10 \times 10} = \frac{30}{100} = 30\%$.

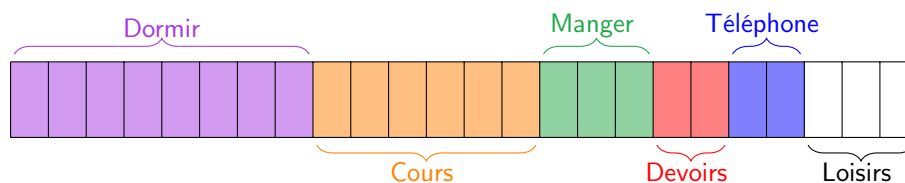
Correction de l'ex 9

- 1► La bibliothèque contient 1200 livres au total, dont 600 « classiques ». La proportion de « classiques » dans la bibliothèque est de $\frac{600}{1200} = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$.
- 2► Il y a 200 « classiques essentiels » parmi les 600 « classiques ». La proportion de « classiques essentiels » parmi les « classiques » est de $\frac{200}{600} = \frac{1}{3}$ (environ 33,33%).
- 3► Il y a 200 « classiques essentiels » sur un total de 1200 livres. La proportion de « classiques essentiels » dans la bibliothèque est de $\frac{200}{1200} = \frac{1}{6}$ (environ 16,67%).
- 4► La bibliothèque contient 150 livres « incontournables » sur un total de 1200 livres. La proportion d'« incontournables » dans la bibliothèque est de $\frac{150}{1200} = \frac{1}{8} = 0,125 = 12,5\%$.
- 5► Le nombre d'ouvrages récents (sortis après 1900) est $1200 - 600 = 600$. Parmi eux, 150 sont des « incontournables ». La proportion de livres « incontournables » parmi les ouvrages sortis après 1900 est de $\frac{150}{600} = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$.
- 6► Le nombre total de livres à lire est de 200 (« essentiels ») + 150 (« incontournables ») = 350 livres. Dio aurait besoin de lire une proportion de $\frac{350}{1200} = \frac{7}{24}$ de la bibliothèque (environ 29,17%).
- 7► Calculons d'abord les effectifs des livres communs aux deux bibliothèques :
 - Nombre total de livres communs : $\frac{2}{3} \times 1200 = 800$ livres.
 - Nombre de « classiques » communs : $\frac{3}{4} \times 600 = 450$ livres.

Parmi les 800 livres communs, la proportion de « classiques » est donc $\frac{450}{800} = \frac{9}{16} = 0,5625$. Parmi les ouvrages communs, la proportion de « classiques » est de $\frac{9}{16}$ (soit 56,25%).

Correction de l'ex 10

- 1► On rappelle qu'une journée dure 24 heures. Un tiers représente donc $24 \div 3 = 8$ heures, un quart représente $24 \div 4 = 6$ heures, un huitième représente $24 \div 8 = 3$ heures, et un douzième représente $24 \div 12 = 2$ heures. Le modèle en barre ci-dessous où une case représente 1 heure nous permet de conclure que Laura dispose de 3 heures pour ses loisirs.



- 2► D'après la question précédente, 3 heures su 24 sont dédiées aux loisirs, soit une proportion de $\frac{3}{24} = \frac{1}{8}$ de sa journée.
- 3► On peut exprimer une proportion fractionnaire comme pourcentage exact si, et seulement si cette fraction est un nombre décimal. Ce n'est pas le cas de $\frac{1}{3}$ (mais qui vaut approximativement 33%) et de $\frac{1}{6}$ (qui vaut approximativement 17%), ni de $\frac{1}{12}$ (qui vaut approximativement 8%). En revanche, $\frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$ et $\frac{1}{8} = 0,125 = 12,5\%$.

Avec la calculatrice

Correction de l'ex 11

Titanic : $\frac{20\,634\,793}{170\,100\,000} \approx 12,13\%$ des entrées de 1998.

Bienvenue chez les Ch'tis : $\frac{20\,489\,303}{212\,700\,000} \approx 9,63\%$ des entrées de 2008.

Le *Titanic* a donc été plus populaire.

Correction de l'ex 12

1► Il y a 31% de 4,6 milliards = $\frac{31}{100} \times 4\,600\,000\,000 = 1\,426\,000\,000$ habitants en Inde

2► Si 67 millions représentent 15% des habitants de l'UE, alors 1% des habitants de l'UE représente $\frac{67\,000\,000}{15}$ habitants, et donc l'UE complète accueille 100% de ses habitants, soit $100 \times \frac{67\,000\,000}{15} \approx 4\,466\,666\,667$ habitants (attention à ne pas approcher la fraction avant la fin du calcul!). Combien l'UE compte-t-elle d'habitants au total ?

Correction de l'ex 13

C'est un calcul de proportion de proportions, ici on multiplie directement les deux pourcentages : $\frac{61}{100} \times \frac{64}{100} = 0,3904 = 39,04\%$ des Espagnols sont allés à la mer l'été dernier.

Tableaux croisés d'effectifs

Correction de l'ex 14

1► Les caractères étudiés sont la satisfaction des clients (très satisfait / satisfait / pas satisfait) et leur lieu de consommation (sur place / à emporter).

2► Il y a $10 + 12 + 8 = 30$ clients qui ont pris un repas sur place.

3►

	Très satisfaits	Satisfaits	Pas satisfaits	Total
Sur place	10	12	8	30
À emporter	14	21	15	50
Total	24	33	23	80

4► Au total, 50 clients sur les 80 ont pris un repas à emporter, soit une proportion de $\frac{50}{80} = \frac{5}{8} = 0,625 = 62,5\%$.

5► Il y a $24 + 33 = 57$ clients satisfaits ou très satisfaits parmi les 80 clients du restaurant, soit une proportion de $\frac{57}{80}$. On cherche si cette proportion est supérieure à $70\% = \frac{70}{100} = \frac{7}{10}$. On met les deux fractions au même dénominateur pour les comparer : d'une part $\frac{57}{80} = \frac{57 \times 10}{80 \times 10} = \frac{570}{800}$. D'autre part, $\frac{7}{10} = \frac{7 \times 80}{10 \times 80} = \frac{560}{800}$. Or $\frac{570}{800} > \frac{560}{800}$, donc le gérant est satisfait.

6► Il y a 30 clients qui ont pris un repas sur place, et parmi eux 10 sont très satisfait, ce qui représente en proportion $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$ des clients ayant mangé sur place (soit approximativement 33%).

- 7► Il y a 50 clients qui ont pris un repas à emporter, et parmi eux 14 sont très satisfaits, ce qui représente en proportion $\frac{14}{50} = \frac{28}{100} = 28\%$ des clients ayant mangé à emporter. Ce pourcentage est inférieur au précédent, le gérant a donc tort.

Correction de l'ex 15

- 1► Les deux critères étudiés sont l'âge (entre 5, 6 ou 7 ans) et le sexe des chevaux (mâle ou femelle).

2►

	5 ans	6 ans	7 ans	Total
Femelle	6	4	3	13
Mâle	2	3	2	7
Total	8	7	5	20

- 3► Il y a 13 femelles parmi 20 chevaux, soit une proportion de $\frac{13}{20}$.

- 4► Il y a 13 femelles, et parmi elles 6 ont 5 ans, soit une proportion de $\frac{6}{13}$.

- 5► Il y a 6 femelles de 5 ans parmi les 20 chevaux, soit une proportion de $\frac{6}{20}$. On aurait pu retrouver cette proportion en multipliant les deux précédentes : $\frac{13}{20} \times \frac{6}{13} = \frac{6}{20}$.

F1 Généralités sur les fonctions

Corrections

D2 Évolutions

Exercices

Évolutions simples

Exercice 1 (Taux d'évolution)

Recopier et compléter sans justifier le tableau ci-dessous :

Variation en pourcentage	Baisse de 28%	Hausse de 73%		
Coefficient multiplicateur			0,9	1,23

Exercice 2 (Soldes : prix final)

Un magasin affiche des étiquettes de promotion pendant les soldes, avec l'ancien prix barré, le pourcentage de réduction et le nouveau prix.
Complétez les étiquettes ci-dessous.



Exercice 3 (Soldes : réduction)

Un magasin affiche des étiquettes de promotion pendant les soldes, avec l'ancien prix barré, le pourcentage de réduction et le nouveau prix.
Complétez les étiquettes ci-dessous.



Exercice 4 (Soldes : prix initial)

Un magasin affiche des étiquettes de promotion pendant les soldes, avec l'ancien prix barré, le pourcentage de réduction et le nouveau prix.
Complétez les étiquettes ci-dessous.



Exercice 5 (Défi)

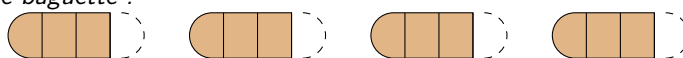
Depuis 2018, les commerçants n'ont plus le droit d'offrir sur les produits alimentaires des promotions au-delà d'un tiers de leur valeur (c'est-à-dire concernant les produits que l'on peut acheter à l'unité : un concombre, une bouteille, ...) ou d'un quart de leur volume (c'est-à-dire concernant les produits dont le prix est affiché au kg ou au L : des pommes, des boissons, de la lessive, ...).

Autrement dit, on doit calculer la réduction entre l'unité du produit (la valeur d'un article seul, ou d'un kg, ou d'un L) sans promotion et avec. Par exemple, si on vend 4 baguettes pour le prix de 3, alors 1 baguette coûte alors le prix de $3 \div 4 = 0,75$ baguette, soit une réduction de 25%.

Il est commode de représenter la situation avec un dessin, sur lequel on peut lire la réduction globale :



On voit 3 baguettes payées au plein tarif, 1 baguette gratuite, ce qui, si on réarrange le remplissage, revient à offrir un quart de chaque baguette :



Complétez les étiquettes de réduction suivantes pour qu'elles offrent la plus grande promotion possible dans la limite de la loi.

40 rouleaux
+ ... offerts !

... achetés
1 offert !

2 achetés
le 2^e à -...%

40cL
dont ... cL gratuits

Évolutions successives

Exercice 6 (Hausse des prix)

Un jouet sophistiqué de la marque GW coûtait 26€ en 2012, ce même article en coûte 52€ en 2024.

- 1► Calculer la hausse du prix (variation relative) et l'exprimer en pourcentage.

L'entreprise justifie son augmentation de prix par l'inflation, c'est-à-dire le fait que tous les produits du marché soient plus chers et donc qu'il est plus cher de produire.

L'inflation était de 2% en moyenne chaque année de 2012 à 2021. Elle a bondi à 5% en 2022 et 5% en 2023, puis est finalement retombée à 2% en 2024.

- 2► La hausse du prix du fabricant de jouet est-elle justifiée ?
- 3► Quel serait le prix du jouet si l'augmentation du prix avait suivi l'inflation ? (On arrondira par excès à l'unité.)

Exercice 8 (Chiffre d'affaire)

Bob a créé son entreprise de comptabilité en 2020. Son chiffre d'affaire est de 24 000€ cette année. Les trois années suivantes, Bob voit son chiffre d'affaire augmenter de 20%, puis de 10% et enfin de 5%.

- 1► Donner le chiffre d'affaire de Bob en 2021.
- 2► Quel est le taux d'évolution global correspondant à ces trois évolutions successives ?
- 3► Donner le chiffre d'affaire de Bob en 2023.

Exercice 9 (Effectifs de deux lycées)

Le lycée A a vu sa population augmenter de 5% en 2023 puis de 5% en 2024.

Le lycée B a vu sa population augmenter de 3% en 2023 puis de 7% en 2024.

Dans quel lycée l'augmentation est-elle (en proportion) la plus grande sur ces deux années ?

Exercice 7 (Réductions cumulées)

Un pantalon à 50€ est soldé à 10% mais Charles qui travaille dans le magasin a droit à une remise de 20% sur ses achats. Quelle somme dépensera Charles s'il applique les deux réductions ?

Exercice 10 (Évolutions successives)

Quelle évolution en pourcentage correspond à :

- 1► Deux augmentations successives de 20% ?
- 2► Une augmentation de 60% suivie d'une autre de 40% ?
- 3► Une augmentation de 20% puis une autre de 80% ?
- 4► Une augmentation de 10% suivie d'une diminution de 10% ?
- 5► Une augmentation de 100% suivie d'une baisse de 50% ?

Exercice 11 (Stocks en baisse)

Julia a vendu 75% de son stock. Son partenaire a vendu le lendemain 75% du reste. Il reste alors 12 palettes à Julia et son partenaire.

- 1► Quelle proportion du stock a vendu le partenaire de Julia ?
- 2► De combien de palettes disposaient Julia et son partenaire avant la vente ?

Exercice 12 (Les économies de Mme B)

Mme B a fait un dépôt sur son compte en 2019. On lit dans le tableau suivant que de 2019 à 2020, Mme B a vu ses économies augmenter de 5%.

Compléter ce tableau.

Année	Valeur des économies de Mme B	Taux d'évolution par rapport à l'année précédente
2019		×
2020	10 000	+5%
2021		+20%
2022		+5%
2023	13 860	
2024	16 632	

Exercice 13 (Exercice complet)

Un magasin de meubles propose des soldes.

- 1► Une table coûtait 345€ et est soldée à -45%. Quel est son nouveau prix ?
- 2► Un lot de chaises coûte, solde comprises, 202,80€. Sachant qu'il est soldé à -35%, quel est le prix initial du lot de chaises ?
- 3► Une armoire coûtait 340€, et est proposée à 119€ pendant les soldes.
 - a► Quelle est la variation absolue du prix de cette armoire ?
 - b► Quel est le pourcentage de réduction ?

Exercice 14 (La boucle est-elle bouclée ?)

Le prix des barres de céréales a augmenté de 40% puis diminué de 40%. Comment a-t-il évolué globalement ? A-t-il augmenté, diminué ? De quel pourcentage ?

Corrections

Évolutions simples

Correction de l'ex 1

Variation en pourcentage	Baisse de 28%	Hausse de 73%	$0,9 = 90\%$ $100 - 10 = 90$ → Baisse de 10%	$1,23 = 123\%$ $100 + 23 = 123$ → Hausse de 23%
Coefficient multiplicateur	$100 - 28 = 72$ → 0,72	$100 + 73 = 173$ → 1,73	0,9	1,23

Correction de l'ex 2



Méthode 1 : 20% de 50€ = $\frac{20 \times 50}{100} = 10$ €
→ 50€ - 10€ = 40€

Méthode 2 : -20% $\iff \times 0,8$
→ 50€ $\times 0,8 = 40$ €



Méthode 1 : 5% de 250€ = $\frac{5 \times 250}{100} = 12,5$ €
→ 250€ - 12,5€ = 237,5€

Méthode 2 : -5% $\iff \times 0,95$
→ 250€ $\times 0,95 = 237,5$ €



Méthode 1 :
10% de 3,50€ = $\frac{10 \times 3,50}{100} = 0,35$ €
→ 3,50€ - 0,35€ = 3,15€

Méthode 2 : -10% $\iff \times 0,9$
→ 3,50€ $\times 0,9 = 3,15$ €



Méthode 1 : 75% de 80€ = $\frac{75 \times 80}{100} = 60$ €
→ 80€ - 60€ = 20€

Méthode 2 : -75% $\iff \times 0,25$
→ 80€ $\times 0,25 = 20$ €

Méthode 3 : Si on retire 75% du prix, il reste donc 25% soit un quart. Et un quart de 80€ vaut 80€ $\div 4 = 20$ €

Correction de l'ex 3



$$\frac{16 - 20}{20} = \frac{-4 \times 5}{20 \times 5} = \frac{-20}{100} = -20\%$$



$$\frac{0,90 - 4,50}{4,50} = \frac{-3,6 \times 10 \div 9}{4,5 \times 10 \div 9} = \frac{-4 \times 20}{5 \times 20} = \frac{-80}{100} = -80\%$$



$$\frac{125 - 150}{150} = \frac{-25}{150} = \frac{-25}{6 \times 25} = \frac{-1}{6} \approx -16,67\%$$



$$\frac{72 - 360}{360} = \frac{-288}{360} = \frac{-288 \div 72 \times 20}{360 \div 72 \times 20} = \frac{-80}{100} = -80\%$$

Correction de l'ex 4



Méthode 1 : $-40\% \iff \times 0,6$

Prix départ $\times 0,6 = 18\text{€}$

$$\rightarrow \text{Prix de départ} = \frac{18 \times 10 \div 6}{0,6 \times 10 \div 6} = \boxed{30\text{€}}$$

Méthode 2 : Si on retire 40%, alors il reste 60%, ce qui représente 18€. Donc 1% représente $\frac{18 \div 6}{60 \div 6} = \frac{3}{10} = 0,3\text{€}$, donc 100% représentent $100 \times 0,3\text{€} = 30\text{€}$. (Une présentation dans un tableau de proportionnalité est plus parlante !)



Méthode 1 : $-25\% \iff \times 0,75 \iff \times \frac{3}{4}$

Prix départ $\times \frac{3}{4} = 21\text{€}$

$$\rightarrow \text{Prix de départ} = 21 \div \frac{3}{4} = 21 \times \frac{4}{3} =$$

$$7 \times 3 \times \frac{4}{3} = 7 \times 4 = \boxed{28\text{€}}$$

Méthode 2 : Si on retire 25%, alors il reste 75%, ce qui représente 21€. Donc $25\% = 75\% \div 3$ représentent $21\text{€} \div 3 = 7\text{€}$, donc $100\% = 4 \times 25\%$ représentent $4 \times 7\text{€} = 28\text{€}$. (Une présentation dans un tableau de proportionnalité est plus parlante !)



Méthode 1 : $-10\% \iff \times 0,9$

Prix départ $\times 0,9 = 0,9\text{€}$

$$\rightarrow \text{Prix de départ} = \frac{0,9}{0,9} = \boxed{1\text{€}}$$

Méthode 2 : Si on retire 10%, alors il reste 90%, ce qui représente 0,9€. Donc 1% représente $\frac{0,9}{90} = 0,01\text{€}$, donc 100% représentent $100 \times 0,01\text{€} = 1\text{€}$. (Une présentation dans un tableau de proportionnalité est plus parlante !)



Méthode 1 :

$-80\% \iff \times 0,2 \iff \times \frac{1}{5} \iff \div 5$

Prix départ $\div 5 = 4,20\text{€}$

$$\rightarrow \text{Prix de départ} = 4,20\text{€} \times 5 = \boxed{21\text{€}}$$

Méthode 2 : Si on retire 80%, alors il reste 20%, ce qui représente 4,20€. Donc 10% représentent $4,20\text{€} \div 2 = 2,10\text{€}$, donc 100% représentent $10 \times 2,10\text{€} = 21\text{€}$. (Une présentation dans un tableau de proportionnalité est plus parlante !)

Évolutions successives

Correction de l'ex 6

1► Le prix de départ est de 26€. Le prix d'arrivée est de 52€. La formule donnant la variation relative est :

$$\frac{52 - 26}{26} = \frac{26}{26} = 1 = \frac{100}{100} = 100\%$$

Le jouet a subi une augmentation de 100%.

2► Une augmentation de 2% revient à multiplier le prix par 1,02. Une augmentation de 5% revient à multiplier

le prix par 1,05. L'inflation a été de 2% pendant 10 ans, puis de 5% pendant 2 ans et de 2% pendant 1 an. Le coefficient multiplicateur global s'obtient en multipliant les coefficients des 13 années intermédiaires, ce qui se résume par la formule $1,02^{10} \times 1,05^2 \times 1,02 \approx 1,37$. Le taux d'évolution global est donc de 37% environ. La hausse n'est pas justifiée.

- 3► Si on note CM_g le coefficient multiplicateur global trouvé précédemment. Le nouveaux prix devrait être $26\text{€} \times CM_g \approx 33,94\text{€}$.

Correction de l'ex 7

Méthode 1 : Les deux réductions successives de 10% et de 20% correspondent aux coefficients multiplicateurs 0,9 et 0,8. Le coefficient multiplicateur global est donc $0,9 \times 0,8 = 0,72$. Le nouveau prix est donc $0,72 \times 50\text{€} = 0,72 \times \frac{100}{2}\text{€} = \frac{72}{2}\text{€} = 36\text{€}$.

Méthode 2 : D'abord, 10% de $50\text{€} = \frac{10 \times 50\text{€}}{100} = 5\text{€}$, donc après la réduction due aux soldes, le pantalon coûte $50\text{€} - 5\text{€} = 45\text{€}$. Ensuite, 20% de $45\text{€} = \frac{20 \times 45\text{€}}{100} = 9\text{€}$, donc après la réduction employé, le pantalon coûte $45\text{€} - 9\text{€} = 36\text{€}$.

Correction de l'ex 8

- 1► 20% de $24\,000\text{€} = \frac{20 \times 24\,000\text{€}}{100} = 4\,800\text{€}$ donc son chiffre d'affaire en 2021 est de $24\,000\text{€} + 4\,800\text{€} = 28\,800\text{€}$.
- 2► Les trois augmentations successives correspondent respectivement aux coefficients multiplicateurs 1,20, 1,10 et 1,05. Le coefficient multiplicateur global est donc $1,20 \times 1,10 \times 1,05 = 1,386$, ce qui correspond à une augmentation de 38,6%.

Correction de l'ex 9

Lycée A : les deux augmentations correspondent à un coefficient multiplicateur 1,05 chacune, donc le coefficient global est de $1,05 \times 1,05 = 1,1025$, soit une augmentation de 10,25%.

Lycée B : les deux augmentations correspondent aux coefficients multiplicateur 1,03 et 1,07, donc le coefficient global est de $1,03 \times 1,07 = 1,1021$, soit une augmentation de 10,21%.

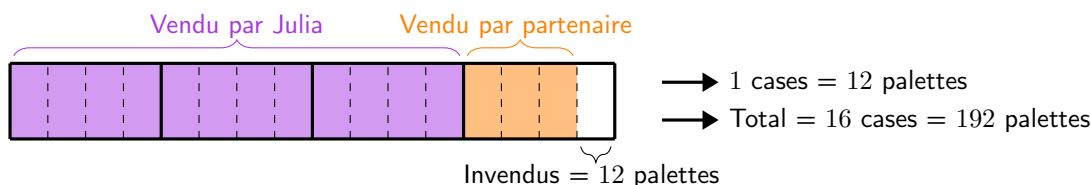
Le lycée A a donc subi la plus forte augmentation.

Correction de l'ex 10

- 1► Une augmentation de 20% correspond à un coefficient multiplicateur de 1,20, donc deux augmentations successives de 20% correspondent à un coefficient global de $1,20 \times 1,20 = 1,44$, soit une augmentation de 44%.
- 2► Une augmentation de 60% correspond à un coefficient multiplicateur de 1,60 et une augmentation de 40% à un coefficient de 1,40. Deux augmentations successives de 60% puis 40% correspondent donc à un coefficient global de $1,60 \times 1,40 = 2,24$, soit une augmentation de 124%.
- 3► Une augmentation de 20% correspond à un coefficient multiplicateur de 1,20 et une augmentation de 80% à un coefficient de 1,80. Deux augmentations successives de 20% puis 80% correspondent donc à un coefficient global de $1,20 \times 1,80 = 2,16$, soit une augmentation de 116%.
- 4► Une augmentation de 10% correspond à un coefficient multiplicateur de 1,10 et une diminution de 10% à un coefficient de 0,90. Une augmentation de 10% suivie d'une diminution de 10% correspond donc à un coefficient global de $1,10 \times 0,90 = 0,99$, soit une diminution de 1%.
- 5► Une augmentation de 100% correspond à un coefficient multiplicateur de 2 et une baisse de 50% à un coefficient de 0,50. Une augmentation de 100% suivie d'une baisse de 50% correspond donc à un coefficient global de $2 \times 0,50 = 1$, soit une variation nulle (0%).

Correction de l'ex 11

- 1► Julia a vendu $75\% = \frac{3}{4}$ du stock, il restait donc $\frac{1}{4}$ du stock. Son partenaire a vendu 75% de ce quart restant, c'est-à-dire $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{4}$ du stock, autrement dit $\frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{16}$ du stock, soit 18,75% du stock en pourcentage ($\frac{3}{16} = 0,1875$).
- 2► Julia a vendu $\frac{3}{4} = \frac{12}{16}$ du stock. Son partenaire a vendu $\frac{3}{16}$ du stock. À eux deux, ils ont vendu $\frac{15}{16}$ du stock, il en reste donc $\frac{1}{16}$ qui n'a pas été vendu. D'après l'énoncé, cela correspond à 12 palettes. Leur stock initial correspond à la proportion $\frac{16}{16} = 16 \times \frac{1}{16}$, il y avait donc $16 \times 12 = 192$ palettes.



Correction de l'ex 12

Année	Valeur des économies de Mme B	Taux d'évolution par rapport à l'année précédente
2019	Environ 9 523,81	×
2020	10 000	+5%
2021	12 000	+20%
2022	12 600	+5%
2023	13 860	+10%
2024	16 632	+20%

- **Année 2019** : Passer de 2019 à 2020 équivaut à multiplier par 1,05. Ainsi, $Valeur_{2020} = 1,05 \times Valeur_{2019}$, donc $Valeur_{2019} = \frac{10\,000}{1,05} \approx 9\,523,81$.
- **Année 2021** : Une hausse de +20% correspond à un coefficient multiplicateur de 1,20, donc $Valeur_{2021} = 10\,000 \times 1,20 = 12\,000$.
- **Année 2022** : Une hausse de +5% correspond à un coefficient multiplicateur de 1,05, donc $Valeur_{2022} = 12\,000 \times 1,05 = 12\,600$.
- **Année 2023** : On cherche le taux d'évolution entre 2022 et 2023 : $\frac{13\,860 - 12\,600}{12\,600} = 0,10 = 10\%$, ce qui correspond à une hausse de +10%.
- **Année 2024** : On cherche le taux d'évolution entre 2023 et 2024 : $\frac{16\,632 - 13\,860}{13\,860} = 0,20 = 20\%$, ce qui correspond à une hausse de +20%.

Correction de l'ex 13

- 1► On peut calculer 45% de 345€ et soustraire ce résultat à 345€, ou trouver le coefficient multiplicateur et poser la multiplication. Voici une présentation astucieuse des calculs pour les faire de tête : 10% de 345€ = $345\text{€} \div 10 = 34,5\text{€}$, donc 5% de 345€ = $(10\% \text{ de } 345\text{€}) \div 2 = 34,5\text{€} \div 2 = 17,25\text{€}$. Si on réduit 345€ de 45% de sa valeur, il en reste donc 55% = $11 \times 5\%$. Il s'agit donc de calculer $11 \times 17,25\text{€}$. En

remarquant que $11 = 10 + 1$, on écrit :

$$11 \times 17,25\text{€} = 10 \times 17,25\text{€} + 1 \times 17,25\text{€} = 172,50\text{€} + 17,25\text{€} = 189,75\text{€}$$

- 2► Le coefficient multiplicateur correspondant à une réduction de 35% est 0,65. Ainsi, Prix soldé = 0,65 × Prix initial, c'est-à-dire $202,80\text{€} = 0,65 \times \text{Prix initial}$, donc :

$$\text{Prix initial} = \frac{202,80 \times 100}{0,65 \times 100} = \frac{20\,280}{65} = 312\text{€}$$

- 3► a► La variation absolue est $\text{Prix final} - \text{Prix initial} = 119\text{€} - 340\text{€} = -221\text{€}$.
b► Le pourcentage de réduction est $\frac{\text{Prix final} - \text{Prix initial}}{\text{Prix initial}} = \frac{-221}{340} = -0,65 = -65\%$.

Correction de l'ex 14

Une augmentation de 40% correspond à un coefficient multiplicateur de 1,40, et une diminution de 40% correspond à un coefficient multiplicateur de 0,60. Le coefficient global est donc de $1,40 \times 0,60 = 0,84$, ce qui correspond à une diminution de 16%.

C3 Factoriser

Exercices

Appliquer

Exercice 1

Factoriser les expressions suivantes :

A ▶ $55a + 5b$

B ▶ $8a + 4b + 2$

C ▶ $21y + 17y$

D ▶ $18a^2 + 6a$

Exercice 2

Factoriser les expressions suivantes :

A ▶ $12a + 3ab$

B ▶ $a^2 + 4a + 4$

C ▶ $4b + 2ab + 8b^2$

D ▶ $65a + 26c$

S'entraîner

Exercice 3

Factoriser les expressions suivantes :

A ▶ $34xy + 51x^2 - 17x$

C ▶ $(4x - 1)(x + 5) - (4x - 1)(2x + 3)$

B ▶ $4(-2y + 3) - 7y(-2y + 3) + (5y + 2)(-2y + 3)$

D ▶ $16x^2 - 32x + 16$

Exercice 4

Factoriser les expressions suivantes :

A ▶ $(2x - 3)^2 - (4x + 2)^2$

C ▶ $26x^4 - 52x^2 + 130x^3$

B ▶ $(7x + 2)(3x - 5) - 4x(3x - 5) - 7y(3x - 5) - 5 + 3x$

D ▶ $(7x + 7)(-x + 3) - (7x + 7)(2x + 3)$

Approfondir

Exercice 5

1 ▶ Factoriser par x l'expression : $x^2 + 5x + 3$

2 ▶ Factoriser par x^2 le numérateur et le dénominateur de : $\frac{x^2 + 2x + 12}{3x^3 - x + 1}$

3 ▶ Factoriser les numérateurs et dénominateurs de : $\frac{x^2 + 2x + 1}{4x^2 - 25}$

4 ▶ En utilisant le fait que diviser par un nombre revient à multiplier par son inverse, factoriser cette somme : $\frac{3x + 6}{4x + 3} + \frac{6x + 12}{5x + 2}$

Corrections

F2 Variation de fonctions

Corrections

F3 Fonctions affines

Exercices

S'exercer

Exercice 1

Déterminer la nature des fonctions suivantes. Si elles sont affines, donner leur coefficient directeur et ordonnée à l'origine.

1► $f(x) = 189x - 1$

2► $g(x) = 19 - 5x$

3► $h(x) = \frac{2}{3}x$

4► $k(x) = \frac{7}{5x} + 2$

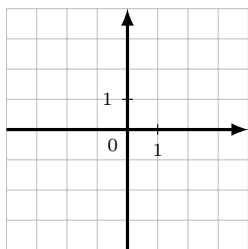
Exercice 2

1► Déterminer l'expression de la fonction affine vérifiant $f(12) = 36$ et $f(7) = 26$

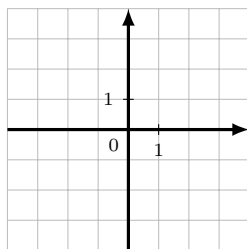
2► Déterminer l'expression de la fonction affine passant par les points $C(5; 7)$ et $D(11; 5)$

Exercice 3

Représentez dans chaque repère la fonction affine dont on donne l'expression.



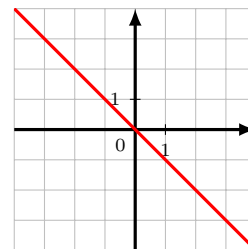
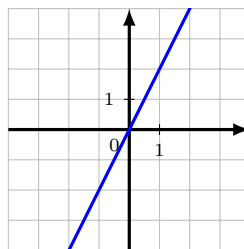
$f(x) = 3x - 1$



$f(x) = -3x - 1$

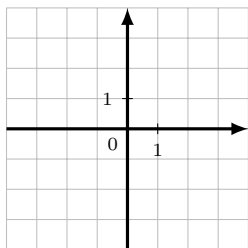
Exercice 5

Pour chaque fonction affine représentée ci-dessous, déterminer son expression.

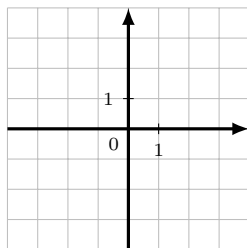


Exercice 4

Représentez dans chaque repère la fonction affine dont on donne l'expression.



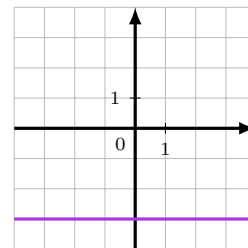
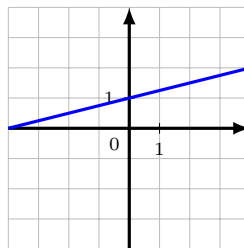
$f(x) = \frac{1}{3}x - 1$



$f(x) = -\frac{1}{3}x - 1$

Exercice 6

Pour chaque fonction affine représentée ci-dessous, déterminer son expression.



Exercice 7

Soit f définie par $f(x) = 12x - 50$.

- 1► Quelle est la nature de la fonction f ?
- 2► Calculer l'image de 19.
- 3► Justifier qu'il n'existe qu'un seul antécédent de 310, et le donner.
- 4► Quelles sont les variations de la fonction f ? Justifier.

S'entraîner

Exercice 8

Déterminer la nature des fonctions suivantes. Si elles sont affines, donner leur coefficient directeur et ordonnée à l'origine.

1► $f(x) = \frac{3x}{11}$

2► $g(x) = 7 + \sqrt{3}x$

3► $h(x) = -27x + \pi^2$

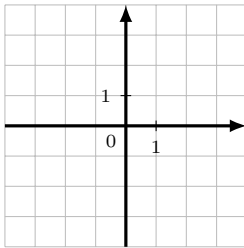
4► $k(x) = 0,3x^3 - \frac{151}{3}$

Exercice 9

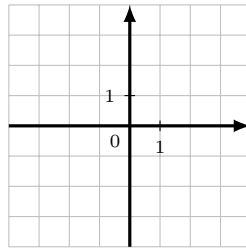
- 1► Déterminer l'expression de la fonction affine vérifiant $f(0) = \frac{12}{7}$ et $f(4) = -1$
- 2► Déterminer l'expression de la fonction affine passant par les points $C(-10; 7)$ et $D(13; 7)$

Exercice 10

Représentez dans chaque repère la fonction affine dont on donne l'expression.



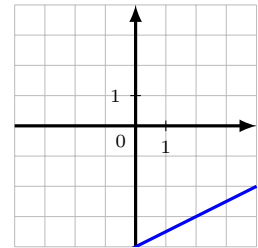
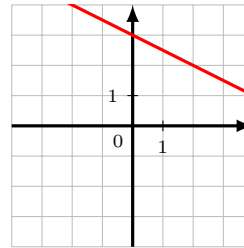
$f(x) = 2x$



$f(x) = x - 2$

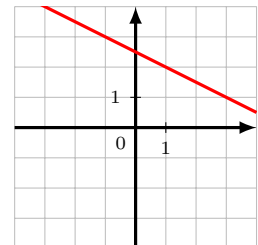
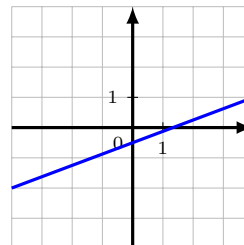
Exercice 12

Pour chaque fonction affine représentée ci-dessous, déterminer son expression.



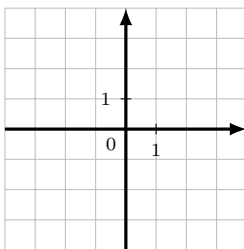
Exercice 13

Pour chaque fonction affine représentée ci-dessous, déterminer son expression.

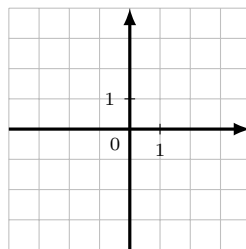


Exercice 11

Représentez dans chaque repère la fonction affine dont on donne l'expression.



$f(x) = 2$



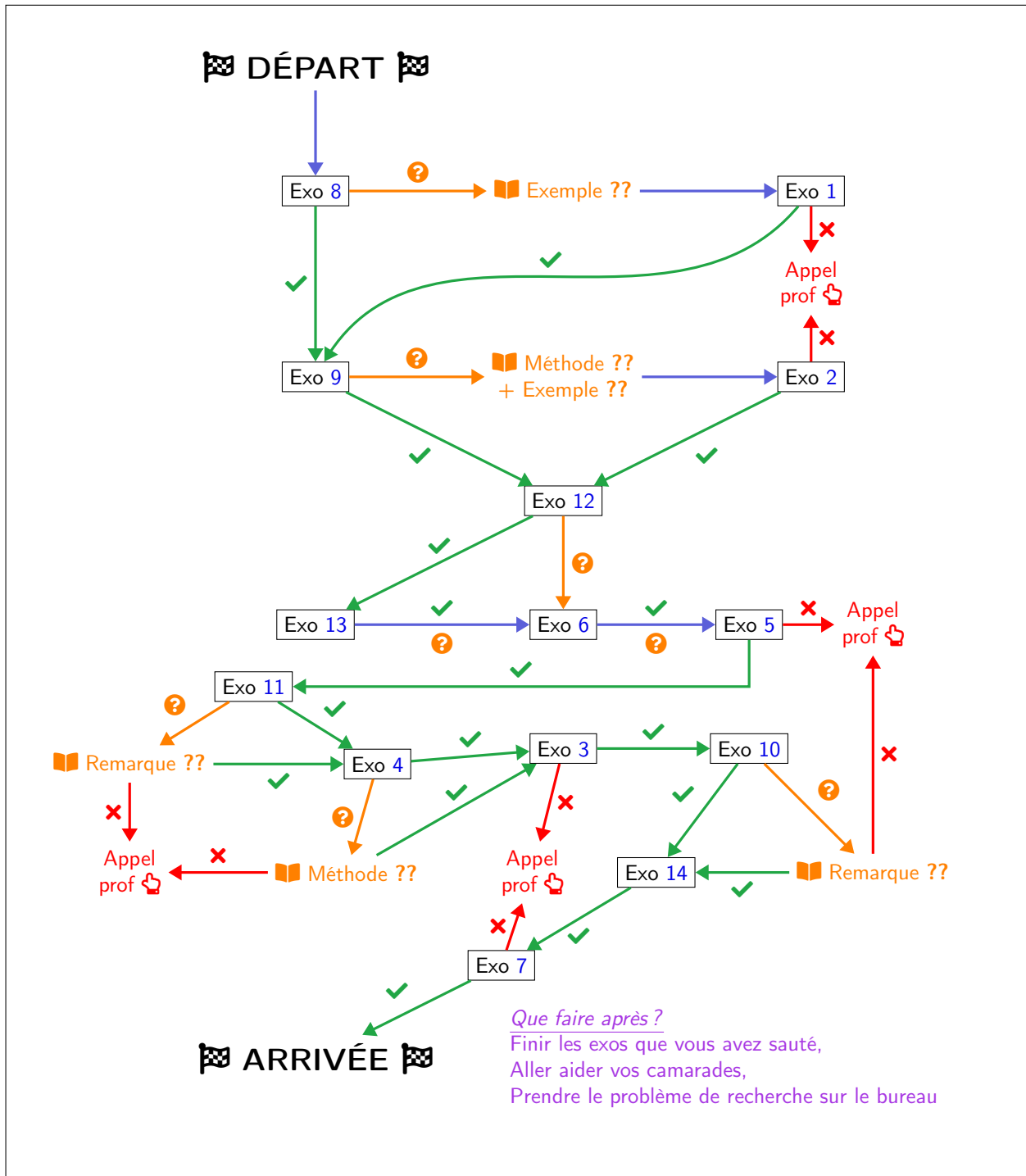
$f(x) = -2$

Exercice 14 (Voir à travers les apparences)

Démontrer que la fonction définie par l'expression $f(t) = 2t + 10 - \frac{60+t}{4}$ est affine.

PLAN DE TRAVAIL

Chemins de la réussite



Corrections

D3 Statistiques

Corrections

N3 Nombres réels et intervalles

Corrections

C4 Racines carrées et distances

Corrections

D4 Probabilités

Corrections

G2 Géométrie repérée

Corrections

N4 Nombres entiers et arithmétique

Corrections

C5 (ln)équations produits et quotient

Corrections

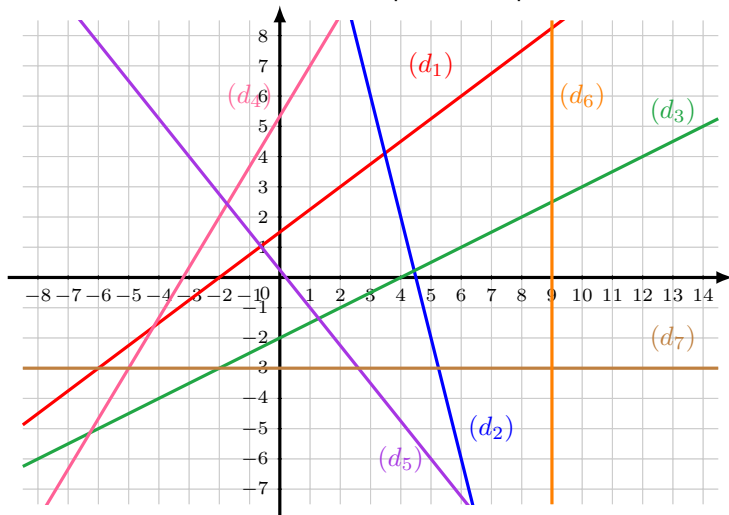
G3 Droites du plan

Exercices

Appliquer

Exercice 1

Pour chaque droite représentée dans le repère, déterminer les coordonnées d'un vecteur directeur et si possible la pente.



Exercice 2

- $(d_1) : 2x + 4y = 3$
- $(d_2) : 5x = 6 - 7y$
- $(d_3) : 2y = 6x + 8$
- $(d_4) : 9x + y + 10 = 0$
- $(d_5) : 3x - 12 = 3$
- $(d_6) : 2y + 6 = 9$

- 1► Passer toutes ces équations sous la forme $ax + by + c = 0$.
- 2► Déterminer un vecteur directeur de chaque droite.
- 3► Passer toutes ces équations sous forme réduite.

Exercice 3

Soit $(d) : -5x + 2y - 2 = 0$.

- 1► Le point $A(2; -3)$ appartient-il à (d) ?
- 2► Déterminer l'ordonnée du point $B \in (d)$ qui est d'abscisse 1.
- 3► Déterminer l'abscisse du point $C \in (d)$ qui est d'ordonnée -1 .

Exercice 5

Déterminer une équation cartésienne de la droite (d) passant par $A(5; 2)$ et dirigée par $\vec{u} \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Exercice 4

Soit $(d) : x - 3y + 7 = 0$.

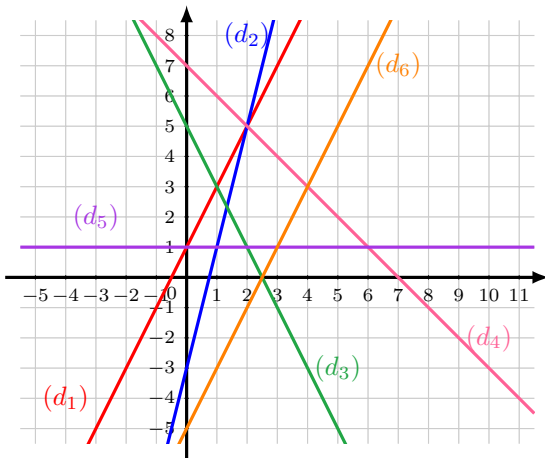
- 1► Le point $A(-3; 1)$ appartient-il à (d) ?
- 2► Déterminer l'ordonnée du point $B \in (d)$ qui est d'abscisse $\frac{5}{3}$.
- 3► Déterminer l'abscisse du point $C \in (d)$ qui est d'ordonnée $-\frac{3}{2}$.

Exercice 6

Déterminer une équation cartésienne de la droite (d) passant par $B(4; 3)$ et dirigée par $\vec{v} \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Exercice 7

Déterminer l'équation réduite de chaque droite ci-dessous :



S'exercer

Exercice 8

Soient $A(3; 4)$ et $B(4; 1)$.

- 1► a► Donner un vecteur directeur de (AB) et en calculer les coordonnées.
b► En déduire une équation cartésienne de (AB) .
- 2► La droite (AB) coupe l'axe des abscisses en K et l'axe des ordonnées en L .
a► Déterminer par le calcul les coordonnées de K .
b► Déterminer par le calcul les coordonnées de L .
- 3► Soit (d) la droite parallèle à (AB) passant par $C(-1; 5)$.
a► Donner les coordonnées d'un vecteur directeur de (d) .
b► Justifier que (d) coupe l'axe des abscisses en $M(0; 2)$.

Exercice 9

Soit (d) la droite passant par $A(3; 1)$ et dirigée par $\vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$.

- 1► Déterminer une équation cartésienne de (d) .
- 2► Déterminer les coordonnées de B , image de A par la translation de vecteur $\vec{u}$.
- 3► Représenter (d) dans un repère.
- 4► Le point $K(6; 2, 25)$ appartient-il à (d) ?
- 5► Le point $L(5, 5; 2)$ appartient-il à (d) ?
- 6► Soit $M \in (d)$ d'abscisse 11. Quelle est son ordonnée ?
- 7► Soit $N \in (d)$ d'ordonnée -2 . Quelle est son abscisse ?
- 8► Déterminer les coordonnées de R , intersection de (d) avec l'axe des abscisses.
- 9► Déterminer les coordonnées de S , intersection de (d) avec l'axe des ordonnées.
- 10► Déterminer une équation cartésienne de la droite (d') passant par $C(4; -2)$ et parallèle à (d) , puis la représenter dans un repère.
- 11► Déterminer une équation cartésienne de la droite (d'') passant par l'origine et parallèle à (d) , puis la représenter dans un repère.

Exercice 10

Déterminer l'équation réduite de chaque droite dans l'exercice ??.

S'entraîner**Exercice 11**

À tout réel $m \neq 3$, on associe la droite (d_m) d'équation réduite :

$$y = \frac{2m-1}{m-3}x + \frac{-7m+6}{m-3}$$

Déterminer m dans chacun des cas suivants :

- 1► (d_m) passe par $A(1; 1)$.
- 2► (d_m) passe par l'origine.
- 3► (d_m) est parallèle à l'axe des abscisses.
- 4► (d_m) est parallèle à $(d) : y = 3x - 6$.
- 5► (d_m) admet -2 comme coefficient directeur.

Pour aller (plus) loin**Exercice 12**

Soient $(d) : y = -1$ et $F(0; 1)$. Soit $M(x; y)$ un point du plan.

- 1► Exprimer la distance MF en fonction de x et y .
- 2►
 - a► Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal de M sur (d) .
(Il est conseillé de faire un schéma pour se donner une idée.)
 - b► En déduire une expression de la distance de M à (d) en fonction de x et y .
- 3►
 - a► Exprimer une équation liant x et y pour que M soit à égale distance de F et de (d) .
 - b► Manipuler cette équation pour l'écrire sous la forme $y = \dots$
 - c► En déduire la forme que prend l'ensemble des points à égale distance de F et (d) .

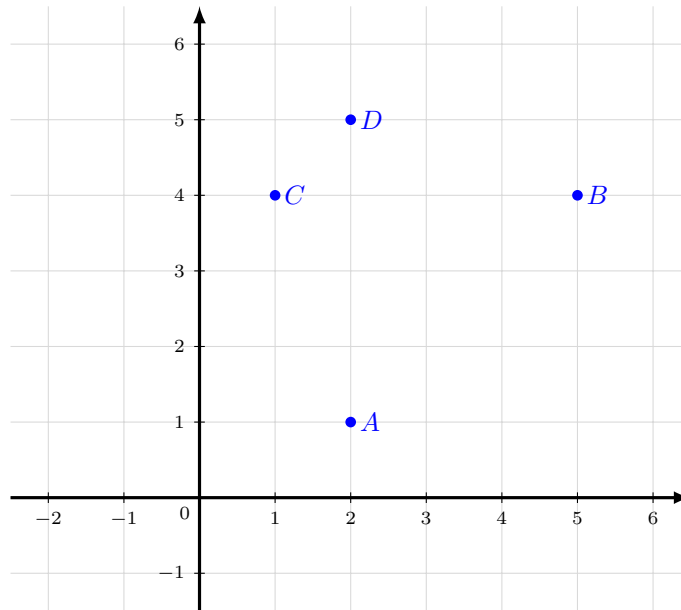
Exercice 13

Soient $A(1; 1)$, $B(4; 2)$ et $C(2; 3)$.

- 1► Placer A , B et C dans un repère.
- 2► Montrer que $(BC) : y = -\frac{1}{2}x + 4$.
- 3►
 - a► Soit $M(x, y)$ tel que $y \leq -\frac{1}{2}x + 4$. Dans quelle région du plan M doit-il se trouver ?
 - b► Soit $N(x, y)$ tel que $y \geq -\frac{1}{2}x + 4$. Dans quelle région du plan M doit-il se trouver ?
 - c► Énoncer un critère pour savoir si un point est au-dessus ou en-dessous de (BC) en fonction de ses coordonnées.
- 4►
 - a► Déterminer les équations réduites de (AB) et (AC) .
 - b► De même que précédemment, énoncer un critère pour savoir si un point est au-dessus ou en-dessous de (AB) en fonction de ses coordonnées. Faire de même pour (AC) .

- 5► a► En combinant les critères énoncés précédemment, expliquer comment savoir si un point est à l'intérieur du triangle ABC juste en regardant ses coordonnées.
 b► Appliquer ce principe pour vérifier que $M(2; 2)$ est à l'intérieur de ABC .
- 6► Écrire une fonction Python qui reçoit 8 arguments, les coordonnées de A , B et C , et celles du point M à tester, et renvoie un booléen selon si M est à l'intérieur du triangle ou non.

(Un regard aiguisé aura sûrement remarqué que dans tous l'exercice, notamment dans la fonction Python, on a ignoré le cas où l'un des côtés du triangle est vertical, mettant en défaut la méthode de décision formulée durant l'exercice. Essayez d'étudier ce cas de vous-même !)



Exercice 14

- 1► Donner les coordonnées des points A , B , C et D .
- 2► Tracer la droite (CD) puis déterminer son équation réduite de droite.
- 3► Tracer la droite (AB) puis déterminer son équation réduite de droite.
- 4► Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ? Justifier rigoureusement.
- 5► Tracer la droite (AC) puis déterminer son équation réduite de droite.
- 6► Tracer la droite (BD) puis déterminer son équation réduite de droite.
- 7► Les droites (AC) et (BD) sont-elles parallèles ? Justifier rigoureusement.
- 8► Tracer la droite (AD) en rouge puis donner son équation réduite de droite.

Exercice 15

Mettre les équations suivantes sous forme d'équations réduites de droites.

- | | | |
|------------------------|--------------------|-----------------------|
| a► $2y = 7x + 3$ | c► $x + y + 1 = 0$ | e► $-x + 2y + 3 = 16$ |
| b► $3y + 21x + 12 = 0$ | d► $0,1y + x = 15$ | f► $x - 10 = 0$ |

Exercice 16

Déterminer l'équation réduite de la droite :

- 1► (d) dont deux points sont $A(18; 13)$ et $B(19; 15)$

- 2► (e) dont deux points sont $C(12; 15)$ et $D(16; 23)$
- 3► (f) dont deux points sont $E(16; 8)$ et $F(16; 13)$
- 4► (g) dont deux points sont $G(5; 7)$ et $H(7; 10)$
- 5► (h) dont deux points sont $I(-2; 3)$ et $J(-2; \frac{7}{3})$

Exercice 17

- 1► Vérifier que le point $A(12; 26)$ appartient à la droite (d) d'équation réduite $y = 2x + 2$
- 2► Donner les coordonnées un autre point appartenant à cette droite.
- 3► Vérifier si le point $B(-9; 13)$ appartient à la droite d'équation réduite $y = -3x - 14$
- 4► Donner les coordonnées un autre point appartenant à cette droite.

Exercice 18

- 1► Donner l'équation réduite de la droite (d) passant par le point $A(7; 9)$ de coefficient directeur 4.
- 2► Donner l'équation réduite de la droite (e) passant par le point $B(-2; -3)$ et de coefficient directeur $\frac{3}{2}$
- 3► Donner l'équation réduite de la droite (f) parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point $C(8; 9)$

Exercice 19

- 1► Donner le point d'intersection de la droite d'équation réduite $y = 2x + 3$ et de la droite d'équation réduite $y = -x + 6$.
- 2► Donner le point d'intersection de la droite d'équation réduite $y = 5x + 3$ et de la droite d'équation $2y - 4x = 2$
- 3► Donner le point d'intersection de la droite d'équation $3y + 3x = 27$ et de la droite d'équation $x = 4$
- 4► Représenter graphiquement ces six droites et vérifier la cohérence de vos résultats.

Exercice 20

- 1► Écrire le code définissant une fonction python *EqDroite* qui prend en paramètres x_A, x_B, y_A, y_B les abscisses et ordonnées des points A et B et affiche son équation réduite de droite avant de renvoyer le couple (coefficient directeur, ordonnée à l'origine) de cette droite. Si la droite est de forme $x = c$, on renverra le couple (« verticale », ordonnée).
- 2► Écrire le code définissant une fonction python *Aligns* qui prend en paramètre $(x_A, x_B, x_C, y_A, y_B, y_C)$ les abscisses et ordonnées de trois points A , B et C et renvoie *True* si les points sont alignés, *False* sinon.

Exercice 21

Représenter graphiquement chacune des droites décrites par les équations suivantes.

- 1► (d) d'équation cartésienne $2x + 3y - 1 = 0$
- 2► (e) d'équation cartésienne $-3x + y - 2 = 0$
- 3► (f) d'équation $5x + 2 = 0$

Exercice 22

- 1► Sur un plan muni d'un repère orthonormé placer les points $A(3; 5)$ et $B(5; 2)$
- 2► (e) Tracer la droite (AB) puis donner son équation réduite par lecture graphique.
- 3► On considère le point $C(5; 9)$. Déterminer par le calcul l'équation réduite de (AC)

- 4► Déterminer l'équation réduite de (BC)

Exercice 23

- 1► Déterminer l'équation réduite de la droite passant par le point $A(-2; 15, 5)$ de coefficient directeur $\frac{3}{2}$.
- 2► Déterminer l'équation réduite de la droite parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point $B(\frac{2}{7}, \frac{3}{29})$

Exercice 24

- 1► Déterminer l'ensemble des points équidistants du point de coordonnées $(3; 6)$ et de l'axe des abscisses.
- 2► Déterminer l'ensemble des points équidistants du point $(a; b)$ et de l'axe des abscisses.

Corrections

G4 Géométrie non repérée

Exercices

Appliquer

Exercice 1

Soit $ABCD$ un parallélogramme de centre O .

- 1► Que vaut $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$?
- 2► Montrer que $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{CB}$.

S'exercer

Exercice 2

On considère un parallélogramme $ABCD$ de centre O . On note F l'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{DC}$, et E l'image de F par la translation de vecteur $\overrightarrow{AD}$.

Démontrer que $ABEC$ est un parallélogramme. (On fera un schéma de la situation.)

S'entraîner

Exercice 3

Soit ABC un triangle non aplati. La translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ transforme C en M . La translation de vecteur $\overrightarrow{CA}$ transforme A en N .

- 1► Faire un schéma soigné de la situation.
- 2► Quelle est la nature du quadrilatère $AMBN$? Justifier à l'aide d'égalités vectorielles.
(Indication : comparer $\overrightarrow{MB}$ et $\overrightarrow{CA}$.)

Exercice 4

Soit ABC un triangle non aplati, notons M le milieu de $[AB]$.

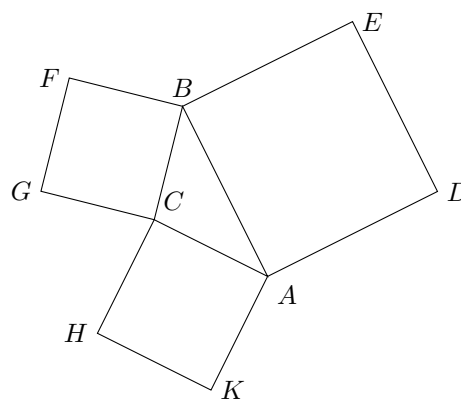
- 1► Faire un schéma soigné de la situation.
- 2► Placer M' l'image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.
- 3► Placer A' l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{M'M}$.
- 4► Démontrer que $A'BCA$ est un parallélogramme.
- 5► En déduire que $\overrightarrow{AM'} = \overrightarrow{MC}$.

Exercice 5

Soit $ABCD$ un parallélogramme de centre O . La translation de vecteur $\overrightarrow{OA}$ transforme B en E . La translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$ transforme D en F .
Démontrer que O est le milieu de $[EF]$.

Exercice 6

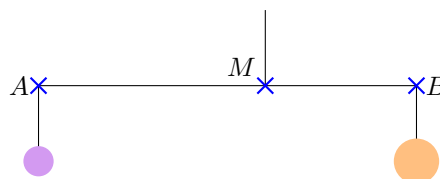
La figure ci-dessous est constituée de d'un triangle ABC et de trois carrés $ABED$, $CBFG$ et $ACHK$. Que vaut la somme $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{KD}$?



Exercice 7

On construit un mobile avec deux masses $m_A = 20\text{g}$ et $m_B = 30\text{g}$ aux extrémités d'une tige $[AB]$. Le mobile est suspendu par une ficelle au point $M \in [AB]$. On suppose la masse de la tige négligeable. Les lois de la physique indiquent que le mobile sera en équilibre lorsque $20\overrightarrow{MA} + 30\overrightarrow{MB} = \vec{0}$. On cherche à déterminer la position du point M qui satisfait cette condition.

- 1► En utilisant la relation de Chasles avec $\overrightarrow{MB}$, montrer que $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$.
- 2► Comment interpréter cette égalité dans le contexte de l'exercice ?



Exercice 8

On a placé un point O et représenté deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

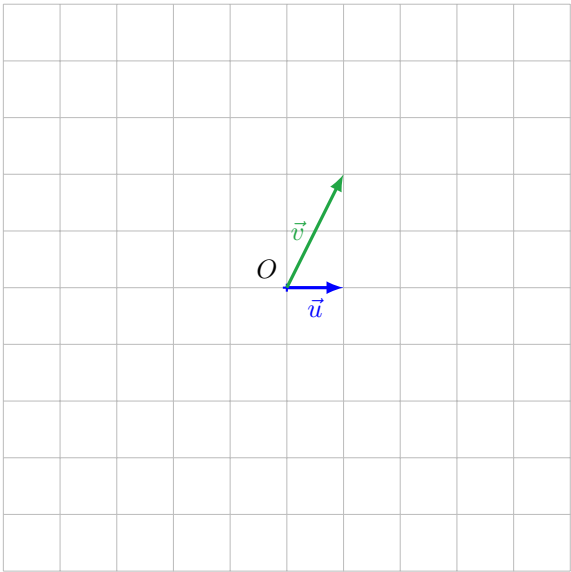
- 1► Construire (justifier) les points A , B et C tels que :

$$\triangleright \overrightarrow{OA} = 3\vec{u} + \vec{v},$$

$$\triangleright \overrightarrow{OB} = -2\vec{u} - 2\vec{v},$$

$$\triangleright \overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v},$$

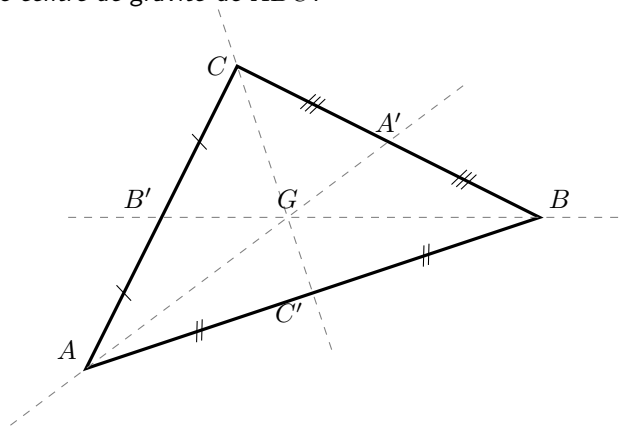
- 2► Quel conjecture peut-on énoncer sur A , B et C ?
- 3► Exprimer $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CA}$ en fonction de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
- 4► Démontrer la conjecture.



Pour aller (plus) loin

Problème 9 (Centre de gravité et médianes)

Soit ABC un triangle. On appelle *médiane issue de A* la droite passant par A et le milieu de $[BC]$. On définit de même les médianes issues des deux autres sommets. Les trois médianes sont concourantes : on note G leur point d'intersection, appelé *centre de gravité* de ABC .



L'objectif est de montrer les deux propriétés suivantes

- Le point G vérifie l'équation $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$,
- Le point G est situé à $\frac{2}{3}$ de la longueur de chaque médiane à partir des sommets.

- 1► Soit M le point tel que $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. On admet qu'un tel point M existe et est unique. L'objectif de cette question est de montrer la première propriété : pour cela, nous allons montrer que $M = G$.

On admet que l'équation vérifiée par M le place à l'intérieur de ABC . On définit les points suivants :

- I l'intersection de (AM) et (BC) ,
- J l'intersection de (BM) et (AC) ,
- K l'intersection de (CM) et (AB) ,

On note enfin D le symétrique de A par rapport à M .

- a► Faire un schéma soigné représentant la situation.
- b► À l'aide de la relation de Chasles et de la définition de D , exprimer $\overrightarrow{BD}$ uniquement en fonction de $\overrightarrow{MB}$ et $\overrightarrow{MA}$.
- c► En déduire que $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{MC}$.
- d► Quelle est la nature de $BDCM$?
- e► Justifier que G , I et D sont alignés. (Indication : justifier que par la définition de chacun, ils appartiennent à la droite (AM) .)
- f► En déduire que I est le milieu de $[BC]$.
- g► En déduire que (AM) est la médiane de ABC issue de A .
- h► Expliquer en comment ce raisonnement se transpose pour montrer que (BM) et (CM) sont les deux autres médianes de ABC .
- i► Conclure que $M = G$.

- 2► Montrons désormais la seconde propriété. On reprend le schéma de la question précédente avec ses notations. On rappelle que $BDCG$ est un parallélogramme de centre I .

- a► Justifier que $GD = 2GI$, et que $AG = GD$. En déduire que $GA = 2GI$.
- b► En déduire que $GA = \frac{2}{3}GI$. Interpréter et conclure.
- c► Expliquer comment cet raisonnement se transpose aux deux autres sommets.

Corrections

Mathématiques

Seconde GT – Corrections

La série « Mathématiques – Seconde GT » est composée de quatre ouvrages :

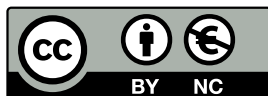
- *Cours complet* est une version enrichie du cours, avec des remarques supplémentaires et des démonstrations, qu'elles soient exigibles par le programme ou bien au-delà de sa portée, tout en restant abordables pour quiconque peut faire preuve de suffisamment de motivation et de patience. Cette version a été écrite avec plusieurs objectifs en tête. Permettre aux absents et absentes de rattraper le cours sans trop de pertes. Donner à celles et ceux qui souhaitent s'avancer suffisamment de matériel pour le faire en autonomie. Satisfaire l'appétit des esprits les plus gourmands, en culture comme en technique. Donner un aperçu de ce que peuvent être des mathématiques plus amusantes.
- *Squelette de cours* est, comme son nom le suggère, une extraction de la version complète, qui ne contient que les essentiels du cours parfois à compléter, et les exercices. Il n'y a pas les démonstrations ni les détails supplémentaires. Cet élagage a pour objectif de créer un support de cours à la fois synthétique et fourni, afin d'optimiser la prise de notes en classe.
- *Extras* est un complément au *Cours complet*, avec des approfondissements, des points culture supplémentaires, des activités, et des annexes contenant des rappels « éclairés » (des notions vues les années passées, agrémentées de démonstrations permettant une compréhension plus profonde) et des outils qui ne sont pas ou plus au programme, mais qui peuvent rester utiles.
- *Corrections* rassemble tous les exercices présents dans les feuilles de fin de chapitre, ainsi que leur correction plus ou moins rédigée. Il s'agit d'un support d'aide pour le travail en autonomie, aussi certains exercices ne bénéficient que d'éléments de correction. Voir la préface du manuel en question pour plus d'explications.

Cours complet (et *Squelette de cours* par conséquent) regroupe tous les cours et exercices dispensés lors de l'année de seconde générale et technologique. Les chapitres sont ordonnés selon une progression arbitraire, qui n'est pas la seule envisageable.

Cours composé par E. Suong & S. Damase, illustrations par E. Suong

Les exercices sont issus de sources multiples. Pour tout ajout de référence, adaptation ou retrait, merci de nous contacter.

Des outils d'intelligence artificielle générative ont été utilisés pour assister la rédaction des corrections des exercices.



Version du 13 septembre
2026

