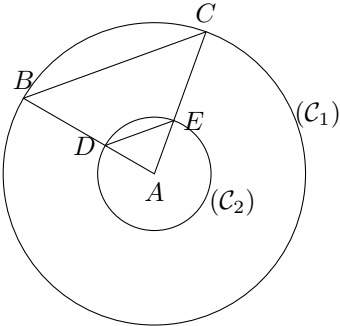
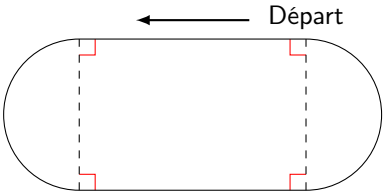
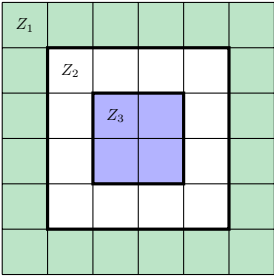
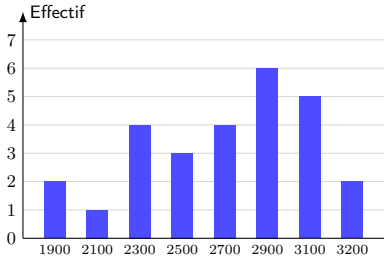
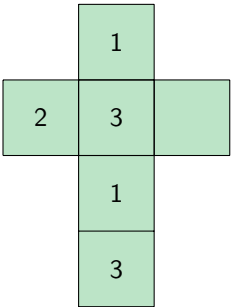
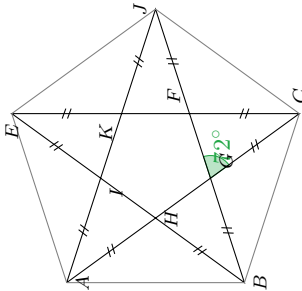
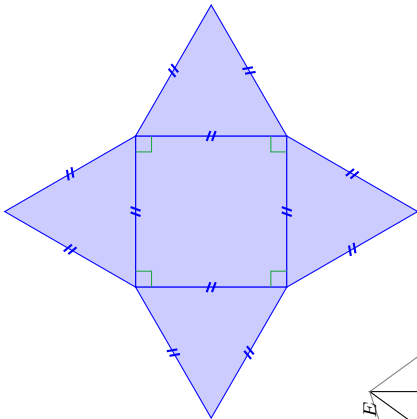
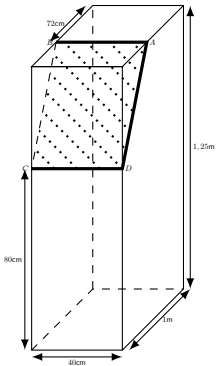
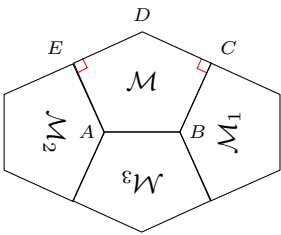


=ENT(A1/10)				
	A	B	C	D
1	1138984	113898	4	113890
2	113890	11389	0	11389
3	11389	1138	9	1120
4	1120	112	0	112
5	112	11	2	7



Mathématiques

L3 PPPE



Cours de mathématiques

1	Arithmétique	11
1	PGCD et PPCM	11
2	Applications aux fractions	13
2	(In)équations de degré 1	15
1	Inégalités	15
2	Intervalles et droite réelle	15
3	Inéquations du premier degré	17
4	Systèmes d'équations	17
	Exercices	20
3	Indices et échelles	25
1	Échelles	25
2	Indices	26
4	Transformations du plan	27
1	Symétrie axiale	27
2	Symétrie centrale	32
3	Rotation	33
4	Agrandissement et réduction, homothéties	34
5	Translations	35
	Exercices	37
5	Algorithmique et programmation	47
1	Les structures conditionnelles	47
2	Les structures itératives	50
	Exercices d'algorithmique	53
	Exercices de Python et Scratch	57
6	Annales du CRPE par thème	61
1	Arithmétique	61
2	Nombres et calcul numérique	62
3	Calcul littéral	64
4	Probabilités et statistiques	73
5	Grandeurs et mesures	83
6	Géométrie	91
7	Scratch et tableur	97
8	QCM et affirmations en vrac	111
9	Problèmes transversaux	115

Programme de mathématiques

Éléments de cadrage

L'enseignement des mathématiques dans le cadre du PPPE vise la maîtrise des connaissances mathématiques nécessaires pour enseigner les mathématiques et l'ensemble des matières étudiées à l'école élémentaire. Il doit également permettre de découvrir et comprendre les articulations entre les notions mathématiques et procurer des éléments culturels et historiques favorisant la prise de recul par rapport aux contenus enseignés à l'école.

Ce cadrage identifie quelques éléments culturels et historiques associés aux contenus mathématiques. Cette approche est essentielle dans le cadre de la polyvalence des professeurs des écoles. Le temps consacré à cette partie pourra être adapté en fonction de la licence à laquelle le PPPE est adossé.

Les trois colonnes des tableaux ci-dessous constituent les contenus qui ont vocation à être traités.

La formation assurée en mathématiques au lycée dans le cadre de ce parcours prend largement appui sur la résolution de problèmes. Celle-ci constitue un cadre privilégié pour développer les six compétences mathématiques (chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer) et leur donner du sens dans la perspective d'un enseignement qui favorise la prise d'initiative. L'analyse de l'activité de résolution de problèmes doit permettre d'identifier de quelle façon ces compétences interviennent, notamment «représenter», « modéliser » et «calculer » qui ont un rôle essentiel à l'école primaire.

La compétence «communiquer» est travaillée en effectuant des présentations orales de résolutions de problèmes mathématiques ou d'éléments culturels ou historiques pouvant s'appuyer sur un support vidéo-projeté (à cet effet, la conception d'un diaporama avec des animations fait l'objet d'un enseignement explicite).

La réflexion sur le choix des problèmes proposés porte non seulement sur leur pertinence à l'égard d'objectifs visés, mais aussi sur la diversification des contextes pour contribuer à la motivation du plus grand nombre d'élèves.

Programmes

En gris, le programme de première année, en orange, le programme de deuxième année, et en violet, le programme de troisième année.

Les nombres entiers naturels

Numération

Contenus mathématiques

- Notion de base (exemple des bases 10 et 2)
- Notion de numération additionnelle ou positionnelle

Éléments culturels et historiques

- La numération décimale et additionnelle utilisée par les Égyptiens (calcul de sommes et de différences avec cette numération)
- La numération décimale et additionnelle romaine (calcul de sommes et de différences avec cette numération)
- La numération décimale et positionnelle : l'invention du zéro, les chiffres indo-arabes, l'introduction des chiffres indo-arabes en Europe occidentale
- Le codage des entiers par les ordinateurs : écriture des entiers en base 2 (calcul de sommes et de différences avec cette numération)

Programmes (Scratch, Python, tableur)

- Programme permettant d'obtenir l'écriture en base 2 d'un nombre donné

Arithmétique

Contenus mathématiques

- ▶ La division euclidienne dans $\mathbb{N}$
- ▶ Notions de diviseur et de multiple
- ▶ Critères de divisibilité par 2, 3, 4, 5, 9 et 10
- ▶ Nombres premiers
- ▶ Décomposition en facteurs premiers
- ▶ pgcd et ppcm
- ▶ Nombres premiers entre eux

Éléments culturels et historiques

- ▶ L'algorithme d'Euclide

Programmes (Scratch, Python, tableur)

- ▶ Programme permettant d'obtenir le quotient et le reste lorsque l'on fournit le dividende et le diviseur
- ▶ Programmes permettant de dire si un nombre choisi par l'utilisateur est premier
- ▶ Programmes permettant de donner la décomposition en facteurs premiers d'un nombre choisi par l'utilisateur
- ▶ Programme permettant de calculer le pgcd de deux nombres

Les fractions, les nombres décimaux et les nombres réels

Fractions-partage

Contenus mathématiques

- ▶ Notion de fractions
- ▶ Opérations sur les fractions et puissances d'une fraction
- ▶ Fraction irréductible

Éléments culturels et historiques

- ▶ Les fractions égyptiennes ; l'œil d'Horus

Fractions décimales

Contenus mathématiques

- ▶ Les fractions décimales
- ▶ Partie entière et partie décimale
- ▶ Écriture décimale

Éléments culturels et historiques

- ▶ L'invention de l'écriture à virgule : Simon Stevin (1548-1620) et John Napier (1550-1617)

Ensembles de nombres

Contenus mathématiques

- ▶ $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$
- ▶ Notion de nombre irrationnel

Éléments culturels et historiques

- ▶ Irrationalité de $\sqrt{2}$
- ▶ Ensembles finis et ensembles dénombrables

Le calcul littéral

Contenus mathématiques

- Développement et factorisation
- Les identités remarquables
- Mise en équation
- Résolution d'équations du premier degré
- Mise en équation ou inéquation
- Résolution d'équations du premier degré
- Résolution d'inéquations du premier degré, intervalles de $\mathbb{R}$
- Mise en équation ou inéquation
- Résolution d'inéquations du premier degré, intervalles de $\mathbb{R}$
- Résolution d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues

Éléments culturels et historiques

- Le théorème de Fermat
- Différents modes de raisonnement pouvant être mis en œuvre dans des problèmes nécessitant l'utilisation du calcul littéral : déductif, par l'absurde, disjonction de cas, contre-exemple, etc.

Suites et fonctions

Notion de suite

Contenus mathématiques

- Notion de suite (suite définie par une formule ou suite définie par une relation de récurrence)
- Sens de variation d'une suite
- Introduction intuitive de la notion de limite finie ou infinie d'une suite

Éléments culturels et historiques

- La suite de Fibonacci
- Suite de Syracuse
- Paradoxe d'Achille et la tortue (Zénon d'Élée)

Programmes (Scratch, Python, tableur)

- Programmes permettant de calculer les termes successifs d'une suite
- Calcul des termes successifs d'une suite à l'aide d'un tableur
- Déterminer l'expression algébrique correspondant à un programme de calcul

Notion de fonction

Contenus mathématiques

- Notion de fonction, image et antécédent
- Représentation graphique de fonctions
- Exemple de fonctions : carrée, cube, polynômes, racine carrée, affines
- Sens de variation d'une fonction

Programmes (Scratch, Python, tableur)

- Déterminer l'expression algébrique correspondant à un programme de calcul
- Programmes permettant de calculer l'image d'un nombre par une fonction donnée
- Construction de la représentation graphique d'une fonction en utilisant un logiciel adapté (Geogebra par exemple)

Proportionnalité et pourcentages

Contenus mathématiques

- ▶ La proportionnalité et les fonctions linéaires
- ▶ Les pourcentages
- ▶ Taux d'évolution, taux réciproque, évolutions successives
- ▶ Indices
- ▶ Échelles
- ▶ Agrandissement et réduction d'une figure ou d'un solide

Éléments culturels et historiques

- ▶ Utilisation de pourcentages dans les différentes disciplines (sciences, géographie, histoire, etc.)
- ▶ Utilisation de pourcentages, d'indices et d'échelles dans les différentes disciplines (sciences, géographie, histoire, arts, etc.)

Programmes (Scratch, Python, tableur)

- ▶ Produire une feuille de calcul sur un tableau où des éléments sont affectés par des pourcentages d'évolution
- ▶ Produire une feuille de calcul sur un tableau où des éléments sont liés à des indices

Statistiques, dénombrement et probabilités

Dénombrement

Contenus mathématiques

- ▶ Principes additif et multiplicatif
- ▶ Nombre de parties d'un ensemble à n éléments
- ▶ Arrangements, permutations et combinaisons
- ▶ Dénombrement à l'aide de tableaux et d'arbres

Probabilités

Contenus mathématiques

- ▶ Ensemble (univers) des issues, événements, réunion, intersection, complémentaire, événements indépendants.
- ▶ Probabilité d'un événement : somme des probabilités des issues
- ▶ Probabilité conditionnelle
- ▶ Calcul de probabilités et de probabilités conditionnelles à l'aide d'un arbre ou d'un tableau

Programmes (Scratch, Python, tableur)

- ▶ Programmes permettant de simuler le lancer d'un ou plusieurs dés

Statistiques

Contenus mathématiques

- ▶ Indicateurs de position : moyenne, médiane, quartiles, déciles
- ▶ Indicateurs de dispersion : étendue, écart-type
- ▶ Construction et interprétation de représentations graphiques (diagramme en barres, diagramme circulaire, boîte à moustache)

Éléments culturels et historiques

- ▶ Étude de séries statistiques issues des différentes disciplines (sciences, géographie, histoire, etc.)
- ▶ Analyse de résultats d'évaluations scolaires nationales ou internationales

Programmes (Scratch, Python, tableur)

- ▶ Produire une représentation graphique d'une série statistique en utilisant un tableur

Grandeurs et mesures

Unités

Contenus mathématiques

- Les préfixes des unités du système international de pico à téra
- Les unités de temps
- Effectuer des calculs de durées ou déterminer un temps donné
- Les unités de longueurs, de surface et de volume
- Les unités de masse
- Les unités d'angle
- Les changements d'unités

Éléments culturels et historiques

- La mesure du temps à travers l'histoire : année, année bissextile, découpage de l'année et découpage de la journée
- Les outils pour mesurer le temps à travers l'histoire : cadran solaire, clepsydre, premières horloges, horloge et navigation, horloge atomique
- L'invention du mètre (Delambre et Méchain)
- Définition du mètre au cours du temps (du mètre étalon à l'utilisation de la définition de la seconde)
- Différence entre masse et poids

Géométrie

Figures usuelles

Contenus mathématiques

- Polygones : nom des polygones ayant jusqu'à 12 côtés, diagonales, polygones réguliers
- Polygones usuels (triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral, carré, rectangle, losange, parallélogramme, trapèze rectangle, trapèze isocèle, trapèze) : statut spécifique de la définition et des propriétés ; construction ; périmètre et aire
- Polygone convexe, polygone non convexe ou concave
- Le cercle et le disque : vocabulaire, longueur du cercle, aire du disque

Éléments culturels et historiques

- Pythagore : théorème de Pythagore
- Euclide : les cinq postulats de la géométrie euclidienne – le cinquième postulat – un exemple de géométrie non euclidienne : la géométrie sphérique
- Ératosthène de Cyrène : mesure de la circonférence de la Terre

Programmes (Scratch, Python, tableur)

- Programmes permettant de construire un polygone donné ou une figure composée de plusieurs polygones superposables

Triangles

Contenus mathématiques

- Hauteurs et médiatrices d'un triangle : construction, centre du cercle circonscrit
- Théorème de Pythagore (avec si et seulement si)

Solides de l'espace

Contenus mathématiques

- ▶ Solides usuels (cube, pavé droit, cylindre, pyramide, cône, sphère et boule) : volume
- ▶ Patrons de cube, de pavé droits, de cylindres, de pyramides et de cônes

Éléments culturels et historiques

- ▶ Les solides de Platon

Transformations du plan

Contenus mathématiques

- ▶ Transformations : symétrie axiale, symétrie centrale, translation, rotation

Programmes (Scratch, Python, tableur)

- ▶ Programme permettant de construire plusieurs fois un même motif en lui faisant subir des translations ou des rotations

Algorithmique et programmation

Contenus mathématiques

- ▶ Lire, écrire, tester et corriger un algorithme ou un programme effectuant des calculs ou une construction géométrique
- ▶ Notion de variable informatique
- ▶ Déclenchement d'une action par un événement
- ▶ Séquences d'instructions
- ▶ Écrire, mettre au point et exécuter un programme en réponse à un problème donné
- ▶ Écrire, mettre au point et exécuter un programme avec une ou plusieurs boucles en réponse à un problème donné
- ▶ Écrire, mettre au point et exécuter un programme avec des boucles et des instructions conditionnelles en réponse à un problème donné

Éléments culturels et historiques

- ▶ La Pascaline : première machine à calculer mécanique inventée par Blaise Pascal (principe de fonctionnement)
- ▶ Charles Babbage et sa machine à calculer programmable dans les années 1830
- ▶ Les débuts de l'ère de l'informatique avec IBM dans les années 1930

Programmes (Scratch, Python, tableur)

- ▶ Programmes permettant d'effectuer des calculs, de rechercher des nombres vérifiant certaines conditions, de construire des figures géométriques, etc.
- ▶ Programmes permettant d'effectuer des calculs, de rechercher des nombres vérifiant certaines conditions, de construire des figures géométriques, etc.
- ▶ Programmes permettant d'effectuer des calculs, de rechercher des nombres vérifiant certaines conditions, de construire des figures géométriques, etc.

1 Arithmétique

1 – PGCD et PPCM

A – Rappels de vocabulaire

Définition 1

Division euclidienne

Soient a et b deux entiers naturels.

La **division euclidienne** de a par b c'est trouver q et r entiers naturels pour que :

$$a = b \times q + r$$

avec $0 \leq r < b$.

- ▶ a est appelé *dividende*,
- ▶ b est appelé *diviseur*,
- ▶ q est appelé *quotient*,
- ▶ r est appelé *reste*.

Remarque 2

La division euclidienne a toujours un reste. Ce reste peut être 0, on dit alors que a est un *multiple* de b ou que b *divise* a .

Définition 3

Diviseur, multiples

Soient $a \in \mathbb{N}$ et $b \in \mathbb{N}$.

S'il existe $k \in \mathbb{N}$ tel que $a = b \times k$, alors on dit que :

- ▶ a est un *multiple* de b ,
- ▶ b et k sont des *diviseurs* de a .

Remarque 4

Autrement dit, a est un multiple de b si a est dans la table de b .

Exemple 5

- ▶ 24 est un multiple de 6 car $24 = 6 \times 4$, et 6 et 4 sont des diviseurs de 24.
- ▶ 24 n'est pas un multiple de 5 car $24 = 5 \times 4,8$ mais $4,8 \notin \mathbb{N}$.
- ▶ 24 n'est pas un multiple de 5 car $24 = 5 \times 4 + 4$: le reste de la division euclidienne n'est pas 0.
- ▶ 0 est un multiple de 7 car $0 = 7 \times 0$ et $0 \in \mathbb{N}$.

Remarque 6

On appelle nombres *pairs* tous les entiers multiples de deux, c'est-à-dire les entiers a qui peuvent s'écrire $a = 2 \times k$, où $k \in \mathbb{N}$.

On appelle nombres *impairs* tous les entiers qui ne sont pas pairs, autrement dit les entiers a qui peuvent s'écrire $a = 2k + 1$, avec $k \in \mathbb{N}$.

Méthode 7 (Trouver tous les diviseurs d'un nombre)

Prenons l'exemple de 12.

- ▶ $12 = 1 \times 12$ donc 1 et 12 sont des diviseurs de 12,
- ▶ $12 = 2 \times 6$ donc 2 et 6 sont des diviseurs de 12,
- ▶ $12 = 3 \times 4$ donc 3 et 4 sont des diviseurs de 12.

La liste des diviseurs de 12 est donc : 1, 2, 3, 4, 6, 12.

B – PGCD, PPCM et coprimauté

PGCD, PPCM

Définition 8

Soient a et b deux entiers naturels non nuls.

- ▶ On appelle *PGCD* de a et b le Plus Grand Diviseur Commun à ces deux nombres. On le note $\text{pgcd}(a, b)$.
- ▶ On appelle *PPCM* de a et b le Plus Petit Multiple Commun à ces deux nombres. On le note $\text{ppcm}(a, b)$.

Pour tout entier naturel a , on pose $\text{pgcd}(a, 0) = a$ et $\text{ppcm}(a, 0) = 0$.

Exemple 9

Considérons 6 et 8.

- ▶ Les diviseurs (positifs) de 6 sont 1, 2, 3 et 6. Les diviseurs (positifs) de 8 sont 1, 2, 4 et 8. Les diviseurs qu'ils ont en commun sont 1 et 2, le plus grand est 2. Ainsi, $\text{pgcd}(6, 8) = 2$.
- ▶ Les premiers multiples (autrement dit la table de) 6 sont 6, 12, 18, 24, 30, ... Les premiers multiples (autrement dit la table de) 8 sont 8, 16, 24, 32, 40, ... Le premier nombre commun trouvé dans ces deux listes est 24, donc $\text{ppcm}(6, 8) = 24$.

Proposition 10

Pour tous entiers naturels a et b non nuls,

$$a \times b = \text{pgcd}(a, b) \times \text{ppcm}(a, b)$$

Coprimauté

Définition 11

Soient a et b deux entiers naturels non nuls.

On dit que a et b sont *premiers entre eux* si $\text{pgcd}(a, b) = 1$.

Exemple 12

Comme vu dans l'exemple précédent, 6 et 8 ne sont pas premiers entre eux, car $\text{pgcd}(6, 8) = 2$. En revanche, 9 et 26 le sont car $\text{pgcd}(9, 26) = 1$.

C – Algorithme d'Euclide

Théorème 13

Soient a et b deux entiers naturels non nuls. On note q et r les quotient et reste de la division euclidienne de a par b .

$$\text{pgcd}(a, b) = \text{pgcd}(b, r)$$

Méthode 14 (Algorithme d'Euclide)

Pour trouver le PGCD de deux entiers naturels non nuls a et b (supposons $a > b$), on calcule la division euclidienne $a = bq + r$ de a par b , et on calcule le PGCD de b et r . On recommence : on pose la division euclidienne de b par r , et on calcule le PGCD de r et du nouveau reste. Et ainsi de suite jusqu'à arriver à un reste nul.

Le PGCD est alors le dernier reste non nul.

Exemple 15

Calculons le PGCD de 5698 et 693. Écrivons les divisions euclidiennes successives :

$$5698 = 693 \times 8 + 154$$

$$693 = 154 \times 4 + 77$$

$$154 = 77 \times 2 + 0$$

Ainsi, $\text{pgcd}(5698, 693) = 77$.

2 – Applications aux fractions

Définition 16**Fraction irréductible**

On dit qu'une fraction est (*sous forme*) *irréductible* lorsque son numérateur et son dénominateur sont premiers entre eux.

Exemple 17

- La fraction $\frac{6}{8}$ n'est pas irréductible car $\text{pgcd}(6, 8) = 2$.
- La fraction $\frac{9}{13}$ est irréductible car $\text{pgcd}(9, 13) = 1$.

Proposition 18

Une fraction est irréductible *si, et seulement si* elle ne peut pas être simplifiée.

Méthode 19 (Mise sous forme irréductible avec le PGCD)

Pour simplifier une fraction et la rendre irréductible, on doit diviser le numérateur et le dénominateur par leur PGCD.

$$\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$\xrightarrow{\div 2}$
 $\xleftarrow{\div 2}$

Méthode 20 (Mise sous le même dénominateur avec le PPCM)

Pour mettre deux fractions sous le même dénominateur, on peut choisir le PPCM des deux dénominateurs.
Par exemple le PPCM de 6 et 8 est 24, donc pour calculer $\frac{1}{6} + \frac{3}{8}$, on peut écrire :

$$\frac{1}{6} + \frac{3}{8} = \frac{1 \times 4}{6 \times 4} + \frac{3 \times 3}{8 \times 3} = \frac{4}{24} + \frac{9}{24} = \frac{13}{24}$$

2 (In)équations de degré 1

1 – Inégalités

Définition 1

- ▶ Le symbole $<$ signifie « est strictement inférieur à » : par exemple, $5 < 9$ car 5 est plus petit que 9 et différent de 9. Par contre, on ne peut pas écrire $9 < 9$ car 9 n'est pas *strictement* inférieur à 9.
- ▶ Le symbole $\leq$ signifie "est inférieur ou égal à" : par exemple, $5 \leq 9$ car 5 est plus petit que 9. On peut aussi écrire $9 \leq 9$ car le symbole $\leq$ autorise l'égalité.

De même, le symbole $\geq$ signifie "est supérieur ou égal à" et le symbole $>$ signifie "est strictement supérieur à".

Manipulation d'inéquations

Propriété 2

- ▶ On peut ajouter ou soustraire une même quantité aux deux membres d'une inégalité.
- ▶ On peut multiplier ou diviser les deux membres d'une inégalité par un nombre **positif**.

Multiplier ou diviser une inégalité par un nombre **négatif** inverse son sens (et conserve sa nature).

Exemple 3

On sait que $2 \leq 5$, et constate effectivement que $2 + 3 \leq 5 + 3$, que $2 \times 4 \leq 5 \times 4$ et que $2 \times (-1) \geq 5 \times (-1)$.

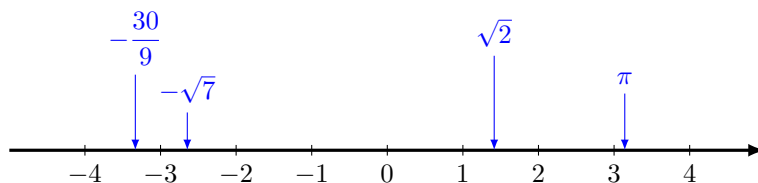
Propriété 4

On peut ajouter membre à membre deux inégalités de même nature :

$$\text{Si } \begin{cases} a \leq b \\ c \leq d \end{cases} \text{ alors } a + c \leq b + d.$$

2 – Intervalles et droite réelle

Au collège, on se familiarise avec la *droite graduée* : à chaque abscisse correspond un nombre. On étend cette idée aux nombre réels, pour former la *droite réelle* :



Différents intervalles

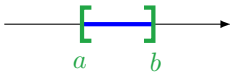
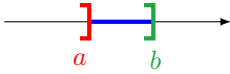
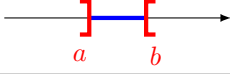
Définition 5

Un *intervalle* est un ensemble de nombres compris entre deux bornes

Notation 6

Soient $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$

- ▶ $[a, b]$ contient les bornes a et b . On dit qu'il est *fermé*.
- ▶ $[a, b[$ contient a , mais pas b . On dit qu'il est *ouvert à droite*.
- ▶ $]a, b]$ ne contient pas a , mais contient b . On dit qu'il est *ouvert à gauche*.
- ▶ $]a, b[$ ne contient ni a ni b . On dit qu'il est *ouvert*.

Notation de l'intervalle	Droite numérique	Inégalités
$[a; b]$		$a \leq x \leq b$
$]a; b]$		$a < x \leq b$
$[a; b[$		$a \leq x < b$
$]a; b[$		$a < x < b$

Exemple 7

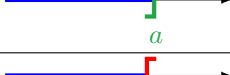
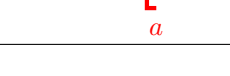
- ▶ $3 \leq x < 7$ signifie " x est compris entre 3 inclus et 7 exclu" et on écrit $x \in [3; 7[$.
- ▶ $x > -9$ signifie " x est strictement plus grand que -9 " et on écrit $x \in]-9; +\infty[$.

Remarque 8

Les bornes d'un intervalle peuvent être infinies.

Dans ce cas, l'intervalle est toujours ouvert du côté du symbole infini.

On peut donc noter l'ensemble des nombres strictement inférieurs à c : $] - \infty; c[$ par exemple.

Notation de l'intervalle	Droite numérique	Inégalités
$[a; +\infty[$		$x \geq a$
$]a; +\infty[$		$x > a$
$] - \infty; a]$		$x \leq a$
$] - \infty; a[$		$x < a$

Remarque 9

L'ensemble $\mathbb{R}$ est l'intervalle $] - \infty; +\infty[$.

3 – Inéquations du premier degré

Définition 10

Une *inéquation* est une inégalité faisant intervenir (au moins) un nombre de valeur inconnue, justement appelé *inconnue de l'inéquation*. Cette inégalité peut être vraie pour certaines valeurs de l'inconnue, et fausse pour d'autres.

Le vocabulaire se transpose des équations aux inéquations.

Il faut changer le sens de l'inégalité lorsqu'on multiplie ou on divise par un nombre négatif.

On ne multiplie/divise jamais par du x .

Example 11

Réolvons l'inéquation $x - 2 \geq 5$:

$$\begin{array}{c} x - 2 \geq 5 \\ +2 \quad \quad \quad +2 \\ \hline x \geq 7 \end{array}$$

Donc l'ensemble des solutions $[7; +\infty[$.

Exemple 12

Réolvons l'inéquation $\frac{x}{5} \leq 9$:

$$\begin{array}{ccc} & \frac{x}{5} \leq 9 & \\ \times 5 \swarrow & & \searrow \times 5 \\ & x \leq 45 & \end{array}$$

Donc l'ensemble des solutions est $] -\infty; 45]$.

Example 13

Réolvons l'inéquation $-2x \leq 11$:

$$\begin{array}{ccc} & -2x \leq 11 & \\ \div(-2) \swarrow & & \searrow \div(-2) \\ x & \boxed{\geq} & \frac{11}{-2} \end{array}$$

Donc l'ensemble des solutions est $\left[\frac{-11}{2}; +\infty \right[$.

Exemple 14

Réolvons l'inéquation $-3x + 2 \geq 11$.

$$\begin{array}{l} -2 \left(\begin{array}{c} -3x + 2 \geq 11 \\ -3x \geq 9 \end{array} \right) -2 \\ \div (-3) \left(\begin{array}{c} -3x \geq 9 \\ x \geq -3 \end{array} \right) \div (-3) \end{array}$$

Donc l'ensemble des solutions est $] -\infty; -3]$.

4 – Systèmes d'équations

Définition 15

Un *système linéaire à 2 équations et 2 inconnues* (parfois abrégé «*système 2×2* ») et la donnée de deux équations du premier degré dépendant des deux mêmes inconnues. Autrement, c'est la donnée de deux relations de degré 1 liant deux inconnues.

Résoudre un tel système, c'est trouver toutes les *couples* de valeurs qui satisfont simultanément les deux équations.

Example 16

Le système (noté avec une accolade) $\begin{cases} 3x + y = 14 \\ 7x - 4y = 1 \end{cases}$ est un système linéaire de deux équations à deux inconnues. Le couple $(x; y) = (3; 5)$ en est une solution, car $3 \times 3 + 5 = 14$ et $7 \times 3 - 4 \times 5 = 1$.

Méthode 17 (Résoudre un système par substitution)

- 1► Utiliser une des équations pour exprimer une variable en fonction de l'autre.
- 2► Injecter cette expression dans la seconde équation pour la transformer en une équation simple à 1 seule inconnue.
- 3► Résoudre cette équation à 1 inconnue.
- 4► En utilisant la valeur trouvée pour une inconnue et l'expression de la seconde inconnue, en déduire l'autre à l'aide des équations.

Exemple 18

Réolvons $\begin{cases} 3x + y = 14 \\ 7x - 4y = 1 \end{cases}$ par substitution. En arrangeant la première équation, on écrit $y = 14 - 3x$. On injecte cette expression dans la seconde équation :

$$\begin{aligned}
 7x - 4y &= 1 \\
 7x - 4(14 - 3x) &= 1 && \text{(On injecte l'expression)} \\
 7x - 4 \times 14 + 4 \times 3x &= 1 && \text{(On développe ...)} \\
 19x - 56 &= 1 && \text{(... et on réduit...)} \\
 19x &= 1 + 56 = 57 && \text{(... puis on résout)} \\
 x &= \frac{57}{19} = 3
 \end{aligned}$$

Par conséquent, $y = 14 - 3x = 14 - 3 \times 3 = 5$. Ainsi l'ensemble des solutions de ce système est $S = \{(3; 5)\}$

Méthode 19 (Résoudre un système par combinaison)

- 1► On multiplie les deux équations par deux nombres afin de faire apparaître le même coefficient devant l'une des inconnues.
- 2► On soustrait membre à membre les deux équations.
- 3► On résout la nouvelle équation à 1 inconnue qui en résulte.
- 4► On se sert de cette valeur trouvée et d'une des équations pour trouver la deuxième inconnue.

Exemple 20

Réolvons $\begin{cases} 3x + y = 14 \\ 7x - 4y = 1 \end{cases}$ par combinaison. Multiplions la première équation par 7 et la seconde par 3 :

$$\begin{cases} 3x + y = 14 \\ 7x - 4y = 1 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 7(3x + y) = 7 \times 14 \\ 3(7x - 4y) = 3 \times 1 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 21x + 7y = 98 \\ 21x - 12y = 3 \end{cases}$$

On soustrait les deux équations :

$$\begin{aligned}
 &21x + 7y = 98 \\
 &21x - 12y = 3 \\
 \longrightarrow &21x - 21x + 7y - (-12y) = 98 - 3 \\
 \longrightarrow &19y = 95
 \end{aligned}$$

Et on résout cette nouvelle équation : on trouve $y = \frac{95}{19} = 5$.

D'après la première équation, $3x + y = 14$, donc $3x = 14 - y = 14 - 5 = 9$, donc $x = 3$. Ainsi l'ensemble des solutions de ce système est $S = \{(3; 5)\}$.

(**Remarque** : on pouvait également multiplier la première équation par 4 et ajouter les deux équations : cela aurait fait disparaître les termes en y .)

Remarque 21 (Cas particuliers)

- ▶ Si par des manipulations vous montrez que l'une des équations est équivalente à une égalité absurde (typiquement, $0 = 1$), alors le système n'a pas de solution.
- ▶ Si par des manipulations vous montrez que les deux équations du système sont équivalentes, alors le système a une infinité de solutions, qui sont les couples $(x; y)$ liés par l'équation du système.

Exercices

Intervalles et inéquations

Exercice 22

Pour prendre un taxi parisien, il faut régler 4,40€ de prise en charge et 1,20€ par kilomètre parcouru. Quelle distance peut on parcourir avec 20€ en poche ?

Exercice 23

Un vendeur de marrons dépense 30€ en marrons chaque jour, et doit payer 15€ d'énergie chaque jour pour alimenter son four. Le prix d'un sachet de marrons est de 2,50€. Combien de sachets de marrons doit vendre le commerçant pour gagner au moins 60€ en un jour ?

Exercice 24

On propose à un agent immobilier deux offres d'emploi.

La société A lui propose un fixe mensuel de 1000 € avec un intéressement de 15% sur montant des ventes effectuées. La société B lui propose un fixe de 600 € avec un intéressement de 25%.

L'agent hésite puis se décide pour la société B . Quel montant minimum de ventes pense-t-il réaliser par mois ?

Exercice 25

Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$

$$\triangleright 7x \geq 0$$

$$\triangleright 5y + 1 \geq 0$$

$$\triangleright z - 4 \geq 3$$

$$\triangleright 2t - 3 \leq 5$$

$$\triangleright u - 7 < 2$$

Exercice 26

Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$

$$\triangleright 5x + 1 \geq 2x + 3$$

$$\triangleright z + 3 \geq (-2) - z$$

$$\triangleright u \geq u + 1$$

$$\triangleright 3y + 4 \geq 2y + 2$$

$$\triangleright \frac{t}{4} \geq 8$$

$$\triangleright 2u + 18 \geq 2(u + 4)$$

Exercice 27

Mme A a repéré une fuite d'eau sous son évier ce matin à 7h. Pour recueillir l'eau, elle a déposé une bassine qui peut contenir 7L sous l'évier. Il tombe une goutte toute les 6 secondes. Le volume d'une goutte d'eau est de 0,05 mL.

- ▶ Mme A peut elle partir travailler et revenir vider la bassine à 19h sans risque de débordement ?
- ▶ Déterminer le temps que mettra la bassine à se remplir.

Exercice 28 (Forfaits avantageux)

Deux forfaits téléphoniques proposent SMS et appels illimités. Dans le forfait de l'opérateur A, qui coûte 9,99€ par mois on a aussi droit à 500Mo de données. Chaque Mo de données supplémentaire utilisé coûtera 0,03€. Dans le forfait de l'opérateur B, qui coûte 12,99€ par mois, on a droit à 1000 Mo de données. Chaque Mo de données supplémentaire coûtera 0,07€.

Déterminer le forfait le plus avantageux en fonction de la quantité de données utilisée chaque mois.

Exercice 29

Recopier et compléter le tableau suivant :

Condition sur x	Représentation graphique	Intervalle
$1 \leq x \leq 3$		
$(-2) \leq x < 1,5$		
$4 < x \leq 7$		
$2 < x < \frac{8}{3}$		

Exercice 30

Recopier et compléter le tableau suivant :

Condition sur x	Représentation graphique	Intervalle
		$x \in [(-2); 3]$
		$x \in]3; 7]$
		$x \in]\frac{3}{4}; 2[$
		$x \in]7; \frac{25}{3}]$

Exercice 31

Recopier et compléter le tableau suivant :

Condition sur x	Représentation graphique	Intervalle
$x < 5$		
$x > 3$		
$x \leq (-4)$		
$x \geq 5,2$		

Exercice 32

Recopier et compléter le tableau suivant :

Condition sur x	Représentation graphique	Intervalle
		$x \in]-\infty; 3]$
		$x \in]3; +\infty[$
		$x \in]0; +\infty[$
		$x \in]-\infty; \frac{25}{3}]$

Systèmes d'équations

Exercice 33

Justifier que $(x; y) = (5; -3)$ est solution du système suivant :

$$\begin{cases} 3x + 4y = 3 \\ 4x + 7y = -1 \end{cases}$$

Exercice 34

Justifier que $(x; y) = (1; 8)$ n'est solution du système suivant :

$$\begin{cases} 3x + 4y = 3 \\ 4x + 7y = -1 \end{cases}$$

Exercice 35

Résoudre le système suivant d'inconnues x et y :

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$$

Exercice 36

Résoudre le système suivant d'inconnues x et y :

$$\begin{cases} 5x + 2y = 4 \\ 2x + 3y = -5 \end{cases}$$

Exercice 37

Résoudre le système suivant d'inconnues x et y :

$$\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x + 3y = -6 \end{cases}$$

Exercice 38

Résoudre le système suivant d'inconnues x et y :

$$\begin{cases} 7x + 2y = 1 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$$

Exercice 39

Justifier que le système suivant n'admet aucune solution :

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + 2y = 1 \end{cases}$$

Exercice 40

Justifier que le système suivant admet une infinité de solutions :

$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ -6x + 3y = -3 \end{cases}$$

Exercice 41

Dans un magasin, tous les articles d'une même catégorie sont au même prix. Pierre et Clothilde décident d'y acheter des DVD et des bandes dessinées. Ils possèdent chacun 75€. Pierre achète un DVD et 4 bandes dessinées ; il lui reste 14,50€. Clothilde dépense 73,50€ pour l'achat de 2 DVD et 3 bandes dessinées. Calculer le prix de chaque article.

Exercice 42

Pour offrir un cadeau à l'un d'eux, les élèves d'une classe ont collecté 75€ en pièces de 1€ et de 2€, soit 45 pièces en tout. Déterminer le nombre de pièces de chaque sorte.

Exercice 43

Un train est constitué, à l'aller, de deux locomotives identiques et de dix wagons-citernes du même modèle et ce train mesure alors 152m de long. Après avoir vidé le contenu de tous les wagons-citernes, on décroche une locomotive et on ajoute deux wagons-citernes vides. Après ces changements, le train ainsi constitué mesure 160m de long. Déterminer la longueur en mètre d'une locomotive et celle d'un wagon-citerne.

Exercice 44

Une entreprise artisanale fabrique deux types d'objets en bois : des chaises et des tables. Une chaise nécessite 3kg de bois et une table nécessite 5kg de bois. Pendant une journée, l'entreprise a utilisé 163kg de bois pour fabriquer 43 objets. Déterminer le nombre d'objets réalisés pour chaque type.

Exercice 45

Pour 6 kilogrammes de vernis et 4 litres de cire, on paie 95 euros.
Pour 3 kilogrammes de vernis et 3 litres de cire on paie 55,50 euros.
Quels sont les prix du kilogramme de vernis et du litre de cire ? Justifier.

Exercice 46

Un torréfacteur met en vente deux sortes de mélange de café. Le mélange A est composé de 60% d'Arabica et de 40% de Robusta et coûte 86,40€ le kilogramme. Le mélange B est composé de 40% d'Arabica et de 60% de Robusta et coûte 79,60€ le kilogramme.
Quel est le prix du kilogramme d'Arabica et du kilogramme de Robusta ?

Exercice 47

Pour financer une partie de leur voyage de fin d'année, des élèves vendent des gâteaux qu'ils ont confectionnés eux-même.
Un même jour ils ont vendu 15 tartes, les unes aux myrtilles et les autres aux pommes.
Une tarte aux myrtilles est vendue 4 euros et une tarte aux pommes 2 euros.
La somme encaissée ce jour là est 42 euros.
Déterminer combien ils ont vendu de tartes de chaque sorte.

Exercice 48

Résoudre le système d'inconnues x et y :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ 2x^2 - y^2 = 23 \end{cases}$$

Exercice 49

Résoudre le système suivant, d'inconnues x , y et z :

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ 2x + z = 3 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$$

3 Indices et échelles

1 – Échelles

Définition 1

Échelle

Réaliser un dessin à l'échelle $\frac{a}{b}$, parfois notée $a : b$, signifie que a cm sur le dessin correspondent à b cm dans la réalité.
Le nombre $\frac{a}{b}$ est appelé *rapport de réduction (ou d'agrandissement)*.

Remarque 2

Le plus souvent, $a = 1$. Par exemple, on dit qu'une maquette est à l'échelle « un cinquantième », autrement dit $\frac{1}{50}$, ou $1 : 50$, lorsque 1 cm sur la maquette correspond à 50 cm dans la réalité.
Autrement dit, à l'échelle $1 : 50$, les longueurs sont divisées par 50.

Remarque 3

Attention, a et b doivent partager la même unité. Par exemple, si 1 cm sur la maquette correspond à 1 km dans la réalité, alors l'échelle n'est pas $1 : 1$ (cette échelle signifie que la maquette est en taille réelle), mais $1 : 100\,000$.
De manière générale, il est conseillé de convertir toutes les données dans une même unité avant d'effectuer quelconque calcul.

Définition 4

Facteur d'échelle

L'inverse du rapport de réduction/agrandissement est appelé *facteur d'échelle*.
Autrement dit c'est le nombre par lequel multiplier les longueurs de la maquette pour retrouver les longueurs réelles.

Méthode 5

Les échelles sont une situation de proportionnalité : on peut donc utiliser un tableau de proportionnalité. La première colonne correspond au rapport de réduction/agrandissement.

Par exemple avec une échelle de $\frac{1}{50}$:

Maquette (ul)	1	20
Réalité (ul)	50	1 000

Diagram illustrating the proportionality of the scale. A blue arrow labeled $\times 50$ points from the 'Maquette' row to the 'Réalité' row. A blue arrow labeled $\div 50$ points from the 'Réalité' row back to the 'Maquette' row.

Exemple 6

Une carte est dessinée avec une échelle telle que 1 cm correspond à 4 km dans la réalité. Si deux villes sont représentées à 2,5 cm d'écart sur la carte, quelle distance les sépare dans la réalité ?

Sur la carte, 2,5 cm correspondent à $400\,000 \times 2,5 = 1\,000\,000$ cm dans la réalité, soit 10 km.

Carte (cm)	1	2,5
Réalité (cm)	400 000	?

Diagram illustrating the proportionality of the scale. A red arrow labeled $\times 2,5$ points from the 'Carte' row to the 'Réalité' row. A blue arrow labeled $\times 400\,000$ points from the 'Carte' row to the 'Réalité' row.

Exemple 7

À quelle échelle réaliser la maquette d'une frégate, qui fait 120m de long, pour qu'elle fasse la taille d'une bouteille, c'est-à-dire 30cm de long ?

Sur la maquette, 1cm doit représenter 400cm de la réalité, soit une échelle de 1 : 400.

Maquette (cm)	1	30
Réalité (cm)	?	12 000

$\div 30$ (sur la première ligne)
 $\times 400$ (sur la deuxième ligne)

2 – Indices

Définition 8

Indice dans une base

Pour quantifier l'évolution d'une valeur, on peut calculer un *indice dans une base par rapport à une valeur de référence* :

$$\text{indice} = \text{base} \times \frac{\text{nouvelle valeur}}{\text{valeur de référence}}$$

L'indice est une valeur sans unité.

Remarque 9

Le plus souvent, on utilise la base 100. L'indice revient à compléter un tableau de proportionnalité :

Valeurs	14 298	42 069
Indice	100	?

$$? = 100 \times \frac{42\,069}{14\,298} \approx 294,23$$

Remarque 10

Les indices en base 100 sont liés aux pourcentages d'évolution. Par exemple :

- ▶ Si l'indice est de 113, alors la valeur a augmenté de 13% par rapport à la référence, car $113 - 100 = 13$.
- ▶ Si l'indice est de 98, alors la valeur a diminué de 2% par rapport à la référence, car $98 - 100 = -2$.

Le tableur est un outil pertinent pour les calculs liés aux indices, ou de proportionnalité en général. On peut entrer la valeur de référence dans la première colonne, et compléter les colonnes de proche en proche, avec des règles de trois successives. On entre la formule dans la deuxième colonne, et on l'étire.

	A	B	C	D	E
1	Valeurs	38	64	12	89
2	Indices	100	=B2*C1/B1		

4 Transformations du plan

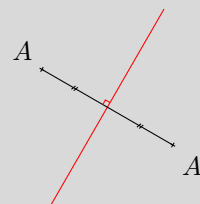
1 – Symétrie axiale

A – Symétrie et médiatrice

Médiatrice d'un segment

Définition 1

La *médiatrice* d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment et passant par son milieu.



Médiatrice

Proposition 2

La médiatrice d'un segment $[AB]$ est l'ensemble des points à égale distance de A et de B .

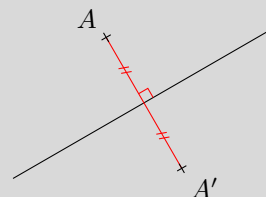
Symétrique d'un point

Définition 3

Soit d une droite du plan.

- Soit A un point qui n'est pas sur d . Le *symétrique de A par rapport à d* est le point A' tel que d coupe $[AA']$ perpendiculairement en son milieu (autrement dit d est la médiatrice de $[AA']$).
- Le *symétrique par rapport à d* d'un point sur d est lui-même.

La droite d est appelée *axe de la symétrie*.



Remarque 4

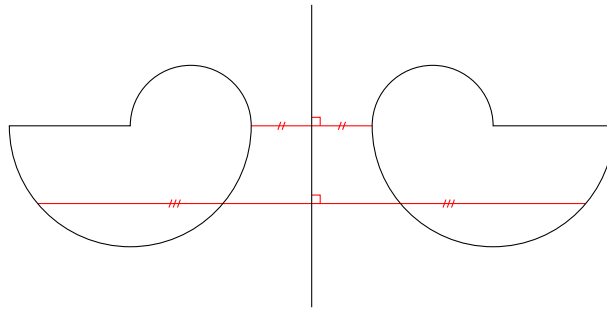
Une autre manière de le voir, c'est de penser le symétrique de A par rapport à d comme le point A' de l'«autre côté» de d , et tel que A et A' sont à la même distance de d .

B – Figures et axes de symétrie

Figure symétrique

Définition 5

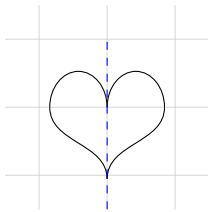
Soient $\mathcal{F}$ une figure et d une droite du plan. La *figure symétrique de $\mathcal{F}$ par rapport à d* est la figure obtenue en construisant les symétriques par rapport à d de chaque point de $\mathcal{F}$.

**Remarque 6**

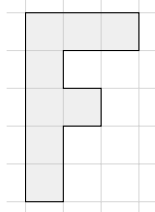
Deux figures sont symétriques lorsqu'elles se superposent quand on «plie» le plan le long de l'axe.

Définition 7**Axe de symétrie**

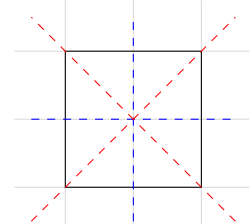
Un *axe de symétrie* d'une figure est une droite qui coupe la figure en deux parties symétriques par rapport à cette droite.

Exemple 8

Un cœur possède 1 axe de symétrie.



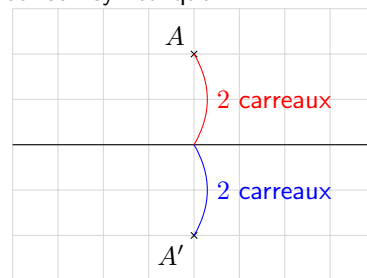
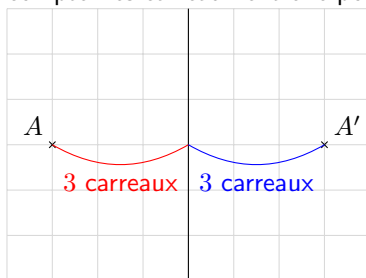
La lettre F ne possède pas d'axe de symétrie.



Un carré possède 4 axes de symétrie.

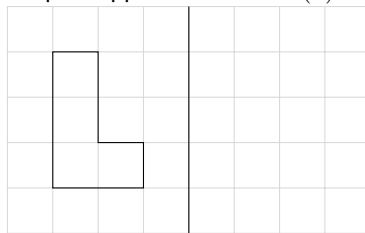
C – Différents cas, différentes méthodes**Méthode 9 (Le long du quadrillage)**

Quand on dispose d'un quadrillage et que l'axe de symétrie suit le quadrillage verticalement ou horizontalement, il suffit de compter les carreaux entre le point et la droite pour tracer son symétrique.

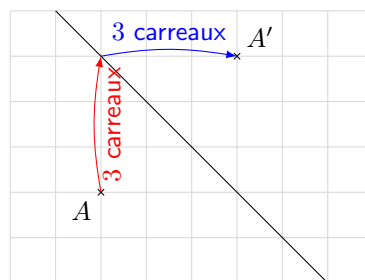
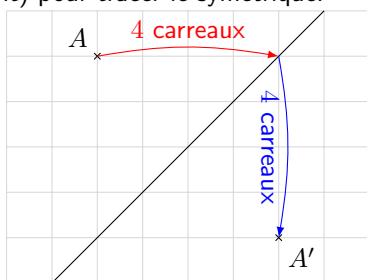


Exercice 10

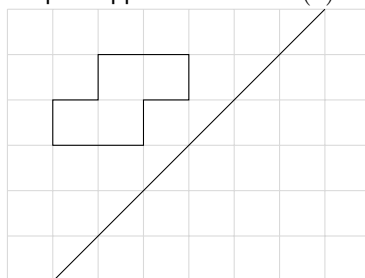
Tracez le symétrique de la figure suivante par rapport à la droite (d) en utilisant la méthode précédente :

**Méthode 11 (En diagonale – version 1)**

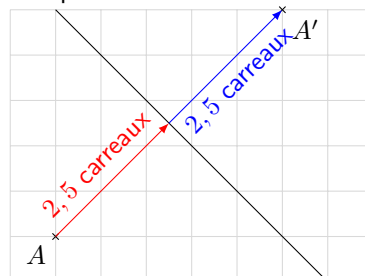
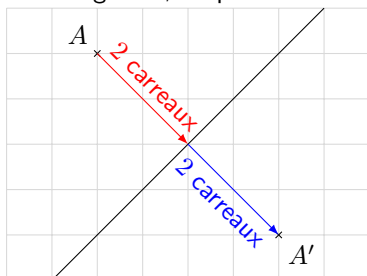
Quand on dispose d'un quadrillage et que l'axe de symétrie suit le quadrillage en diagonale, il suffit de compter les carreaux horizontalement, du point vers la droite, puis le même nombre de carreaux verticalement (ou inversement) pour tracer le symétrique.

**Exercice 12**

Tracez le symétrique de la figure suivante par rapport à la droite (d) en utilisant la méthode précédente :

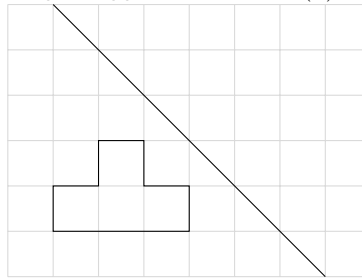
**Méthode 13 (En diagonale – version 2)**

Quand on dispose d'un quadrillage et que l'axe de symétrie suit le quadrillage en diagonale, il suffit de compter les carreaux en diagonale, du point vers la droite pour tracer le symétrique.

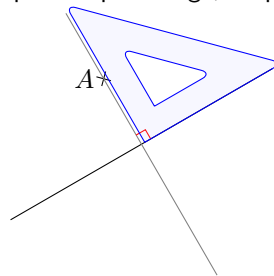


Exercice 14

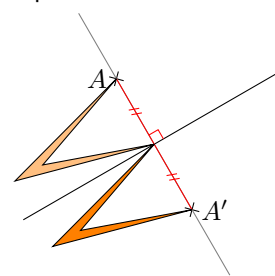
Tracez le symétrique de la figure suivante par rapport à la droite (d) en utilisant la méthode précédente :

**Méthode 15 (Sans quadrillage – équerre et compas)**

Quand il n'y a pas de quadrillage, on peut utiliser une équerre et un compas.



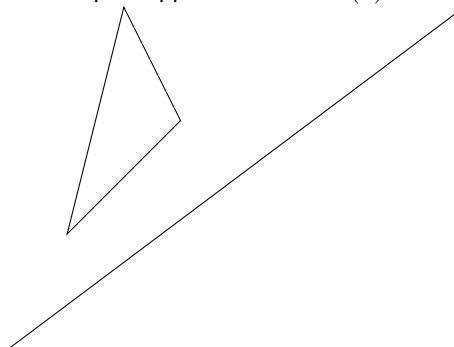
ÉTAPE 1 : On trace la perpendiculaire à l'axe de symétrie passant par A



ÉTAPE 2 : On reporte la distance entre A et l'axe de symétrie à l'aide du compas.

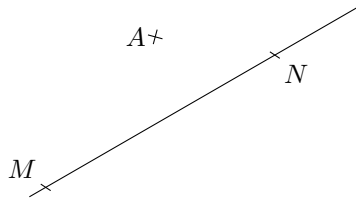
Exercice 16

Tracez le symétrique de la figure suivante par rapport à la droite (d) en utilisant la méthode précédente :

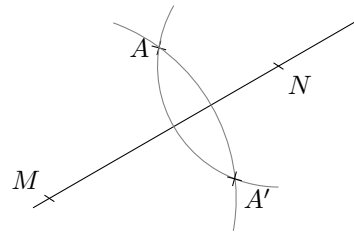


Méthode 17 (Compas uniquement)

Quand il n'y a pas de quadrillage, on peut n'utiliser que le compas :



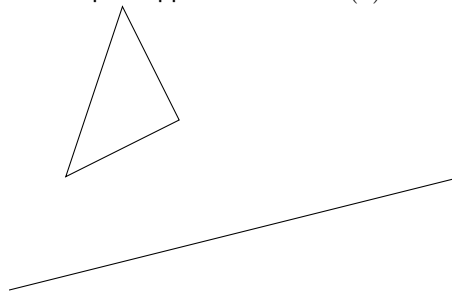
ÉTAPE 1 : On choisit deux points distincts M et N sur l'axe de symétrie



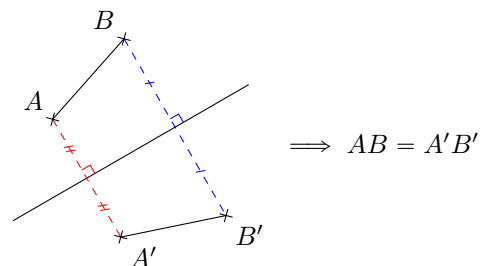
ÉTAPE 2 : Trace deux (arcs de) cercles, l'un centré en M , l'autre centré en N , et tous deux passant par A . Le deuxième point d'intersection donne le symétrique.

Exercice 18

Tracez le symétrique de la figure suivante par rapport à la droite (d) en utilisant la méthode précédente :

**D – Propriétés de la symétrie axiale****Propriété 19****Conservation**

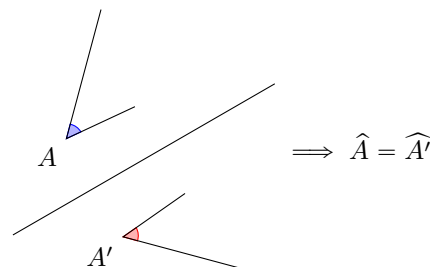
La symétrie axiale conserve les longueurs.
Autrement dit, si deux segments sont symétriques, alors ils ont la même longueur.

**Corollaire 20**

La symétrie axiale conserve les périmètres et les aires.

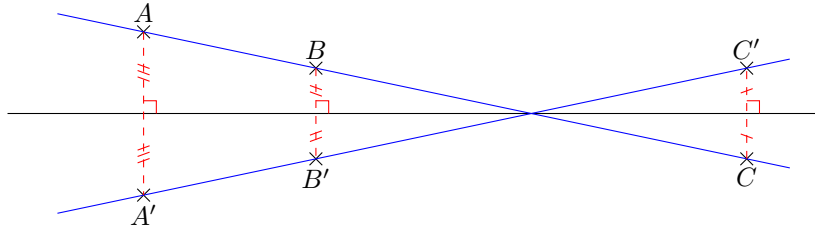
Propriété 21**Conservation**

La symétrie axiale conserve les angles.
Autrement dit, si deux angles sont symétriques, alors ils ont la même mesure.

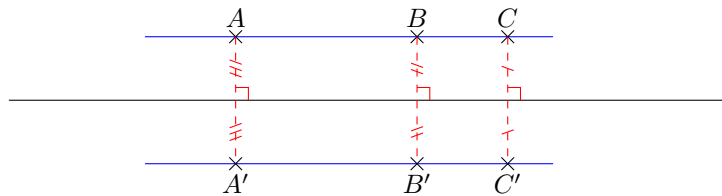


Corollaire 22

La symétrie axiale conserve l'alignement. En particulier, le symétrique d'une droite est une droite.

**Remarque 23**

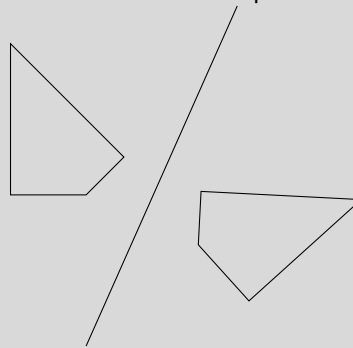
Deux droites symétriques sont soit parallèles, soit leur point d'intersection se trouve sur l'axe de symétrie.

**Corollaire 24**

La symétrie axiale conserve le parallélisme et la perpendicularité.

Conclusion**Théorème 25**

La symétrie axiale ne déforme pas les objets.



2 – Symétrie centrale

Définition 26**Symétrie centrale**

Soient O et A deux points du plan. Le *symétrique de A par rapport à O* est le point A' tel que O est le milieu de $[AA']$.
Le point O est appelé *centre* de la symétrie.

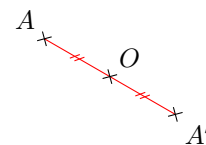
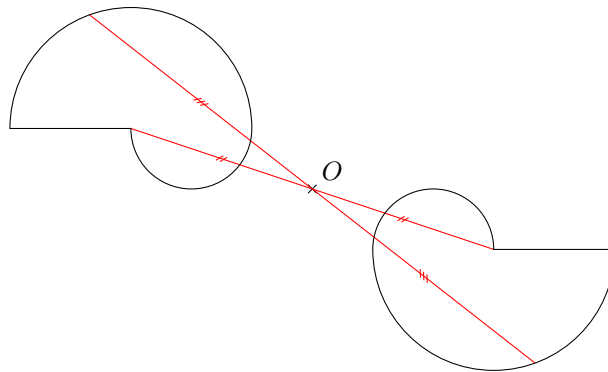


Figure symétrique

Définition 27

Soient $\mathcal{F}$ une figure et O un point du plan.

La figure *symétrique de $\mathcal{F}$ par rapport à O* est la figure obtenue en construisant les symétriques par rapport à O de chaque point de $\mathcal{F}$.

**Conservation****Propriété 28**

Le symétrie centrale conserve les longueurs et les angles. En particulier, elle conserve le parallélisme, la perpendicularité, l'alignement et les aires.

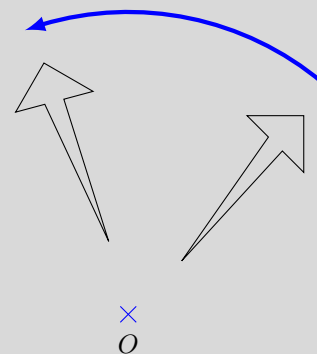
3 – Rotation

Rotation**Définition 29**

Transformer une figure par *rotation*, c'est la faire tourner autour d'un point.

Plus précisément, une rotation est caractérisée par :

- ▶ un centre,
- ▶ un angle,
- ▶ un sens (horaire ($\odot$) ou anti-horaire).

**Remarque 30**

Faire une symétrie centrale de centre O revient à faire un demi-tour autour du point O , c'est-à-dire une rotation de centre O de 180° (dans un sens ou dans l'autre).

Propriété 31

Une rotation conserve les longueurs et les angles. En particulier, les aires, les volumes, le parallélisme et la perpendicularité, et donc la forme sont conservés.

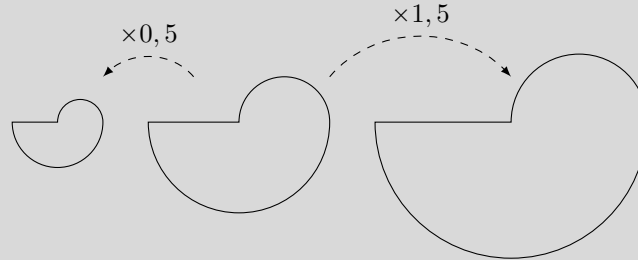
4 – Agrandissement et réduction, homothéties

Agrandissement et réduction

Définition 32

- *Agrandir* une figure, c'est multiplier toutes ses longueurs par un nombre $k > 1$.
- *Réduire* une figure, c'est multiplier toutes ses longueurs par un nombre $k < 1$.

Le nombre k est appelé *rapport* de l'agrandissement ou de la réduction.



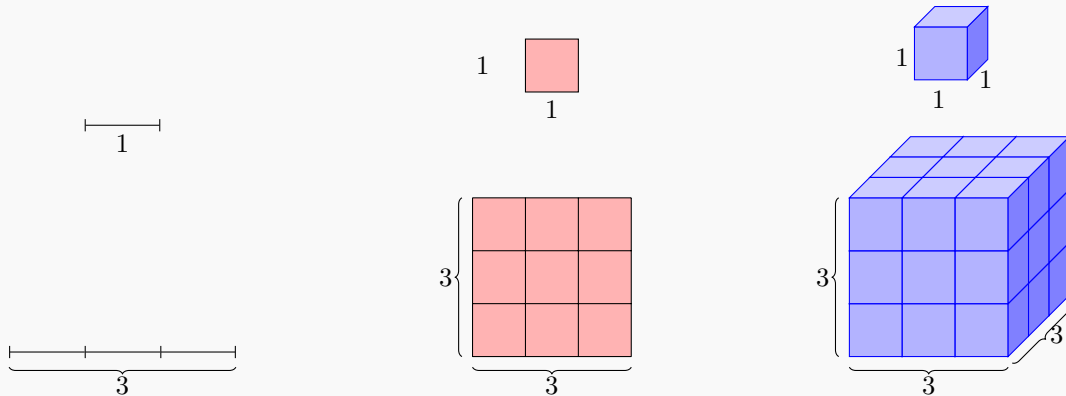
Propriété 33

Un agrandissement ou une réduction conserve les angles. En particulier, le parallélisme et la perpendicularité sont conservés.

Proposition 34

Après un agrandissement ou un réduction de rapport k ,

- les aires sont multipliées par k^2 ,
- les volumes sont multipliés par k^3 .



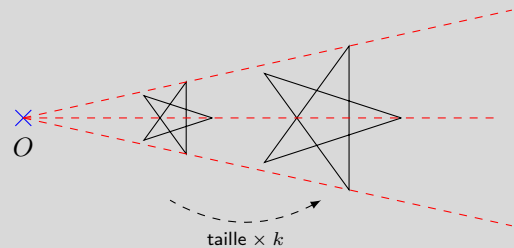
Homothétie

Définition 35

Transformer une figure par *homothétie*, c'est l'agrandir ou la rétrécir tout en faisant glisser ses points de long de droites passant toutes par un point O , appelé *centre* de l'homothétie.

Une homothétie est caractérisée par :

- un centre,
- un rapport $k \neq 0$,

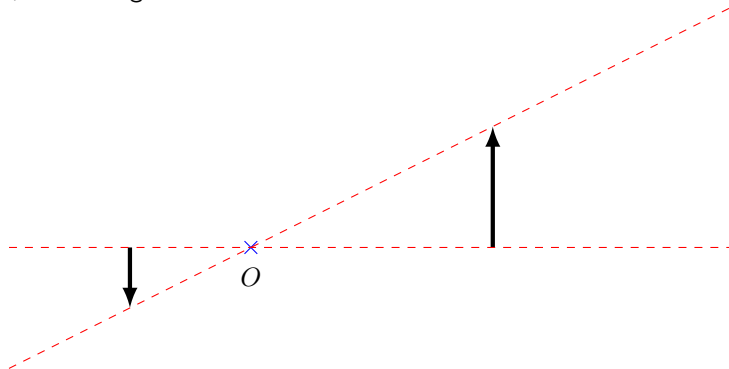


Remarque 36

Concrètement, pour construire M' l'image de M par l'homothétie de centre O et de rapport k , cela dépend du signe de k :

- ▶ Si $k > 0$, alors $M' \in [OM)$ et $OM' = k \times OM$
- ▶ Si $k < 0$, alors $M' \in [MO)$ et $OM' = -k \times OM$

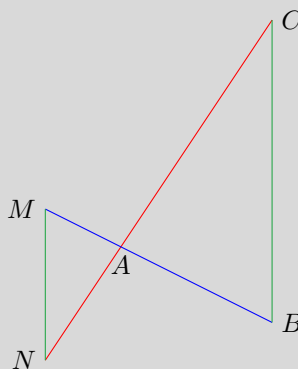
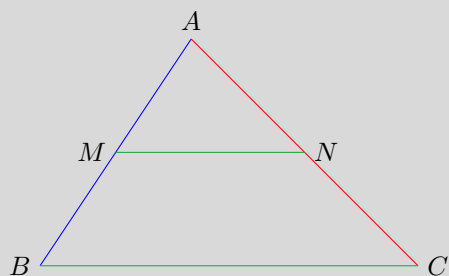
En particulier, si $k < 0$, alors la figure est renversée.

**Remarque 37**

Si $-1 < k < 1$, alors la figure est rétrécie. Si $k > 1$ ou $k < -1$, alors elle est agrandie.

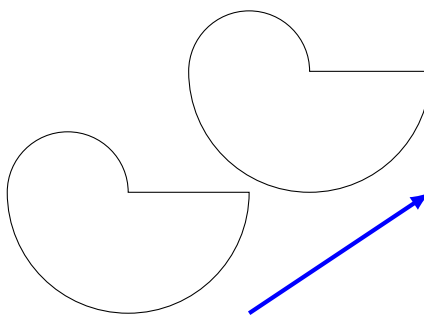
Théorème de Thalès**Théorème 38**

Dans une configuration de Thalès (2 cas illustrés ci-dessous), si (BC) et (MN) sont parallèles, alors AMN est l'image de ABC par une homothétie de centre A (plus précisément, de rapport $0 < k < 1$ dans le cas de gauche, et de rapport $k < 0$ dans le cas de droite).

**5 – Translations****Translation****Définition 39**

Soit $\mathcal{F}$ une figure.

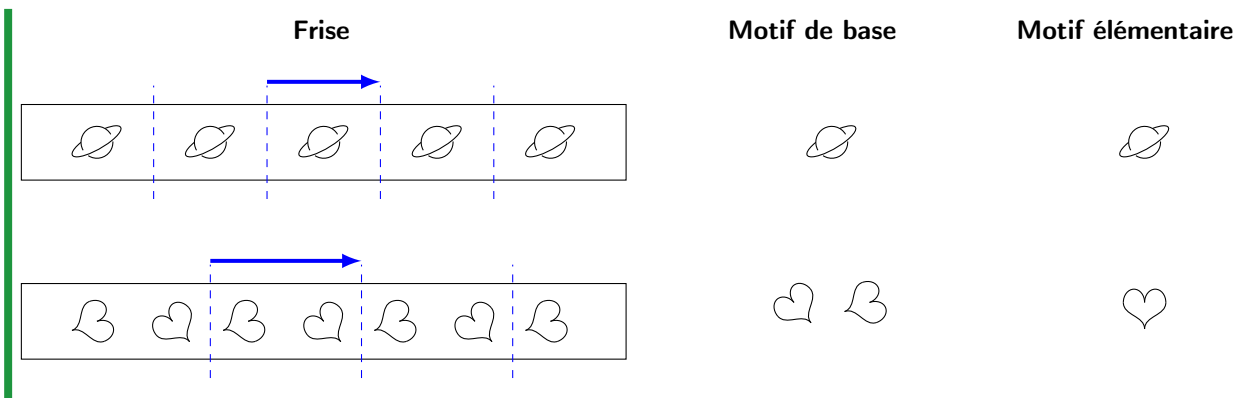
Transformer $\mathcal{F}$ par *translation*, c'est la faire glisser selon une direction, un sens et un longueur. On représente ces trois informations avec un flèche, appelée *vecteur*.

**Propriété 40****Conservation**

La translation conserve les longueurs et les angles. En particulier, elle conserve le parallélisme, la perpendicularité, l'alignement et les aires.

Définition 41**Frise**

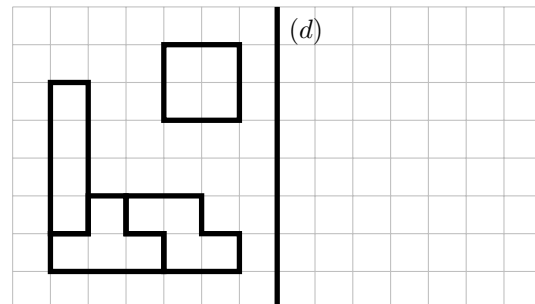
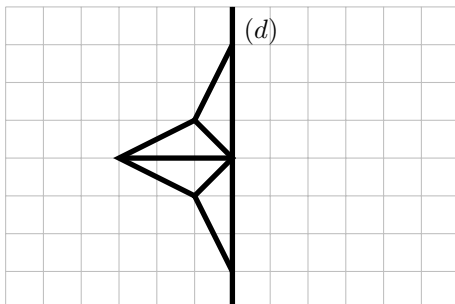
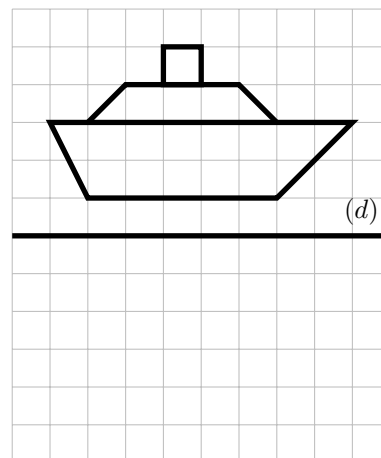
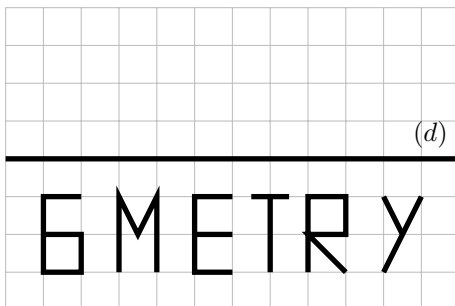
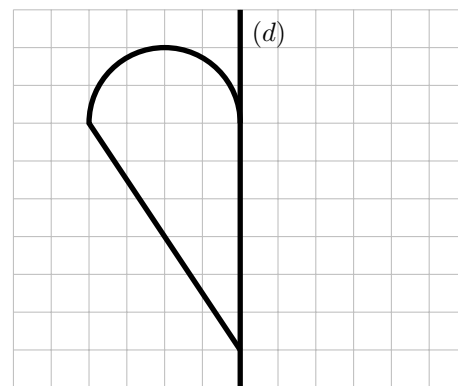
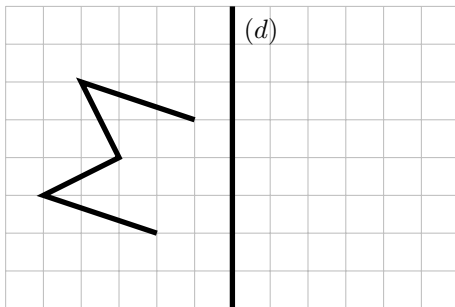
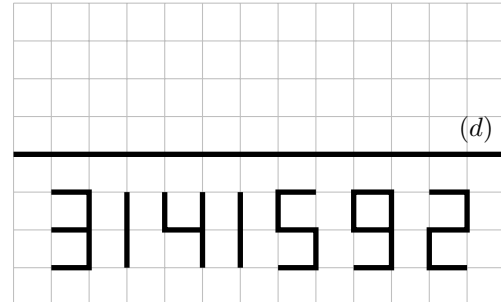
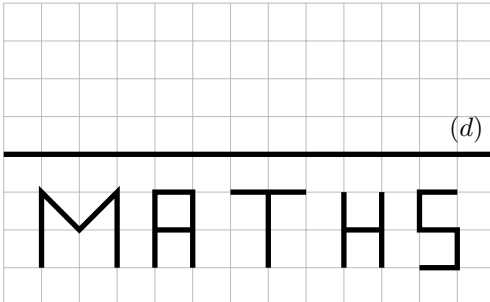
Une *frise* est une bande de plan dans laquelle un motif se répète régulièrement par une même translation. Un motif associé à une translation la plus courte possible est un *motif de base*. Celui-ci peut lui-même être obtenu à partir d'un *motif élémentaire*, reproduit par d'autres transformations.

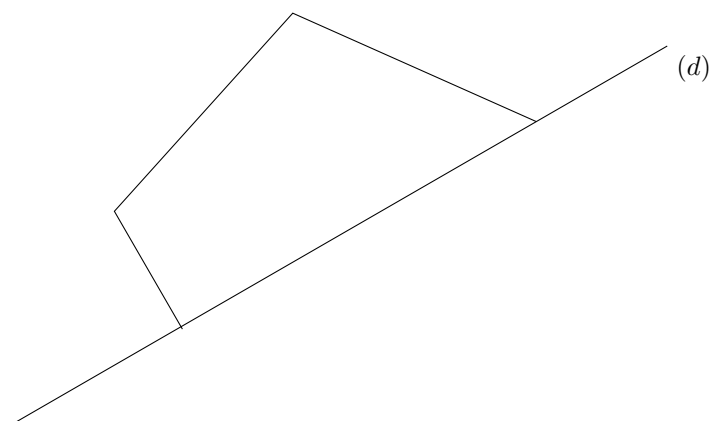
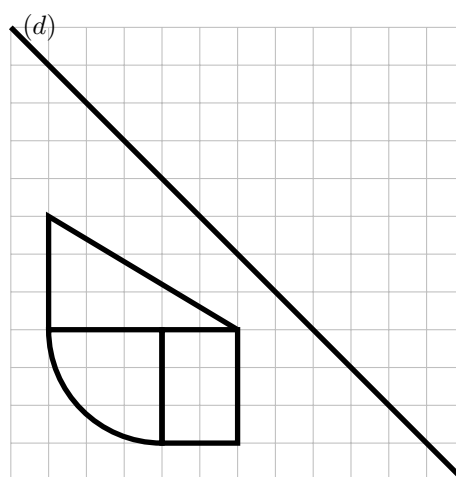
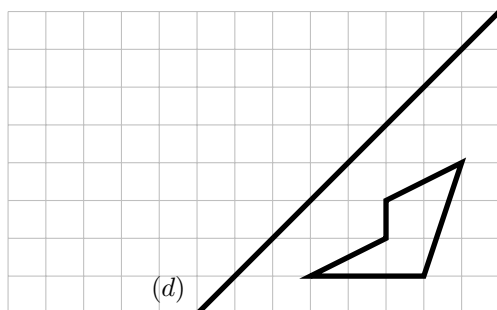
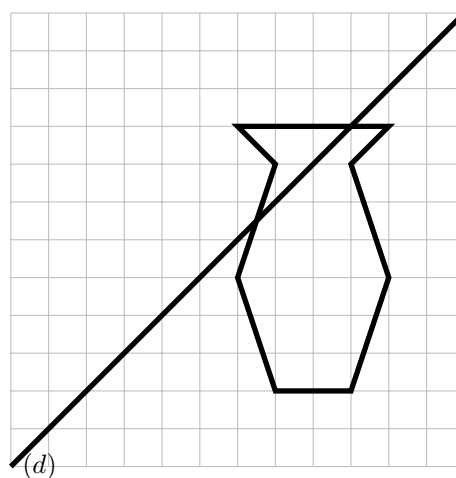
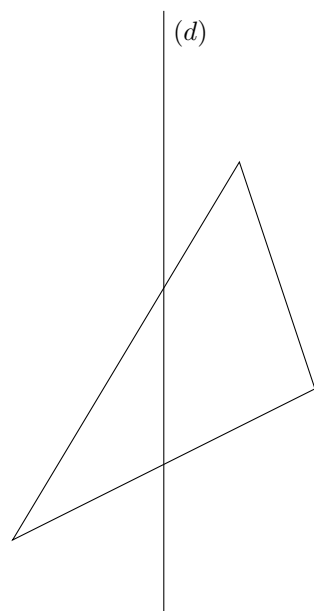
Exemple 42

Exercices

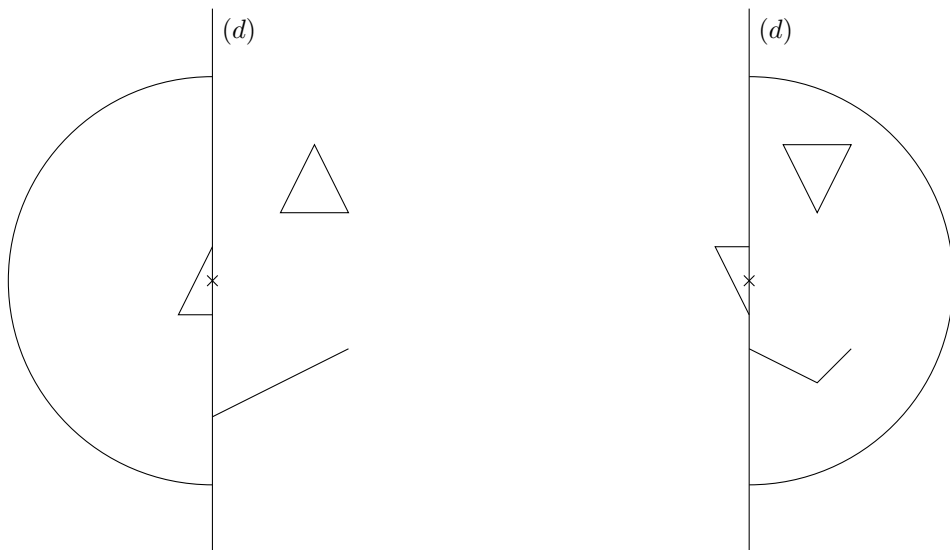
Tracé : symétrie axiale

Tracez le symétrique de la figure par rapport à la droite (d) .

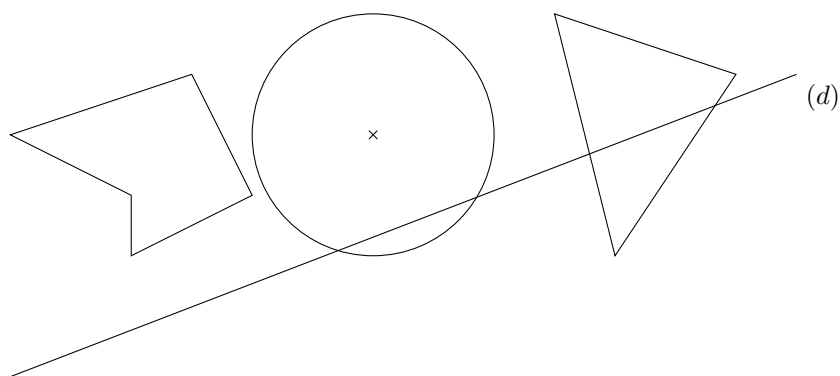




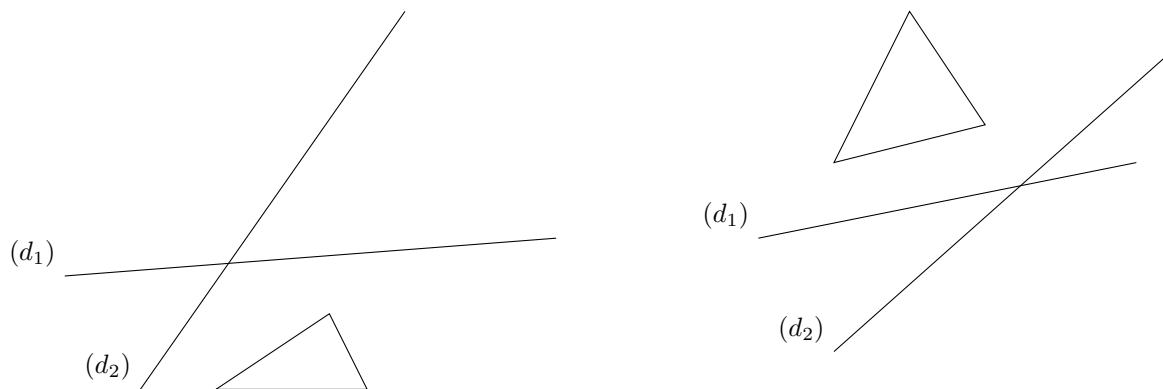
Complétez la figure de sorte que (d) en est un axe de symétrie. Le centre du demi-cercle est indiqué par une croix.



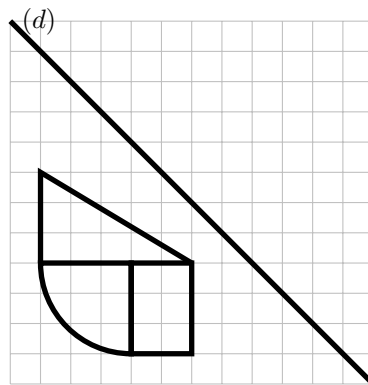
Tracez les symétriques des figures par rapport à la droite (d) . Le centre du cercle est indiqué par une croix.



Tracez le symétrique de la figure par rapport à (d_1) , puis le symétrique par rapport à (d_2) du premier résultat :



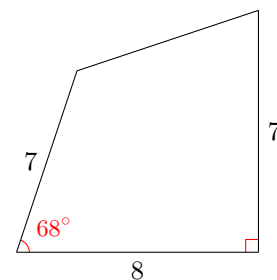
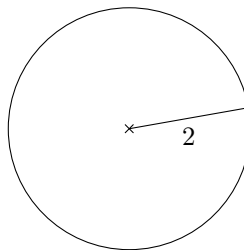
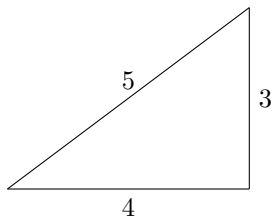
Quelles propriétés de la symétrie axiale pouvez-vous utiliser pour tracer le symétrique de la figure suivante par rapport à la droite (d) ?



Agrandissements, réductions et homothéties

Exercice 43

Sur les figures suivantes, les longueurs sont en centimètres. Tracez un agrandissement de ces figures, pour qu'elles soient 1,5 soit plus grandes.



Symétrie centrale

Dans les trois figures suivantes, identifiez, s'il y en a, les axes de symétrie et les centres de symétrie :

H

E

Z

Scratch

Les différents exercices ci-après ont été adaptés à partir des sujets de la série générale de la session 2023 de l'épreuve mathématique du DNB.

Prérequis : les angles dans Scratch

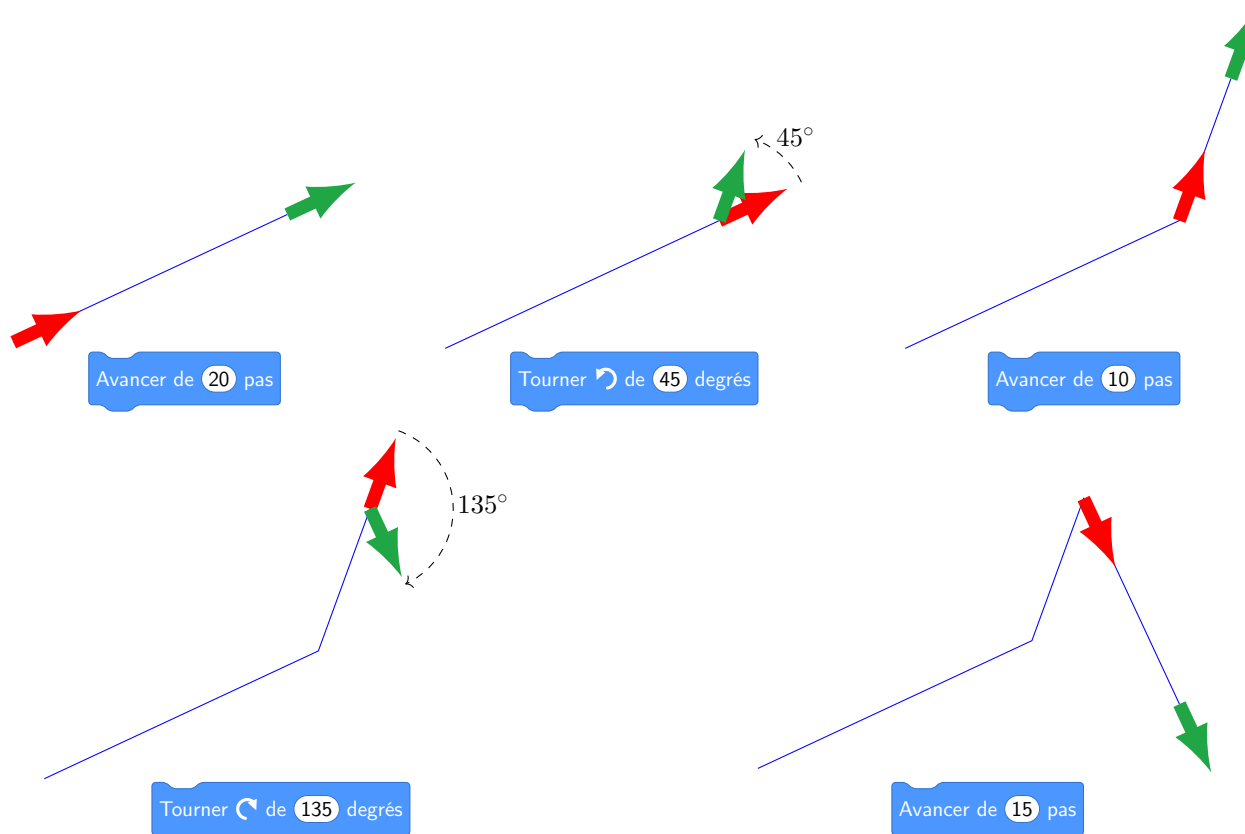
Lorsqu'on donne des instructions de déplacement au lutin, celui-ci les exécute dans l'ordre qu'on lui donne, et fait les actions demandées : ça peut-être « avance de 20 pas », « regarde vers le nord », « rend-toi aux coordonnées x : -100 et y : 50 », ... ce sont les blocs bleus dans Scratch.

Parmi ces blocs, on en trouve deux particuliers : **Tourner ↻ de ● degrés** et **Tourner ↺ de ● degrés**. Comme leur apparence semble le suggérer, ils servent à tourner le lutin dans un sens ou dans l'autre d'un certain nombre de degrés, autrement dit d'un certain angle. Ces blocs permettent donc au lutin de changer de direction.

Détaillons leur fonctionnement : imaginons que le lutin doit marcher tout droit de 20 pas, puis doit tourner vers la gauche de 45° , avancer de 10 pas, tourner vers la droite de 135° , et avancer de 15 pas. Cela correspond au programme ci-contre.

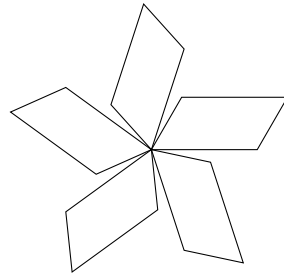


On représente ci-dessous les différentes instructions, appliquées au lutin symbolisé par une flèche – rouge signifiant l'état avant l'instruction, et vert signifiant après coup. **Les rotations sont relatives : si le lutin fait face à une certaine direction, l'instruction « tourne de 45° vers la gauche » le fait tourner vers la gauche de 45° par rapport à la direction à laquelle il faisait déjà face.**

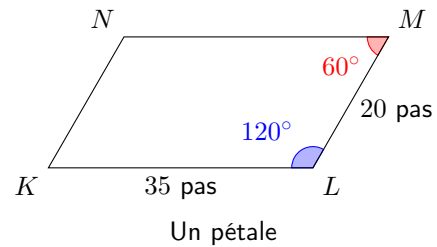


Exercice 1 : Fleur

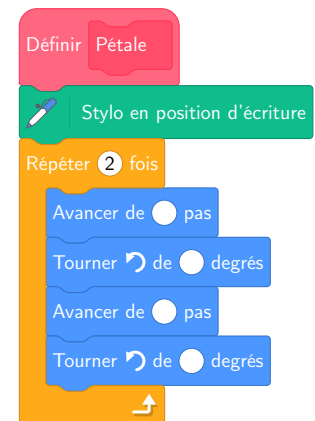
À l'aide d'un logiciel de programmation, on veut réaliser le motif « Fleur » ci-dessous, composé de 5 pétales en forme de parallélogramme.



Motif « Fleur »

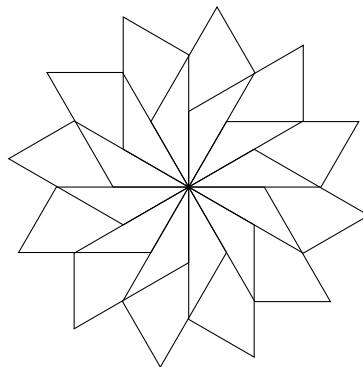
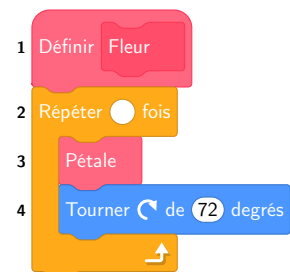


- 1► On définit le bloc « Pétale » ci-contre afin de tracer un pétale en forme de parallélogramme. On commence la construction du parallélogramme au point K en s'orientant vers la droite. Reproduisez et complétez le bloc « Pétale » avec les bonnes valeurs.



- 2► Le bloc ci-dessous permet de construire un motif « Fleur » en partant de son centre.

- Par quelle valeur doit-on compléter la ligne 2 du bloc « Fleur » ci-contre ?
- Expliquez le choix de la valeur « 72 » à la ligne 4.
- Quelles modifications doit-on apporter aux lignes 2 et 4 du bloc « Fleur » pour obtenir le motif ci-dessous ?

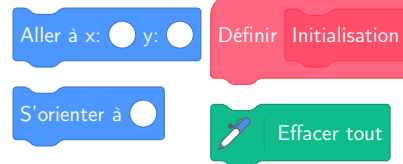


Exercice 2 : Frises

- a► Créez trois blocs de commande qui réalisent les actions demandées, en utilisant uniquement les blocs d'action proposés :

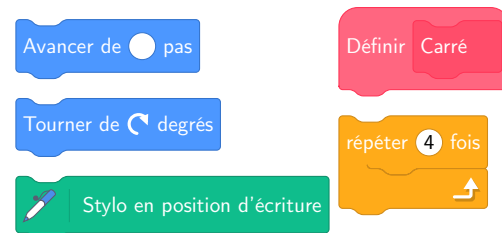
Bloc Initialisation

- 1► Effacer tous les dessins
- 2► Positionner le lutin aux coordonnées $(-220; 0)$
- 3► Orienter le lutin vers la droite



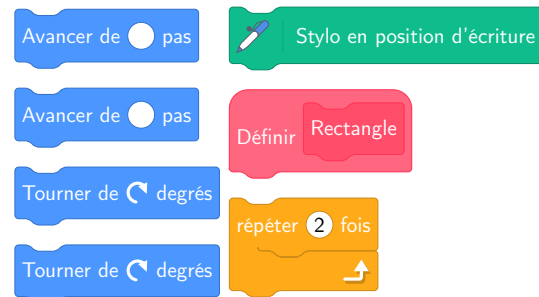
Bloc Carré

- 1► Mettre le stylo en position d'écriture
- 2► Tracer un carré de côté 50



Bloc Rectangle

- 1► Mettre le stylo en position d'écriture
- 2► Tracer un rectangle de longueur 100 et de largeur 50



- b► Écrire un programme qui réalise la frise suivante en utilisant uniquement les blocs proposés :



- c► Écrire un programme qui réalise la frise suivante :



Intermède : créer un bloc de commande dépendant d'une variable

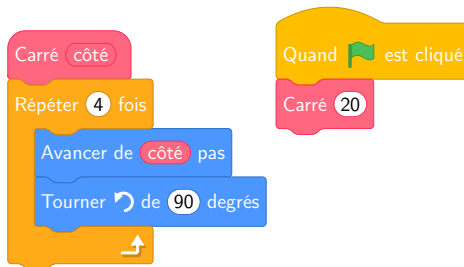
Imaginons que l'on ait besoin de tracer plein de carrés de tailles variées. Plutôt que de programmer chaque carré à la main, on peut créer un bloc de commande qui dessine un carré. Mais en faisant comme ça, il faudrait créer un bloc de commande différent pour chaque taille de carré.

Pour y remédier, on peut créer un bloc de commande qui dépend d'une variable : ici, quand on va placer le bloc qui dessine un carré, on pourra préciser la longueur de son côté.

Pour ce faire, allez dans la section « Mes blocs », et cliquez sur « Créer un bloc ». Tapez « Carré » puis cliquez sur le premier bouton « Ajouter une entrée texte ou nombre ». Tapez alors « côté », et cliquez sur « Ok ».

Cela crée le bloc suivant :  en-dessous duquel vous pouvez construire la séquence de commandes qui permet de construire le carré. Pour préciser la longueur du côté, cliquez et glissez  directement depuis le bloc

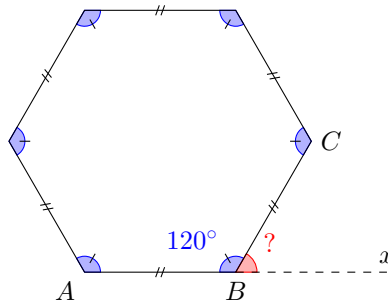
.



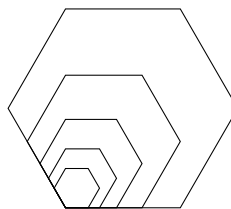
Exercice 3 : Hexagones réguliers

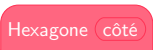
Un hexagone régulier est un polygone à 6 côtés de même longueur, et dont tous les angles mesurent 120° .

- 1► Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{CBx}$ ci-dessous ?



- 2► Dans cette question, on souhaite construire la figure suivante. Le plus petit hexagone a un côté de longueur 32, et chaque hexagone a un côté 1,5 fois plus grand que le précédent.

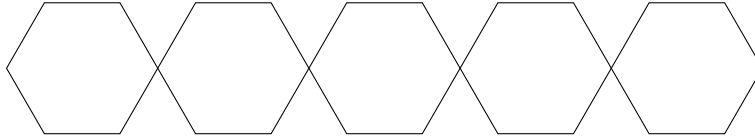


- a► Complétez le bloc  dans l'annexe A qui permet de construire un hexagone régulier de côté de longueur , en partant du point A et en tournant dans le sens inverse des aiguilles d'une montre

(autrement dit on part de A , puis on va en B , puis en C , ...).

b► Complétez le programme de l'annexe B afin de réaliser la figure.

- 3► Dans cette question, on souhaite construire la figure suivante. La longueur des côtés de chaque hexagone est 30 unités.

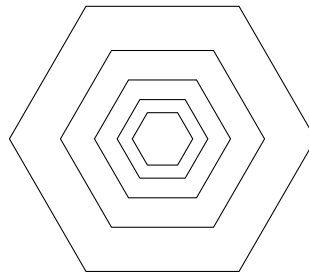


a► Ajouter un bloc à Hexagone côté de sorte que l'hexagone est tracé à partir du point C (de la question 1►), et non à partir du point A .

b► Dans les hexagones de la figure à tracer, quelle distance sépare deux sommets opposés ?

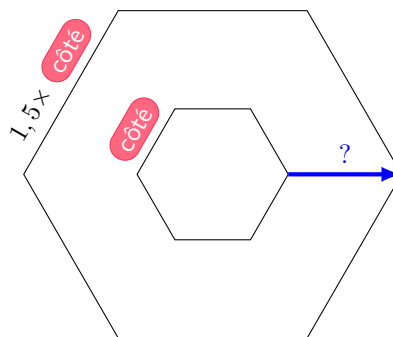
c► Complétez le programme de l'Annexe C afin de tracer la figure demandée.

- 4► Dans cette question, on souhaite construire la figure suivante. Le plus petit hexagone a un côté de longueur 32, et chaque hexagone a un côté 1,5 fois plus grand que le précédent.



On garde le bloc Hexagone côté de la question précédente.

a► Quand le bloc Hexagone côté est exécuté, le lutin commence et termine sur le point le plus à droite de l'hexagone qu'il a tracé. Dans la figure, pour tracer l'hexagone suivant, on doit donc savoir où placer le lutin, autrement de combien de pas il faut le déplacer vers la droite.



- i► Faites un schéma d'un hexagone régulier, et tracez ses trois diagonales (c'est-à-dire reliez les sommets opposés)
- ii► Quelles figures particulières semble-t-on obtenir ?
- iii► Justifier votre conjecture en considérant les angles de ces figures.
- iv► En déduire la longueur du rayon de l'hexagone en fonction de côté, c'est-à-dire la distance entre son centre et ses sommets.

- v► En déduire le nombre de pas vers la droite que le lutin doit effectuer.
- b► Complétez le programme de l'Annexe D afin de tracer la figure demandée.

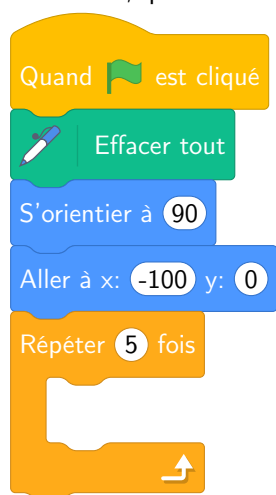
ANNEXE A
Exercice 3, question 2.a



ANNEXE B
Exercice 3, question 2.b



ANNEXE C
Exercice 3, question 3.c



ANNEXE D
Exercice 3, question 4.b



5 Algorithmique et programmation

1 – Les structures conditionnelles

A – Les blocs *SI... SINON SI..., SINON...*

Définition 1

- ▶ Une *condition* est la valeur de vérité d'une phrase pouvant dépendre d'une variable. Une condition est donc soit Vraie, soit Fausse.
- ▶ Une *structure conditionnelle* est une suite de *blocs d'instructions* que l'on exécute si une certaine condition est Vraie, et que l'on n'exécute pas sinon.
- ▶ Les blocs d'instructions sont signalés en décalant les instructions d'un cran vers la droite : on dit qu'on les *indente* (l'espace est appelée un *indentation*).
- ▶ Une variable qui vaut soit Vrai, soit Faux est dite *booléenne* (ou de *type booléen*).

Exemple 2

Cet algorithme contient une structure conditionnelle (composée de deux blocs d'instructions) qui dépend de la variable *âge* : si celle-ci est supérieure ou égale à 18, alors l'algorithme affiche le texte "Vous êtes majeur", et dans le cas contraire (c'est-à-dire si *âge* est strictement inférieur à 18), il affiche le texte "Vous êtes mineur". En langage naturel, la structure conditionnelle est délimitée, en langage naturel, par SI et FIN SI.

```
1 SI âge ≥ 18:
2     AFFICHER "Vous êtes majeur"
3 SINON:
4     AFFICHER "Vous êtes mineur"
5 FIN SI
```

Remarque 3 (Enchaîner les test)

On peut aussi enchaîner les tests les uns après les autres avec le mot-clé SINON SI... :

```
1 SI x ≥ 5:
2     AFFICHER "x est plus grand que 5:"
3 SINON SI x ≥ 3:
4     AFFICHER "x est plus grand que 3"
5 SINON:
6     AFFICHER "Je ne sais pas..."
7 FIN SI
```

Cette structure conditionnelle est constituée de trois blocs. Tout d'abord, l'algorithme va vérifier si $x \geq 5$: si c'est effectivement le cas, alors l'algorithme affiche "x est plus grand que 5" et ignore les autres blocs d'instruction de la structure conditionnelle. Dans le cas contraire, il lance le test suivant, et ainsi de suite. Le bloc SINON est exécuté seulement quand tous les tests précédents ont échoué.

Notez bien cette subtilité : l'algorithme exécute un et un seul bloc d'instructions dans chaque structure conditionnelle, même si parfois les conditions se superposent. Par exemple avec $x = 6$, l'algorithme ci-dessus affiche "x est plus grand que 5" car c'est le premier test réussi – qu'importe que le deuxième soit aussi valide.

Remarque 4

Le bloc SINON : est optionnel : si on ne souhaite exécuter aucune instruction dans le cas où tous les tests échouent, il suffit de ne pas écrire le bloc SINON :.

B – Les opérateurs logiques

Définition 5

Soient A et B deux variables booléennes.

- ▶ Le booléen A ET B est le booléen qui est Vrai si, et seulement si A et B sont simultanément Vrais.
- ▶ Le booléen A OU B est le booléen qui est Vrai si, et seulement si au moins l'une des deux variables A ou B est vraie Vrais.
- ▶ Le booléen NON A est le booléen qui est Vrai si, et seulement si A est Faux.

On résume cette définition dans des *tables de vérité* :

A	B	A ET B
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

A	B	A OU B
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

A	NON A
V	F
F	V

Remarque 6

Parfois, on entoure les conditions de parenthèses, soit pour améliorer la lisibilité de l'algorithme, soit parce que c'est nécessaire.

Python vient avec son lot d'opérateurs de comparaison. Ce sont des opérateurs *mathématiques* : ainsi, Python considère que 2 et 2.0 ont la même valeur (mathématique), bien qu'ils soient de types différents.

Opération	Notation	Exemple 1	Exemple 2
Égal à	==	>>> 2 == 2.0 True	>>> 3 == 15 False
Différent de	!=	>>> 2 != 2.0 False	>>> 3 != 15 True
Inférieur (strict) à	<	>>> 2 < 2.0 False	>>> 3 < 15 True
Inférieur ou égal à	<=	>>> 2 <= 2.0 True	>>> 3 <= 15 False
Supérieur (strict) à	>	>>> 2 > 2.0 False	>>> 3 > 15 False
Supérieur ou égal à	>=	>>> 2 >= 2.0 True	>>> 3 >= 15 False

On peut également tester l'égalité ou la différence de deux chaînes de caractères :

Opération	Notation	Exemple 1	Exemple 2
Égal à	==	>>> "Python" == "Python" True	>>> "Fourchette" == "Couteau" False
Différent de	!=	>>> "Python" != "Python" False	>>> "Fourchette" != "Couteau" True

Remarque 7

Les opérateurs $<$, $<=$, $>$, $>=$ fonctionnent aussi avec les chaînes de caractères : ils utilisent l'ordre *lexicographique* (ce qui signifie l'ordre alphabétique, étendu aux chiffres et aux symboles, et en distinguant les majuscules des minuscules).

C – Les mots-clés `if`, `elif` et `else`

La structure conditionnelle la plus simple se construit avec le mot clé `if` :

Exemple 8

Langage naturel

```

1  SI n < 10:
2    AFFICHER "C'est plus petit que 10"
3  FIN SI

```

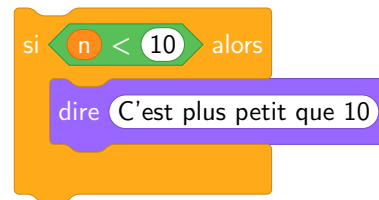
Python

```

1  if n < 10:
2    print("C'est plus petit que 10")

```

Scratch

**Remarque 9**

En Python, l'indentation seule définit un bloc de commandes ; celui-ci se termine là où l'indentation s'arrête. Il n'y a pas d'équivalent à `Fin Si` en Python. N'oubliez pas les `:` à la fin de la condition !

La structure conditionnelle avec alternative se construit avec le mot-clé `else` :

Exemple 10

Langage naturel

```

1  SI n < 10:
2    AFFICHER "C'est plus petit que 10"
3  SINON:
4    AFFICHER "C'est au moins égal à 10"
5  FIN SI

```

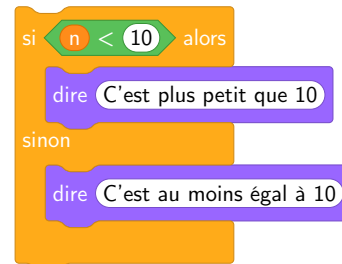
Python

```

1  if n < 10:
2    print("C'est plus petit que 10")
3  else:
4    print("C'est au moins égal à 10")

```

Scratch



La structure conditionnelle avec plusieurs tests se construit avec le mot-clé `elif` :

Exemple 11

Langage naturel

```

1  SI n < 10:
2    AFFICHER "C'est plus petit que 10"
3  SINON SI n = 10:
4    AFFICHER "C'est égal à 10"
5  SINON:
6    AFFICHER "C'est plus grand que 10"
7  FIN SI

```

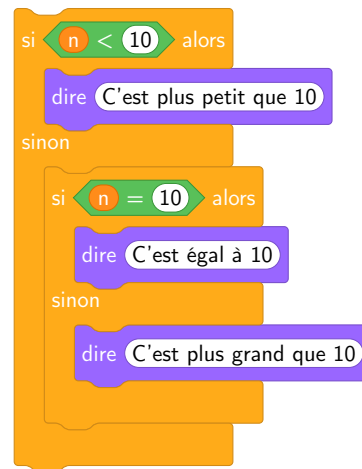
Python

```

1  if n < 10:
2    print("C'est plus petit que 10")
3  elif: n == 10:
4    print("C'est égal à 10")
5  else:
6    print("C'est plus grand que 10")

```

Scratch



2 – Les structures itératives

Définition 12

- Une *structure itérative*, ou *boucle*, est une suite d'instruction qu'on répète un certain nombre de fois.
- Chaque exécution du bloc d'instruction est appelée *itération* de la boucle.

A – La boucle inconditionnelle (ou bornée)

Définition 13

Une *boucle inconditionnelle*, ou *boucle bornée*, est un bloc d'instructions que l'on répète un nombre de fois déterminé à l'avance.

Une boucle inconditionnelle est délimitée, en langage naturel, par POUR et FIN POUR (à ce titre, on l'appelle également « *boucle Pour* »).

Exemple 14

Dans l'algorithme suivant, le *compteur* n prend successivement les valeurs 1, puis 2, puis 3, ... jusqu'à 10. Pour chaque valeur de n , l'algorithme exécute les instructions du bloc d'instructions repéré par une indentation : ici, on affiche le double de n (on a donc affiché la table de 2!).

```

1  POUR n ALLANT DE 1 A 10:
2    AFFICHER 2 * n
3  FIN POUR

```

En Python, la boucle inconditionnelle (ou bornée) se construit à partir des mots-clés `for` et `in` :

Exemple 15

Langage naturel

```

1  POUR n ALLANT DE 1 A 10:
2    AFFICHER 2 * n
3  FIN POUR

```

Python

```

1  for n in range(1, 11):
2    print(2*n)

```

Scratch



Remarque 16

- ▶ Python n'a pas d'équivalent de FIN POUR : la boucle s'arrête là où l'indentation s'arrête. C'est pourquoi vous devez prêter le plus grand soin à vos indentations !
- ▶ Remarquez que pour dire que le compteur n doit varier entre 1 et 10, on utilise la syntaxe `range(1, 11)` : en particulier, la première borne est incluse, et la seconde est exclue !
- ▶ Constatez qu'avec Scratch, le compteur n n'est pas automatiquement créé par la boucle ! Il faut le définir et l'incrémenter à la main.

Remarque 17

Quand on se fiche du compteur et qu'on souhaite juste répéter un bloc d'instructions un certain nombre de fois (comme Scratch le fait par défaut), on peut écrire `for i in range(20)` : pour répéter les instructions 20 fois. (On peut même écrire `for _ in range(20)` : pour signifier que l'on n'a pas besoin d'utiliser le compteur.)

Remarque 18 (Pour les experts)

- ▶ Lorsque la première borne n'est pas précisée, elle est implicitement définie à 0. Autrement dit, `range(15)` est un raccourci pour `range(0, 15)`.
- ▶ La fonction `range` prend un troisième paramètre qui correspond au pas (de deux en deux, trois en trois, voire -1 pour indiquer un parcours décroissant). Exemples : `range(1, 10, 2)` donne 1, 3, 5, 7, 9 ; `range(5, 0, -1)` donne 5, 4, 3, 2, 1.

B – La boucle conditionnelle (ou non bornée)

Définition 19

Une *boucle conditionnelle*, ou *boucle non bornée*, est un bloc d'instructions que l'on répète un nombre de fois inconnu en avance.

Une boucle conditionnelle est délimitée, en langage naturel, par TANT QUE et FIN TANT QUE (à ce titre, on l'appelle aussi « *boucle Tant que* »).

Exemple 20

Dans cet algorithme, la variable x prend successivement les valeurs 0, puis 2, puis 4, et ainsi de suite, jusqu'à ce que la condition $2 * x < 10$ ne soit plus vérifiée (autrement dit, ici jusqu'à ce que x dépasse la valeur 5).

```

1  x ← 0
2  TANT QUE 2*x < 10:
3      x ← x + 2
4  FIN TANT QUE

```

Remarque 21

Il est possible de ne pas exécuter le bloc d'instruction d'une boucle Tant que si sa condition est fausse dès le départ. Par exemple, l'algorithme suivant n'affichera rien.

```

1  x ← 10
2  TANT QUE x ≤ 5:
3      AFFICHER "x est plus petit que 5"
4  FIN TANT QUE

```

Définition 22

Incrémenter une variable (de type entier), c'est augmenter sa valeur de 1.

Remarque 23

Il est possible de bricoler une boucle Pour à partir d'une boucle Tant que en créant un compteur que l'on incrémente à la main à chaque itération. En revanche, il n'est pas possible de bricoler une boucle Tant que à partir d'une boucle Pour !

En pratique, il est préférable d'utiliser une boucle Pour dès que c'est possible, car une boucle Pour est plus lisible et plus sûre d'utilisation. En effet, la boucle Tant que ci-contre tourne indéfiniment !

```

1  x ← 10
2  TANT QUE x > 0:
3      x ← x * 2
4  FIN TANT QUE

```

En Python, la boucle conditionnelle (ou non bornée) se construit à partir du mot-clé `while` :

Exemple 24

Langage naturel

```

1  x ← 0
2  TANT QUE 2*x ≤ 10:
3      x ← x + 2
4  FIN TANT QUE
5  AFFICHER x

```

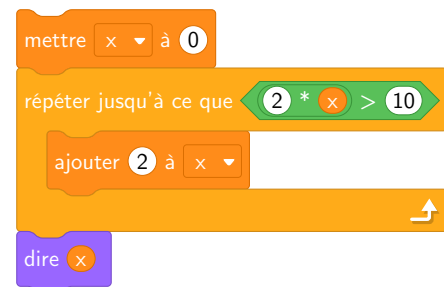
Python

```

1  x = 0
2  while 2*x <= 10:
3      x = x + 2
4  print(x)

```

Scratch

**Remarque 25**

Notez la différence entre la boucle conditionnelle de Scratch et elle de Python. En Scratch, on boucle *jusqu'à ce que* la condition soit vraie, autrement dit *tant que* la condition est fausse. En Python, on boucle *tant que* la condition est vraie. Ainsi, la condition de la boucle non bornée est inversée entre Python et Scratch !

Exercices d'algorithmique

Structures conditionnelles et logique

Exercice 26 (Déclic 2022)

On considère l'algorithme ci-contre où N est une variable entière.

```

1  SI  $N \geq 10$ :
2       $X \leftarrow 2 * N$ 
3  SINON:
4       $X \leftarrow N + 3$ 
5  FIN SI

```

- 1► Si N vaut 5, alors X vaut-elle 10, 8 ou 5 ?
- 2► Si N vaut 10, alors X vaut-elle 20, 13 ou 10 ?
- 3► Si N vaut 15, alors X vaut-elle 30, 18 ou 15 ?

Exercice 27

Qu'affichent les deux algorithmes suivants pour $x = 2$? Et pour $x = 8$?

Algo A :

```

1  SI  $x \leq 5$ :
2      AFFICHER "Plus petit que 5"
3  SINON SI  $x \leq 10$ :
4      AFFICHER "Plus petit que 10"
5  FIN SI

```

Algo B :

```

1  SI  $x \leq 5$ :
2      AFFICHER "Plus petit que 5"
3
4  SI  $x \leq 10$ :
5      AFFICHER "Plus petit que 10"
6  FIN SI

```

Exercice 28

Les variables a et b représentent des nombres. Que fait l'algorithme suivant ?

```

1  SI  $a > b$ :
2       $M \leftarrow a$ 
3  SINON:
4       $M \leftarrow b$ 
5  FIN SI
6  AFFICHER M

```

Exercice 29

L'algorithme suivant affiche un message en fonction du score dans un jeu, représenté par la variable `score`.

```

1  SI  $\text{score} = 100$ :
2      AFFICHER "Score parfait !"
3  SINON SI  $\text{score} \geq 75$ :
4      AFFICHER "Excellent !"
5  SINON SI  $\text{score} \geq 50$ :
6      AFFICHER "Bravo !"
7  SINON:
8      AFFICHER "Dommage !"
9  FIN SI

```

Qu'affiche ce programme pour les valeurs de score suivantes ?

► 100 ► 90 ► 70 ► 50 ► 24 ► 0

Exercice 30

Qu'affiche l'algorithme suivant...

Lorsque `jour = "Mardi"` et `meteo = "Pluie"` ?

Lorsque `jour = "Dimanche"` et `meteo = "Soleil"` ?

```

1  SI jour = "Lundi" ET meteo = "Pluie":
2      AFFICHER "Au boulot..."
3  SINON SI (NON jour = "Dimanche") OU meteo = "Pluie":
4      AFFICHER "N'oublions pas le parapluie"
5  SINON SI (NON jour ≠ "Dimanche") OU (NON meteo ≠ "Pluie"):
6      AFFICHER "Direction la plage !"
7  SINON:
8      AFFICHER "Que vais-je faire aujourd'hui..."
9  FIN SI

```

Boucle bornée

Exercice 31 (Déclic 2022)

Dans l'algorithme ci-dessous, la variable N désigne un entier plus grand que 2.

```

1  S ← 0
2  POUR i ALLANT DE 1 A N:
3      S ← S + 10
4  FIN POUR

```

1► Dans cette question on choisit $N = 3$ avant d'exécuter l'algorithme.

a► Recopier et compléter le tableau d'avancement suivant :

i	S	N
	0	
1		
2		
⋮	⋮	⋮

b► En déduire la valeur de S à la fin du programme.

2► Déterminer la valeur finale de S lorsqu'on donne à N la valeur...

a► 4 b► 5 c► 6 d► 10

Exercice 32

Déterminer la valeur de la variable S à l'issue de cet algorithme :

```

1  S ← 0
2  POUR n ALLANT DE 1 A 10:
3      S ← S + n
4  FIN POUR

```

Exercice 33 (Math'x)

Déterminer l'affichage des deux scripts suivants :
Algo A :

```

1  a ← - 5
2  POUR k ALLANT DE 1 A 5:
3      a ← 10*a - 8
4  FIN POUR
5  AFFICHER a

```

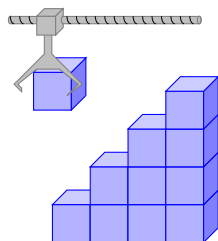
Algo B :

```

1  a ← - 5
2  POUR k ALLANT DE 1 A 5:
3      a ← 10*a - 8
4      AFFICHER a
5  FIN POUR

```

Exercice 34 (Défi)



Une pince mécanique dépose des blocs (on supposera que le prochain bloc apparaît magiquement entre ses crochets après avoir posé le bloc précédent). La pince dispose de trois commandes :

- Écrivez `droite()` dans le programme pour que la pince se décale d'un cran vers la droite.
- Écrivez `gauche()` dans le programme pour que la pince se décale d'un cran vers la gauche.
- Écrivez `poser()` pour que la pince largue un bloc.

Objectif : écrire un programme qui construit un escalier à N marches (sur l'illustration, $N = 4$).

Boucle non bornée

Exercice 35

- 1► Déterminez la valeur de la variable e à l'issue de cet algorithme.
- 2► Interpréter cet algorithme.

(Remarque : la notation $**$ indique l'opération Puissance. Par exemple, $3**2 = 3^2 = 9$.)

```

1  e ← 1
2  TANT QUE 2**e < 500:
3      e ← e + 1
4  FIN TANT QUE

```

Exercice 36 (Objectif bac)

On modélise l'évolution du nombre d'abeilles (en milliers) dans un rucher. Au départ, il y a 1 000 abeilles. À cause de la pollution, 20% du rucher se meurt chaque mois. Pour pallier leur disparition, on introduit 20 milliers d'abeilles à la fin de chaque mois. On donne l'algorithme correspondant à la fin de l'énoncé.

- 1► Recopier et compléter le tableau d'avancement suivant :

abeilles	n	abeilles > 500?
	1	
1000	1	Vrai
⋮	⋮	⋮

- 2► Déterminez la valeur de la variable n à l'issue de cet algorithme.
- 3► Interpréter cette valeur.

```

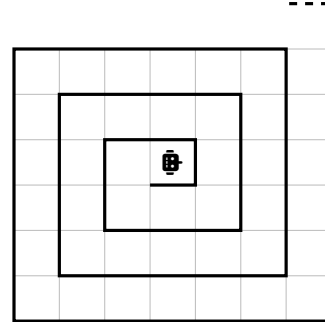
1  n ← 1
2  abeilles ← 1000
3  TANT QUE abeilles > 500:
4      abeilles ← 0.8*abeilles + 20
5      n ← n + 1
6  FIN TANT QUE

```

Exercice 37 (Défi)

Votre robot est au centre d'un « labyrinthe » en forme de spirale comme illustré ci-dessous. Vous devez mettre à jour son programme pour le faire sortir de là, mais problème... il ne vous reste de la place que pour 6 lignes de code, et vous ne savez pas quelle

est la taille du labyrinthe !



Votre robot dispose des commandes suivantes :

- Effectuez le test SI `mur_devant()` : (ou analogue) pour savoir si votre robot fait face à un mur et réagir en conséquence.
- Écrivez `avancer()` pour que votre robot avance d'un pas.
- Écrivez `droite()` pour que le robot tourne sur lui-même vers la droite. De même avec `gauche()` pour tourner à gauche.
- Effectuez le test SI `est_libre()` : (ou analogue) pour savoir si le robot est sorti du labyrinthe.

Comment allez-vous vous sortir de cette situation ?

Jeux élémentaires

Exercice 38 (Jeu des bâtonnets – ★★☆☆☆)

Dans le jeu des bâtonnets, deux joueurs s'affrontent. Un certain nombre de bâtonnets sont disposés sur la table, et tour à tour les deux joueurs prennent 1, 2 ou 3 bâtonnets. Le joueur qui est forcé de prendre le dernier bâtonnet perd.

- On veut écrire une fonction `afficher_batons` qui prend en paramètre le nombre de bâtonnets et affiche ces bâtonnets sous la forme de traits verticaux entrecoupés d'espaces.

```
| | | | |
```

- Les bâtonnets et les espaces représentent un frise. Quel est son motif élémentaire ?
- On note n le paramètre de la fonction `afficher_batons`. Combien de motifs élémentaires va-t-on tracer ?
- En déduire le type de boucle à utiliser.
- Une seule instruction se trouvera à l'intérieur de la boucle, celle qui affiche un motif élémentaire. L'implémenter.

- Définir une variable `nbBatons` qui vaut 15.

On va désormais implémenter la *boucle (principale) de jeu*, c'est-à-dire ce qui doit se passer tant qu'il reste des bâtonnets.

- Sait-on à l'avance le nombre de tours que le jeu durera ? En déduire le type de boucle que l'on va utiliser, et l'implémenter.
- À chaque tour de jeu (autrement dit à chaque tour de boucle), on doit réaliser les actions suivantes :
 - Demander au joueur combien de bâtons il souhaite retirer,
 - Mettre à jour le nombre de bâtons restant,
 - Afficher les bâtons restant.

Compléter le bout de code suivant :

```
1  ENTRER retirer
2  nbBatons <- ...
3  ...
```

- Vous avez un support élémentaire pour le jeu. Laissez parler votre créativité, et améliorez certains éléments ! Tenir compte du tour de chaque joueur, déterminer qui gagne et qui perd, afficher un message de victoire...

Exercice 39 (Le juste prix – ★★★★★)

Le jeu du juste prix est le suivant : le joueur doit deviner un prix en faisant des propositions, et le présentateur dit au joueur si sa proposition est au-dessus ou en-dessous du prix recherché.

- Définir une variable `juste_prix` qui prend un entier aléatoire entre 1 et 100. On utilisera la fonction `ENTALEA` qui prend deux paramètres a et b , et tire un entier aléatoire entre a et b inclus.
- Définir une variable `proposition`, qui va contenir les propositions successives du joueur. On fera attention à bien choisir sa valeur initiale.

On va désormais implémenter la *boucle (principale) de jeu*, c'est-à-dire ce qui doit se passer tant que le joueur n'a pas gagné.

- Sait-on à l'avance le nombre de tours que le joueur prendra pour gagner ? En déduire le type de boucle que l'on va utiliser, et l'implémenter.
- À chaque tour de jeu (autrement dit à chaque tour de boucle), on doit réaliser les actions suivantes :
 - On récupère la proposition du joueur et on l'affiche,
 - Si sa proposition est plus grande que le juste prix, on dit au joueur "C'est moins",
 - Si sa proposition est plus petite que le juste prix, on dit au joueur "C'est plus".

Compléter le bout de code suivant :

```
1  ENTRER proposition
2  AFFICHER ...
3  SI ...:
4      AFFICHER ...
5  SINON SI ...:
6      AFFICHER ...
7  FIN SI
```

- Ajouter un message de victoire quand le joueur a gagné.
- Bonus 1 : définir une fonction qui prend en paramètre un entier n et qui déroule le jeu en faisant deviner un nombre entre 1 et n .
- Bonus 2 : faire en sorte que le joueur n'ait droit qu'à 10 essais.

Exercices de Python et Scratch

Boucle bornée

Exercice 40

Les instructions `avancer()`, `droite()`, ... s'écrivent de la même manière en Python et en langage naturel. Traduire les programmes suivants en langage Python :

```
1 droite()
2 POUR i ALLANT DE 1 A 5:
3     avancer()
4 FIN POUR
```

```
1 gauche()
2 POUR k ALLANT DE 1 A 12:
3     sauter()
4     avancer()
5     coup()
6 FIN POUR
7 ouvrir()
```

```
1 POUR i ALLANT DE 1 A 5:
2     POUR j ALLANT DE 1 A 6:
3         avancer()
4     FIN POUR
5     tourner()
6 FIN POUR
```

Exercice 41

Pour chaque question, choisir la ou les bonnes réponses.

- 1► Dans la boucle `for k in range(2,7)`, la variable `k` prend les valeurs :
 - a► 2 et 7
 - b► 2, 3, 4, 5 et 6
 - c► 2, 3, 4, 5, 6 et 7
 - d► 2, 3, 4, 5, 6, 7 et 8
- 2► Dans la boucle `for k in range(5)`, la variable `k` prend les valeurs :
 - a► 0, 1, 2, 3 et 4
 - b► 0, 1, 2, 3, 4 et 5
 - c► 1, 2, 3 et 4
 - d► 1, 2, 3, 4 et 5
- 3► Lorsqu'on veut qu'une variable `k` prenne successivement toutes les valeurs entières de 0 à 33, on peut utiliser l'instruction `for k in ...` :

- a► `range(0,33)`
- b► `range(0,34)`
- c► `range(33)`
- d► `range(34)`

- 4► Dans la boucle `for k in range(2,29)`, combien `k` prend-elle de valeurs ?

- a► 29
- b► 28
- c► 27
- d► 26

Exercice 42

Déterminer la valeur de la variable `d` après l'exécution du programme dans chaque cas ci-dessous.

```
1 a, b, c, d = 1, 1, 1, 0
2 for k in range(2):
3     a = a + b
4     b = b + a
5     c = c + b
6 d = d + c
```

```
1 a, b, c, d = 1, 1, 1, 0
2 for k in range(2):
3     a = a + b
4     b = b + a
5 c = c + b
6 d = d + c
```

```
1 a, b, c, d = 1, 1, 1, 0
2 for k in range(2):
3     a = a + b
4 b = b + a
5 c = c + b
6 d = d + c
```

Exercice 43

Alice verse 20 000€ sur son livret d'épargne. Celui-ci lui rapporte 100€ par an. Écrire une fonction `capital` qui prend comme argument une variable `n`, et renvoie le capital d'Alice au bout de `n` années. On pourra s'appuyer sur le squelette d'algorithme suivant :

```
1 C ← ...
2 POUR i ALLANT DE 1 A ...:
3     C ←
4 FIN POUR
```

Exercice 44

Bob s'entraîne pour une course de vélo. Il établit un programme sur 12 semaines : la première il parcourt 25km, et augmente la distance de 11km chaque semaine.

- 1► Déterminer la distance D parcourue la deuxième semaine, et la distance totale cumulée T parcourue au bout de 2 semaines.
 - 2► Écrire une fonction distance qui ne prend aucun argument et renvoie la distance totale cumulée parcourue au bout de 12 semaines.
- On s'appuiera sur le squelette d'algorithme suivant :

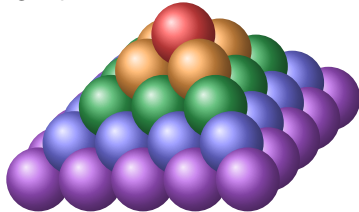
```

1  D ← ...
2  T ← ...
3  POUR i ALLANT DE 2 A 12:
4      D ← ...
5      T ← ...
6  FIN POUR

```

Problème 45

On empile des boules, formant une pyramide à base carrée comme illustré ci-dessous. On a coloré les différents étages pour une meilleure lisibilité.



- 1► Combien de boules faut-il pour faire une pyramide à 2 étages ?
- 2► Combien de boules faut-il pour faire une pyramide à 5 étages ?
- 3► Sachant qu'il faut 140 boules pour faire une pyramide à 7 étages, combien de boules faut-il pour faire une pyramide à 8 étages ?
- 4► Compléter la fonction ci-dessous qui permet de calculer le nombre de boules nécessaires pour construire une pyramide à n étages.

```

1  def nb_boules(...):
2      ...
3      for i in range(1,...):
4          ...
5      return ...

```

Boucle non bornée

Exercice 46

Les instructions avancer(), droite(), ... s'écrivent de la même manière en Python et en langage naturel. Traduire les programmes suivants en langage Python :

```

1  TANT QUE peut_avancer():
2      avancer()
3  FIN TANT QUE

```

```

1  TANT QUE obstacle_devant():
2      coup()
3      sauter()
4      avancer()
5  FIN TANT QUE
6  avancer()
7  ouvrir()

```

```

1  TANT QUE cible_devant():
2      POUR j ALLANT DE 1 A 6:
3          tirer()
4      FIN POUR
5      tourner()
6  FIN TANT QUE

```

Exercice 47

On donne trois version d'une fonction calc :

```

1  def calc(a,b):
2      n = 0
3      while n < 20:
4          n = a + b
5          a = 2*a
6          b = b*3
7          n = n*b
8      return n

```

```

1  def calc(a,b):
2      n = 0
3      while n < 20:
4          n = a + b
5          a = 2*a
6          b = b*3
7      n = n*b
8      return n

```

```

1 def calc(a,b):
2     n = 0
3     while n < 20:
4         n = a + b
5         a = 2*a
6         b = b*3
7         n = n*b
8     return n

```

Pour chaque version de la fonction, déterminer le renvoi de `calc(5,1)`. On dressera un tableau d'avancement dans chaque cas.

Exercice 50

Dans une reprographie, le coût de l'impression en fonction du nombre de pages est donné par l'algorithme suivant :

```

1 if nbPages <= 50:
2     prix = 0.15*nbPages
3 else:
4     prix = 0.10*nbPages

```

Combien coûte l'impression d'un document de 25 pages ? De 75 pages ? De 50 pages ?

Structure conditionnelle

Exercice 48

Les commandes `avancer()`, `droite()`, ... s'écrivent de la même manière en Python et en langage naturel. Traduire les programmes suivants en langage Python :

```

1 SI obstacle_devant():
2     coup()
3 SINON:
4     avancer()
5 FIN SI

```

```

1 SI hauteur > 2:
2     tourner()
3 SINON SI hauteur = 2:
4     sauter_haut()
5 SINON:
6     sauter()
7 FIN SI

```

Exercice 49 (Déclic 2022)

On considère la fonction `mystere` ci-contre.

- 1► Quels sont les paramètres de cette fonction ?
- 2► Quels sont renvois des appels suivants ?

a► `mystere(3,4)` b► `mystere(12,5)`

```

1 def mystere(x, y):
2     if x < 10:
3         return 3*x - y
4     else:
5         return x + y

```

Exercice 51

Déterminer le renvoi le fonction `abs` ci-dessous pour $x = -2$, $x = 3$, $x = -5.8$ et $x = 0$.

```

1 def abs(x):
2     if x >= 0:
3         return x
4     else:
5         return -x

```

Exercice 52

Écrire une fonction `mini` qui renvoie le plus petit de ses deux arguments.

Exercice 53

Un manège fait payer son entrée en fonction de la taille et l'âge du client, selon l'algorithme suivant :

```

1 def prix(taille, age):
2     if taille <= 90:
3         entree = 0
4     else:
5         if 90 <= taille < 130:
6             entree = age*0.5
7         else:
8             entree = age*1.1
9     return entree

```

Combien doit payer un client de 18 ans mesurant 1,82m ? Et un enfant de 8 ans mesurant 1,20m ?

Exercice 54

```

1  def comp(a,b):
2      if a < b:
3          c = 0
4      else:
5          if b < a:
6              c = 1
7          else:
8              c = 2
9      return c

```

1► Déterminer le renvoi de comp dans les cas suivants :

- a► $a = 6$ et $b = -3$
- b► $a = 4$ et $b = 7$
- c► $a = -7.12$ et $b = -7.1$
- d► $a = 29/6$ et $b = 82/17$

2► Dans quel(s) cas la fonction comp renvoie-t-elle 2 ?

Exercice 55

Jouez au jeu PyRates disponible en ligne à l'adresse <https://py-rates.fr>.

Problème 56 (Suite de Syracuse)

On construit une suite de nombres de la manière suivante : on choisit un nombre, et :

- si ce nombre est pair, alors on le divise par 2,
- sinon, on le triple et on ajoute 1,

```

1  ...
2  TANT QUE ...:
3      SI N%2 ...:
4          N <- ...
5      SINON:
6          N <- ...
7      FIN SI
8  ...
9  FIN TANT QUE

```

et on recommence avec le nouveau résultat, ainsi de suite.

La conjecture de Syracuse stipule que quelque soit le nombre que l'on choisit au départ, on finit par atteindre 1.

À partir du squelette d'algorithme ci-dessus, rédiger un programme en Python ou en Scratch qui calcule et affiche les nombres successifs de la suite. On rappelle qu'en Python, $N\%2$ vaut le reste de la division euclidienne de N par 2.

Problème 57

Un camping propose deux formules de location :

- Réservation à 250€ + location à 10€ par jour
- Réservation à 300€ + location à 5€ par jour

Parmi les fonctions suivantes, laquelle ou lesquelles permet(tent) de déterminer la formule la plus rentable en fonction du nombre de jours ? Justifier en expliquant chaque algorithme en détail (ligne par ligne).

```

1  def algo1(n):
2      A = 250 + 10*n
3      B = 300 + 5*n
4      if A < B:
5          return "B"
6      else:
7          return "A"

```

```

1  def algo2(n):
2      A = 250 + 10*n
3      B = 300 + 5*n
4      if A < B:
5          return "A"
6      else:
7          return "B"

```

```

1  def algo3(n):
2      D = 5*n - 50
3      if D > 0:
4          return "B"
5      else:
6          return "A"

```

6 Annales du CRPE par thème

1 – Arithmétique

Exercice 1 (Sujet 0 CRPE A2 – 2022)

Soit M un nombre entier naturel inférieur à 100. On note u le chiffre des unités du nombre M et d son chiffre des dizaines.

Soit N un nombre entier naturel inférieur à 100, ayant le même chiffre d des dizaines que M et tel que son chiffre v des unités vérifie $u + v = 10$.

Par exemple, pour $M = 34$, alors $N = 36$ vérifie ces conditions.

Pour M et N vérifiant les conditions ci-dessus, on propose d'utiliser l'algorithme ci-dessous pour calculer le produit $M \times N$.

PROGRAMME DE CALCUL

- 1► On calcule le produit de d et de l'entier suivant $d + 1$.
- 2► On calcule le produit de u et de v .
- 3► On ajoute au produit de u et de v , 100 fois le produit de d et de l'entier suivant $d + 1$.

- 1► Vérifier en détaillant les calculs que cet algorithme fonctionne pour 34×36 .
- 2► Démontrer que cet algorithme de calcul donne effectivement le résultat escompté pour tous les couples de nombres M et N vérifiant les conditions mentionnées en début d'exercice. On pourra utiliser les égalités $M = 10d + u$ et $N = 10d + v$.
- 3► Montrer comment on peut utiliser cet algorithme de calcul, en détaillant les calculs, pour calculer mentalement 42×48 .

Exercice 2 (CRPE 2023 S3)

- 1► L'entier 4216 est-il un multiple de 17 ? Justifier.
- 2► Guillaume veut revoir sa leçon en prenant son petit déjeuner. Malheureusement, il a renversé son chocolat sur sa feuille. Le chiffre des unités et la justification de l'exemple du maître, sont illisibles...

2 29  est divisible par 3 car 

- a► Rappeler le critère de divisibilité par 3.
 - b► Donner toutes les valeurs possibles du chiffre des unités, caché par la tâche située à gauche.
- 3► On admet qu'un nombre entier n est divisible par 7 si et seulement si la différence entre son nombre de dizaines et le double de son chiffre des unités est un multiple 7, positif ou négatif.
- Par exemple, 294 est divisible par 7 car $29 - 4 \times 2 = 21$, et 21 est divisible par 7.
- a► En détaillant les étapes, vérifier que 413 est bien divisible par 7 en utilisant le critère indiqué ci-dessus.
 - b► Le nombre 5292 est-il divisible par 7 ? Répondre en appliquant, plusieurs fois si nécessaire, le critère précédent.
 - c► Pour déterminer si 1138984 est divisible par 7, on utilise le critère précédent à l'aide d'un tableur. On rappelle que la fonction ENT renvoie la partie entière d'un nombre.

	=ENT(A1/10)			
	A	B	C	D
1	1138984	113898	4	113890
2	113890	11389	0	11389
3	11389	1138	9	1120
4	1120	112	0	112
5	112	11	2	7

Dans la cellule B1 on a saisi la formule : « =ENT(A1/10) ».

Observer la feuille de calcul puis indiquer des formules ayant pu être saisies dans les cellules C1 et D1 qui, étirées vers le bas de la feuille de calcul, permettent d'obtenir directement la feuille de calcul ci-dessus.

- Le nombre 1138984 est-il divisible par 7 ? Justifier en interprétant les résultats fournis par la feuille de calcul.

Exercice 3 (CRPE 2025 S3)

Un enseignant propose l'énigme ci-dessous aux élèves.

Indice A	Je suis un entier supérieur à 1000 et inférieur à 4000.
Indice B	Je suis un multiple de 3.
Indice C	Mon chiffre des centaines est le double de celui des unités.
Indice D	Mon nombre de centaines est un multiple de 9.
Indice E	Je ne suis pas divisible par 4.
Indice F	Mon chiffre des unités est 4.
<i>Quel nombre suis-je ?</i>	

Écrire une résolution de l'énigme en détaillant chaque étape.

2 – Nombres et calcul numérique

Exercice 4 (Sujet 0 CRPE A2 – 2022)

Un nombre décimal est souvent défini de la façon suivante : « Un nombre décimal est un nombre pouvant s'écrire sous la forme $\frac{a}{10^n}$ où a est un nombre entier et n est un nombre entier positif. ».

- 1► On s'appuiera sur la définition précédente pour répondre aux deux questions suivantes.
 - a► Montrer que 0,127 est un nombre décimal.
 - b► Montrer que $\frac{1}{4}$ est un nombre décimal.
- 2► Dans une classe de cm² un enseignant demande aux élèves de dire ce qu'est un nombre décimal, voici trois réponses proposées par des élèves :
 - Élève A : « Un nombre décimal est un nombre avec une virgule. »
 - Élève B : « Un nombre décimal est un nombre qui s'écrit avec une fraction qui a 10 ou 100 au dénominateur. »
 - Élève C : « Un nombre décimal est un nombre qui n'est pas entier. »

Expliquer pourquoi chacune des définitions proposées ne convient pas d'un point de vue mathématique. On pourra notamment s'appuyer sur des contre-exemples.

- 3► Parmi les nombres suivants dire, en justifiant, lesquels sont décimaux et lesquels ne le sont pas :
 2,48; $\frac{7}{25}$; 12; $\frac{7}{9}$; $\frac{49}{14}$.

- 4► Le produit de deux nombres décimaux est-il toujours un nombre décimal ? Justifier.
- 5► Le quotient de deux nombres décimaux est-il toujours un nombre décimal ? Justifier.

Exercice 5 (CRPE 2022 S2)

En Amérique centrale, les Mayas utilisaient un système de numération comprenant trois signes.

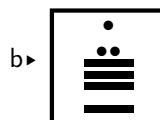
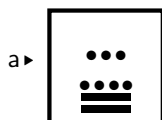
Le point	•
Le trait	—
La coquille	

Le signe «coquille» indique l'absence de quantité.

Quelques correspondances entre écriture Maya et écriture décimale sont données dans le tableau ci-dessous :

 3	 7	 15	 20
 37	 62	 120	 215

- 1► Donner la valeur du signe « point » et celle du signe « trait » dans l'écriture de 7 ?
- 2► Le système maya est un système vigésimal (système qui a pour base 20). Donner l'écriture maya du nombre 21.
- 3► Justifier l'écriture maya du nombre 37.
- 4► Donner l'écriture des deux nombres suivants dans notre système de numération.



- 5►
 - a► Donner l'écriture maya du nombre 25.
 - b► Donner l'écriture maya du nombre 101.
 - c► Le système de numération maya est qualifié, tout comme le système de numération que nous utilisons, de système positionnel. Expliquer pourquoi.

Exercice 6 (CRPE 2025 S1)

La directrice d'une école primaire prévoit d'organiser un voyage scolaire pour plusieurs classes de son école. L'effectif total de l'école est de 110 élèves. Deux organismes proposent les devis suivants.

Organisme A
Base forfaitaire : 1500 euros
100 euros par élève

Organisme B
Base forfaitaire : 2000 euros
85 euros par élève

- 1► Déterminer l'organisme qui propose le devis le plus avantageux financièrement pour 24 élèves.
- 2► Dans cette question, on note x le nombre d'élèves inscrits à ce voyage scolaire.
Le nombre x est un nombre entier compris entre 1 et 110. On note f la fonction qui, au nombre d'élèves inscrits, associe le coût en euros du voyage scolaire si la directrice choisit l'organisme A. On note g la fonction qui, au nombre d'élèves inscrits, associe le coût en euros du voyage scolaire si la directrice choisit l'organisme B.
 - a► Donner les expressions de $f(x)$ et de $g(x)$.

- b► Résoudre l'équation $f(x) = 4300$ et interpréter la solution dans le contexte de l'exercice.
 - c► Déterminer le nombre minimal d'élèves à partir duquel il est plus avantageux financièrement de choisir l'organisme B.
- 3► La mairie subventionne ce voyage scolaire à hauteur des $\frac{2}{5}$ de son coût total. La coopérative scolaire prendra à sa charge 50% du reste du coût total.
Le reste est à la charge des familles.
- a► Déterminer la proportion que représente la part prise en charge par les familles par rapport au coût total. Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
 - b► La directrice inscrit 44 élèves à ce voyage et choisit l'organisme B.
Calculer le montant par élève financé par la coopérative. Arrondir le résultat à l'euro.

Exercice 7 (CRPE 2025 S1)

On considère a, b, c, d et e des nombres entiers naturels non nuls.

- 1► Donner une valeur de a pour laquelle $\frac{a}{45}$ est un nombre entier naturel.
- 2► Déterminer toutes les valeurs de b pour lesquelles $\frac{45}{b}$ est un nombre entier naturel. Justifier la réponse.
- 3► Donner une valeur de c pour laquelle $\frac{c}{45}$ est un nombre décimal non entier naturel.
- 4► Donner une valeur de d pour laquelle $\frac{45}{d}$ est un nombre décimal non entier naturel.
- 5► Donner une valeur de e pour laquelle $\frac{e}{45}$ est un nombre rationnel non décimal.

3 – Calcul littéral

Exercice 8 (CRPE ext 2022)

Le problème suivant est proposé en classe de cycle 3 :

« Vincent achète 24 cartes à jouer pour compléter sa collection. Certaines coûtent 1,25€ pièce et d'autres le double. Sa dépense totale s'élève à 48,75€.

Combien de cartes de chaque type a-t-il achetées ? »

- 1► Un enseignant souhaite utiliser un tableur pour effectuer les calculs. Il propose la feuille de calcul suivante :

	A	B	C	D	E
1					
2	Nombre de cartes à 1,25 €	Coût des cartes à 1,25 €	Nombre de cartes à 2,50 €	Coût des cartes à 2,50 €	Somme totale dépensée (€)
3	0	0,00	24	60,00	60,00
4	1	1,25	23	57,50	58,75
5	2	2,50	22	55,00	57,50
6	3	3,75	21	52,50	56,25
7	4	5,00	20	50,00	55,00
8	5	6,25	19	47,50	53,75
9	6	7,50	18	45,00	52,50
10	7	8,75	17	42,50	51,25
11	8	10,00	16	40,00	50,00
12	9	11,25	15	37,50	48,75
13	10	12,50	14	35,00	47,50
14	11	13,75	13	32,50	46,25
15	12	15,00	12	30,00	45,00
16	13				
17	14	17,50	10	25,00	42,50
18	15	18,75	9	22,50	41,25
19	16	20,00	8	20,00	40,00
20	17	21,25	7	17,50	38,75
21	18	22,50	6	15,00	37,50
22	19	23,75	5	12,50	36,25
23	20	25,00	4	10,00	35,00
24	21	26,25	3	7,50	33,75
25	22	27,50	2	5,00	32,50
26	23	28,75	1	2,50	31,25
27	24	30,00	0	0,00	30,00

- a► En observant la feuille de calcul ci-dessus, donner la solution du problème.
- b► Recopier et compléter la ligne 16 de la feuille de calcul.
- c► Quelles formules ont pu être écrites dans les cellules B3, C3, D3 et E3, pour être ensuite recopiées dans les autres lignes ?

2► Une élève de CM2 propose la résolution suivante :

$$24 \times 2,50\text{€} = 60\text{€}$$

$$60\text{€} - 48,75\text{€} = 11,25\text{€}$$

$$1 \text{ carte à } 2,50\text{€} = 2 \text{ cartes à } 1,25\text{€}$$

$$1125 \div 125 = 9$$

$$24 - 9 = 15$$

Vincent achète donc 9 cartes à 1,25€ et 15 cartes à 2,50€.

Expliquer le raisonnement de cette élève.

- 3► Répondre au problème en résolvant un système de deux équations à deux inconnues, en notant x le nombre de cartes à 1,25€ et y le nombre de cartes à 2,50€.

Exercice 9 (CRPE ext 2A 2023)

On considère un nombre entier à deux chiffres et l'on appelle son « retourné » le nombre obtenu en permutant le chiffre des dizaines et celui des unités.

1► Recopier et compléter le tableau suivant :

Nombre choisi	43	57	52	60	16
Nombre retourné	34	75			
Différence entre le nombre choisi et son « retourné »	9	-18			

2► Quelle conjecture peut-on faire sur la différence entre un nombre et son retourné ?

3► On note N le nombre choisi, u son chiffre des unités et d son chiffre des dizaines.

- a► Exprimer N en fonction de d et u .
- b► Exprimer le « retourné » R du nombre choisi en fonction de d et u .
- c► Montrer que la différence $N - R$ est égale à $9(d - u)$.
- d► En déduire que la différence entre un nombre et son retourné est un multiple de 9.
- e► Pour obtenir une différence $N - R$ égale à 63 quels nombres est-il possible de choisir au départ ? Donner l'ensemble des solutions.
- f► Pour obtenir une différence $N - R$ égale à 56 quels nombres est-il possible de choisir au départ ? Donner l'ensemble des solutions.

Exercice 10 (CRPE ext 2A 2023)

Cet exercice est inspiré d'un problème proposé à des élèves de fin CM1 en 2015 aux évaluations internationales TIMSS.

Raphaël a acheté :



Coût
22 zeds

Lena a acheté :



Coût
14 zeds

Combien coûte un  ?

Réponse : _____ zeds

1► Un élève propose la réponse suivante :

$$2 \times 14 - 22 = 6$$

une glace fusée vaut 6 zeds.

Identifier l'erreur de l'élève.

- 2► On note x le prix en zed d'un cône et y le prix en zed d'une glace fusée.
Écrire les équations correspondantes au problème et en déduire le prix d'un cône et d'une glace fusée.

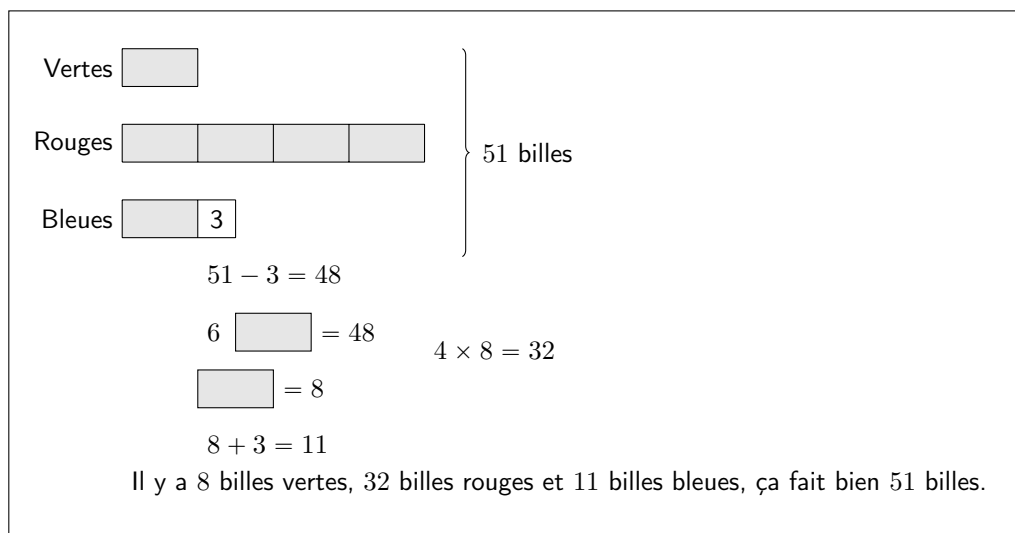
Exercice 11 (CRPE 2022 S1)

Un enseignant d'une classe de CM2 a proposé ce problème à ses élèves.

*Dans un bocal, un enfant a des billes vertes, des billes rouges et des billes bleues. Il a 4 fois plus de billes rouges que de billes vertes et il a 3 billes vertes de plus que de billes bleues. En tout il a 51 billes.
Combien a-t-il de billes de chaque couleur ?*

D'après un problème du *Guide pour enseigner la résolution de problèmes au cours moyen*, Ministère de l'éducation nationale, 2021

- 1► Voici la réponse proposée par Samira, une élève de la classe de CM2 :



Vertes

Rouges

Bleues 3

} 51 billes

$51 - 3 = 48$

$6 \text{ } = 48$

$4 \times 8 = 32$

$\text{ } = 8$

$8 + 3 = 11$

Il y a 8 billes vertes, 32 billes rouges et 11 billes bleues, ça fait bien 51 billes.

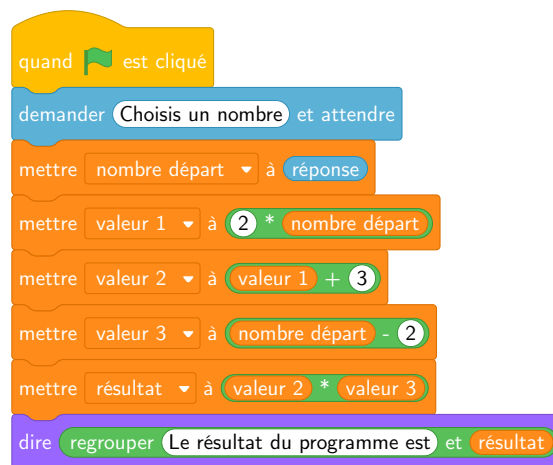
Proposer une version corrigée du schéma utilisé par Samira pour résoudre le problème.

- 2► a► En notant v le nombre de billes vertes, déterminer, en fonction de v , le nombre de billes rouges et le nombre de billes bleues.
b► Mettre le problème en équation et la résoudre pour répondre algébriquement à la question posée dans l'énoncé.

Exercice 12 (CRPE 2022 S2)

1► Adam a réalisé le programme ci-contre à l'aide du logiciel Scratch.

- a► Montrer que si le nombre de départ est 3, le résultat est égal à 9.
- b► Quel est le résultat donné par le programme si le nombre de départ est 2,4 ?
- c► Soit x le nombre de départ. Montrer que le programme d'Adam retourne le nombre $2x^2 - x - 6$.



2► Pauline propose le programme de calcul suivant.

PROGRAMME DE CALCUL

Choisis un nombre
 Élève-le au carré
 Soustrais 3
 Multiplie-le par 2
 Soustrais le nombre de départ

- a► Montrer que si le nombre de départ est 3, le résultat obtenu est égal à 9.
- b► Quel est le résultat donné par le programme si le nombre de départ est $\frac{7}{3}$?
- 3► Montrer que, pour un même nombre de départ, les programmes de calcul d'Adam et Pauline donnent le même résultat.
- 4► Déterminer le ou les nombres de départ possibles pour que les résultats des programmes de calcul soient nuls. Justifier.
- 5► Adam souhaite automatiser les calculs de son programme pour les entiers naturels. Il utilise un tableau dont la copie d'écran est donnée ci-dessous.
 Quelle formule doit-il saisir dans la case B2 pour qu'il puisse l'étirer vers le bas sur l'ensemble de la colonne ?

	A	B
	Nombre de départ	Résultat du programme
1	1	-5
2	2	0
3	3	9
4	4	22
5	5	39
6		

Exercice 13 (CRPE 2023 S1)

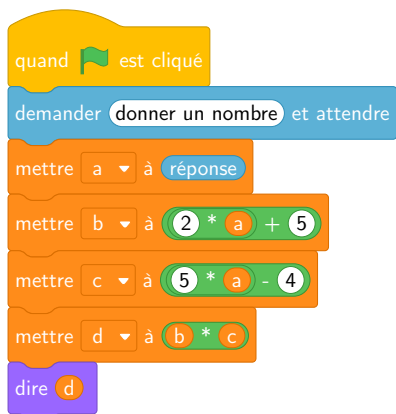
- 1► Quatre personnes A , B , C et D se partagent une somme d'argent. On appelle a , b , c et d les montants respectivement reçus par A , B , C et D . On sait par ailleurs que :
- a représente $\frac{1}{4}$ de la somme totale ;
 - b représente $\frac{1}{3}$ de la somme totale ;
 - C et D se partagent ce qui reste en prenant chacun le même montant.
- a► Déterminer la proportion que représente c par rapport à la somme totale.
- b► D reçoit 55€. Déterminer les valeurs de a , b et c .
- 2► Quatre personnes E , F , G et H se partagent une somme d'argent s . On appelle e , f , g et h les montants respectivement reçus par E , F , G et H . On sait par ailleurs que :
- E perçoit le triple de F ;
 - $g + h$ représente $\frac{1}{3}$ de la somme totale ;
 - $g = h$.

Exprimer la part de chacun en fonction de s .

Exercice 14 (CRPE 2023 S2)

Voici deux programmes de calcul :

Programme A



Programme B

Choisir un nombre
Prendre son double
Ajouter 5
Calculer le carré du résultat
Retourner le résultat trouvé

- 1► Montrer que si l'utilisateur saisit le nombre 2, alors le programme A retourne le nombre 54.
- 2► Calculer le résultat obtenu avec le programme A si le nombre saisi par l'utilisateur est 1, 15.
- 3► Pour quel(s) nombre(s) de départ le programme A retourne-t-il le nombre 0 ?
- 4► a► Si l'utilisateur saisit le nombre 3, quel résultat le programme B retourne-t-il ?
b► Si l'utilisateur saisit le nombre $\frac{3}{4}$, quel résultat le programme B retourne-t-il ?
- 5► On détermine les résultats suivants retournés par le programme B à l'aide d'une feuille de calcul automatisée.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
2	25	49	81	121	169	225	289	361	441

- a► Quelle cellule du tableur permet de retrouver la réponse à la question 4.a. ci-dessus ?

- b► Quelle formule a pu être saisie dans la cellule A2 de la feuille de calcul automatisé afin de la copier-glisser sur la ligne 2 ?
- 6► a► Pour quel nombre de départ le programme B retourne-t-il le nombre zéro ?
b► Ce nombre de départ est-il rationnel ? Justifier.
c► Ce nombre de départ est-il décimal ? Justifier.
- 7► Pour quel(s) nombre(s) de départ le programme A retourne-t-il le même résultat que le programme B ?

Exercice 15 (CRPE 2023 S2)

Deux élèves de CM2, Jeanne et Teddy, jouent à la bataille navale. Il s'agit d'un jeu de société, appelé également « touché-coulé ».

Les deux joueurs doivent commencer par placer quatre navires horizontalement ou verticalement (sans chevauchement) sur leur grille de 8 lignes et 8 colonnes, tenue secrète : 1 navire de deux cases, 2 navires de trois cases et 1 navire de quatre cases.

Ils doivent ensuite tenter de faire « couler » les navires adverses en « touchant » toutes les cases de chaque navire de l'autre joueur. Pour cela, chacun, à son tour, énonce une case de la grille, sous le format « lettre-nombre », par exemple C2.

Lorsqu'un joueur énonce une case, son adversaire répond :

- « À l'eau ! », si la case énoncée est vide ;
- « Touché ! », si la case énoncée est occupée par un morceau de navire et si les autres parties du navire n'ont pas encore toutes été touchées ;
- « Touché-coulé ! », si la case énoncée est occupée par un morceau de navire et si toutes les autres parties du navire ont déjà été touchées.

Le gagnant est le joueur qui fait « couler » chez son adversaire tous les navires (au sens de toucher toutes les cases de chacun d'eux) avant que les siens ne le soient.

Voici ci-dessous la grille de Teddy : les quatre bateaux sont schématisés par des rectangles gris.

On suppose qu'à chaque tir, Jeanne choisit au hasard et de manière équiprobable une case de la grille qu'elle n'a pas énoncée précédemment.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								

- 1► Au premier essai :
 - a► Quelle est la probabilité que Jeanne touche un bateau ?
 - b► Quelle est la probabilité que Jeanne ne touche aucun bateau ?
 - c► Un des bateaux a une chance sur seize d'être touché. De combien de cases est-il composé ?
 - d► Jeanne choisit une case de la colonne B. Quelle est la probabilité qu'elle touche un bateau ?
- 2► Au premier essai de la partie, Jeanne désigne la case « E1 ». Teddy annonce « Touché ! ». Jeanne souhaite couler le bateau touché et choisit une case adjacente à la case « E1 ». Quelle est la probabilité qu'elle coule le bateau au coup suivant ? Justifier.
- 3► Teddy annonce « À l'eau ! » pour les deux premiers essais de Jeanne. Quelle est la probabilité de toucher un bateau pour son troisième essai ?

Exercice 16 (CRPE 2023 S2)

Pour choisir une unité de température, les physiciens se sont heurtés à l'absence de « température zéro » (le zéro absolu n'était pas connu à l'époque). Deux systèmes principaux ont été créés et restent utilisés : le degré Celsius (°C) et le degré Fahrenheit (°F). Voici ci-dessous une formule permettant de passer de la mesure d'une température en degré Fahrenheit (notée F) vers la mesure de la même température en degré Celsius (notée C).

$$C = (F - 32) \times \frac{5}{9}$$

- 1► En utilisant cette formule, convertir 95°F en degré Celsius.
- 2► En utilisant cette formule, convertir 5°C en degré Fahrenheit.
- 3► Existe-t-il des températures pour lesquelles la mesure en degrés Celsius est égale à la mesure en degrés Fahrenheit ? Donner toutes les réponses possibles en justifiant.

Exercice 17 (CRPE 2023 S2)

Un professeur des écoles d'une classe de CE1 présente à ses élèves une règle de calcul qui permet de déterminer avec ses dix doigts et ses dix orteils le produit de deux nombres entiers compris entre 5 et 10 en utilisant les résultats des tables appris précédemment. Il s'appuie sur l'exemple suivant :

Effectuons 6×7 .

- Avec le pied et la main gauches, on lève les 5 orteils et 1 doigt, représentant ainsi le 6.
- Avec le pied et la main droites, on lève les 5 orteils et 2 doigts, représentant ainsi le 7.

Pour le calcul on ne regarde que les mains et on procède de la manière suivante : La somme du nombre de doigts levés nous indique un nombre de dizaines, le produit des doigts baissés nous indique un nombre d'unités. Ici on a : $(1 + 2)$ dizaines et (4×3) unités, soit encore 3 dizaines et 12 unités. On obtient donc le nombre 42.

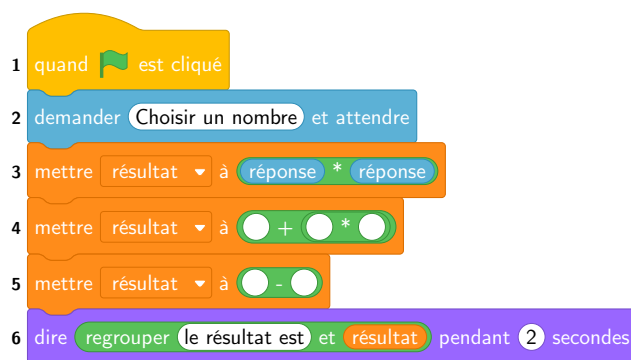
- 1► Appliquer cette règle pour calculer le produit 6×8 .
- 2► On note g le nombre de doigts levés de la main gauche et d le nombre de doigts levés de la main droite.
 - a► Que représentent dans ce contexte les nombres $(5 - g)$ et $(5 - d)$?
 - b► Démontrer l'égalité : $(5 + g)(5 + d) = 10(g + d) + (5 - g)(5 - d)$.
 - c► Conclure quant à la validité de la règle de calcul.

Exercice 18 (CRPE 2024 S1)

Voici un programme de calcul :

Choisir un nombre de départ
 Prendre le carré du nombre de départ
 Ajouter le triple du nombre de départ
 Soustraire 4 au résultat

- 1► Montrer que le résultat du programme de calcul est 36 lorsque le nombre de départ choisi est 5.
- 2► Quel résultat obtient-on avec ce programme de calcul en choisissant $\frac{5}{3}$ pour nombre de départ ?
- 3► On considère le script ci-dessous rédigé avec le logiciel Scratch.



Recopier et compléter les lignes 4 et 5 du script pour qu'il exécute le programme de calcul. Aucune justification n'est attendue.

- 4► a► On appelle x le nombre de départ. Exprimer en fonction de x le résultat final.
- b► Vérifier que ce résultat peut aussi s'écrire sous la forme $(x - 1)(x + 4)$.
- c► Écrire et résoudre l'équation qui permet de trouver le(s) nombre(s) à choisir au départ pour obtenir zéro comme résultat.

Exercice 19 (CRPE 2024 S3)

Des équipes enseignantes souhaitent adhérer à un site d'éditeur pour télécharger des vidéos pédagogiques de vulgarisation scientifique. Deux offres F et G sont envisageables.

Offre F 0,70€ par téléchargement de vidéo.
Offre G Abonnement forfaitaire de 13€ auquel s'ajoute un montant fixe par téléchargement.

- 1► L'équipe enseignante d'une première école opte pour l'offre F.
Déterminer l'expression de la fonction f qui, au nombre de vidéos téléchargées, associe le coût en euros.
- 2► L'équipe enseignante d'une seconde école opte pour l'offre G. Les enseignants ont téléchargé 142 vidéos pour un montant de 98,20€.
- a► Déterminer le montant fixe par téléchargement avec l'offre G.
- b► On note g la fonction qui, au nombre de vidéos téléchargées, associe le coût en euros avec l'offre G.
On admet que l'expression de g est donnée par $g(x) = \frac{3}{5}x + 13$. Calculer $g(4)$.
- c► Dans le contexte de l'exercice, que représente l'image de 10 par la fonction g ?
- d► L'équipe enseignante d'une troisième école a opté pour l'offre G et a payé 95,20€. Combien de vidéos a-t-elle téléchargées?
- 3► À partir de combien de vidéos l'offre G devient-elle plus intéressante que l'offre F? Justifier votre réponse.
- 4► La feuille de tableau ci-après détermine le montant de la dépense en fonction du nombre de vidéos téléchargées selon l'offre choisie.

	A	B	C	D	E	F
1	Nombre de vidéos téléchargées	50	100	150	200	250
2	Dépense en € avec l'offre F	43	73	103	133	163
3	Dépense en € avec l'offre G					

- a► Quelle formule peut être saisie dans la cellule B2 et étirée sur toute la ligne pour obtenir le montant de la dépense avec l'offre F?
- b► Un tarif promotionnel permet de bénéficier d'une réduction de 20% sur le montant total avec l'offre G. Quelle formule peut être saisie dans la cellule B3 et étirée sur toute la ligne pour obtenir le montant de la dépense avec l'offre G en tenant compte de la réduction?

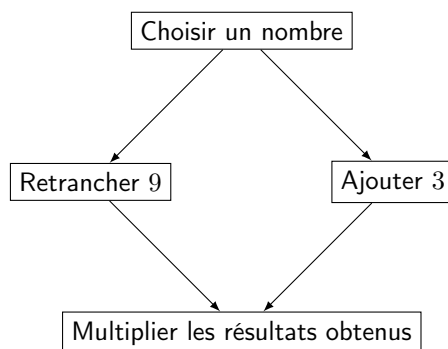
Exercice 20 (CRPE 2024 S3)

On considère les deux programmes de calcul suivants :

PROGRAMME A

Choisir un nombre.
L'élever au carré.
Soustraire le quadruple du nombre choisi.

PROGRAMME B



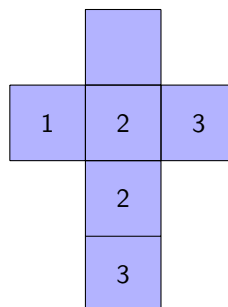
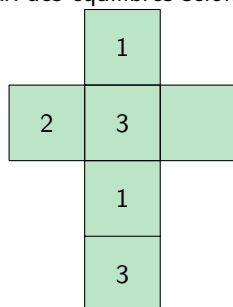
- 1► Quels sont les résultats obtenus avec les programmes A et B lorsque l'on choisit -3 comme nombre initial ?
- 2► On note x le nombre initial choisi. Montrer que $x^2 - 6x - 27$ correspond à l'expression obtenue en appliquant le programme B.
- 3► Quels sont le ou les nombres initiaux qui permettent d'obtenir le même résultat avec les deux programmes ? Justifier.

4 – Probabilités et statistiques

Exercice 21 (Sujet 0 CRPE A2 – 2022)

Un enseignant de moyenne section de maternelle souhaite créer un jeu sur le modèle du jeu de l'oie pour travailler avec ses élèves la construction du nombre et en particulier des décompositions et recompositions de nombres de 1 à 6.

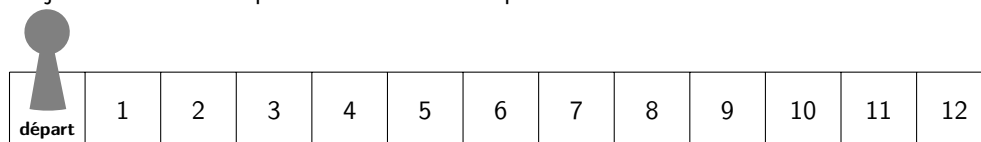
Il fabrique deux dés équilibrés selon les patrons suivants :



Il crée un parcours sur lequel les élèves déplacent un pion selon le protocole suivant :

- l'élève lance les deux dés ;
- il avance son pion d'autant de cases que la somme des nombres inscrits sur les faces supérieures des deux dés ; s'il n'obtient aucun nombre sur les deux dés (deux faces vierges), il passe son tour.

Le plateau de jeu est matérialisé par une bande numérique comme ci-dessous.



- 1► On lance le dé vert seul. Quelle est la probabilité d'obtenir 3 ?

Dans la suite de l'exercice, afin de simplifier les réponses, on pourra considérer que les faces vierges correspondent au nombre 0.

- 2► Un élève lance les deux dés, il calcule la somme des nombres obtenus.
 - a► Quelles sommes peuvent être obtenues ?
 - b► Quelle est la probabilité qu'il doive passer son tour ?
 - c► Quelle est la probabilité qu'il doive avancer de 3 cases ?
 - d► Déterminer la probabilité de chacun des résultats possibles.
 - e► Quelle est la probabilité que le résultat du dé vert soit strictement supérieur à celui du dé bleu ?
- 3► Après deux tours de jeu, un élève est arrivé sur la case 10. Quelle est la probabilité qu'il se soit arrêté sur la case 4 au premier tour ?

Exercice 22 (CRPE ext 2022)

Une enseignante construit pour ses élèves un jeu de 80 cartes, avec 20 cartes de chacune des quatre couleurs : rouge, bleu, jaune et vert. Pour chaque couleur, les cartes sont numérotées de 0 à 9 et chaque numéro apparaît sur deux cartes. L'enseignante donne une carte du jeu au hasard à Déborah.

- 1► Quelle est la probabilité :
 - a► que la carte de Déborah soit bleue ?
 - b► que la carte de Déborah porte le numéro 2 ?
 - c► que la carte de Déborah soit bleue et porte le numéro 2 ?
 - d► que la carte de Déborah soit bleue ou porte le numéro 2 ?
- 2► L'enseignante décide d'ajouter des cartes Joker à son jeu. Combien doit-elle ajouter de cartes Joker pour que la probabilité que Déborah reçoive une carte Joker soit de $\frac{1}{6}$?

Exercice 23 (CRPE ext 2A 2023)

Une enseignante propose à ses élèves un jeu de 52 cartes. Le jeu contient 13 cartes (As, 2, 3, ..., 10, Valet, Dame, Roi) de chacune des familles suivantes : carreau, cœur, pique, trèfle. Cœur et carreau sont des familles de couleur rouge. Pique et trèfle sont de couleur noire.

- 1► L'enseignante donne une carte, choisie au hasard, à Ana.
 - a► Quelle est la probabilité que la carte d'Ana soit rouge ?
 - b► Quelle est la probabilité que la carte d'Ana soit un pique ?
 - c► Quelle est la probabilité que la carte d'Ana soit un valet ?
 - d► Quelle est la probabilité que la carte d'Ana soit une dame de couleur rouge ?
 - e► Quelle est la probabilité que la carte d'Ana soit une carte de couleur rouge ou une dame ?
- 2► L'enseignante décide d'ajouter des cartes Joker à son jeu. Combien doit-elle ajouter de carte joker pour que la probabilité qu'Ana reçoive une carte Joker soit de $\frac{1}{14}$?

Exercice 24 (CRPE ext A2 2024)

Dans cet exercice, tous les résultats seront donnés sous la forme d'une fraction irréductible.

Une élève joue avec deux dés cubiques (dés à 6 faces numérotées de 1 à 6) non truqués.

Elle lance deux dés. On appelle *paire* un tirage constitué de deux nombres identiques.

À chaque lancer de deux dés, elle marque des points :

- si elle obtient une paire de 1, elle gagne 1 000 points ;
- si elle obtient une autre paire, elle gagne 100 fois la valeur d'un dé, soit 200 points pour une paire de 2,

300 points pour une paire de 3, etc. ;

- si elle obtient un résultat autre qu'une paire (par exemple 2 sur un des dés et 5 sur l'autre), elle gagne 50 points.

Le jeu se termine lorsque l'on obtient au moins 1000 points.

- 1► Quelle est la probabilité de terminer le jeu avec un seul lancer ?
- 2► L'élève a réalisé deux lancers et a obtenu exactement 650 points.
 - a► Expliquer l'ensemble des résultats qu'elle a pu obtenir lors de ces deux lancers.
 - b► Quelle est la probabilité de terminer le jeu avec un troisième lancer ?

Exercice 25 (CRPE ext A2 2025)

Un entraîneur d'un club sportif organise un test physique pour la catégorie des benjamines et benjamins. Ce test consiste à parcourir la plus grande distance possible en 12 minutes.

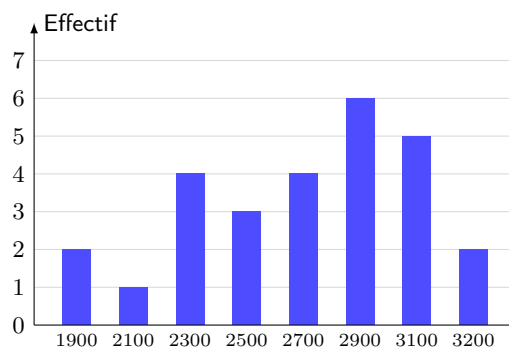
L'entraîneur s'appuie sur le tableau ci-dessous pour évaluer la condition physique des enfants.

Indice de forme	Garçons	Filles
Insuffisant	moins de 2000m	moins de 1800m
Suffisant	2000 à 2400m	1800 à 2200m
Bon	2400 à 3000m	2200 à 2800m
Très bon	plus de 3000m	plus de 2800m

- 1► Le tableau ci-dessous donne les performances de l'intégralité des benjamines et benjamins du club.

Distance parcourue (m)	1900	2100	2300	2500	2700	2900	3100	3200
Effectif benjamins	1	5	1	1	1	2	1	1
Effectif benjamines	0	2	3	2	3	2	2	0

- a► Déterminer la médiane de la série des distances parcourues par les benjamins. Interpréter la réponse dans le contexte de l'exercice.
 - b► Calculer la distance moyenne parcourue pour l'ensemble de cette catégorie (benjamins et benjamines), arrondie au mètre.
 - c► Déterminer la proportion des enfants ayant un indice de forme « bon » ou « très bon ». On exprimera le résultat en pourcentage, arrondi à l'unité.
- 2► Après deux mois d'entraînement, les benjamines et benjamins du club effectuent à nouveau ce test. Les résultats sont représentés sur le diagramme suivant.



- a► L'intégralité des benjamines et benjamins du club a-t-elle effectué ce second test ?
- b► Calculer l'étendue de cette seconde série de résultats.
- c► Sachant que la distance moyenne parcourue à l'issue de ce second test s'est améliorée pour atteindre 2693m (valeur arrondie à l'unité), calculer le taux d'évolution de la distance moyenne parcourue entre les deux tests. On exprimera le résultat sous forme de pourcentage arrondi au dixième.

- 3► Le test réalisé par l'entraîneur permet d'estimer la quantité maximale d'oxygène que l'organisme peut utiliser par unité de temps. On appelle cette quantité la $VO_2\text{max}$. Elle est exprimée en millilitres par minute et par kilogramme (mL/min/kg) et vérifie la formule suivante :

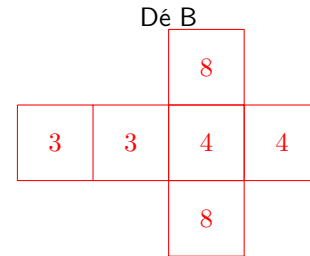
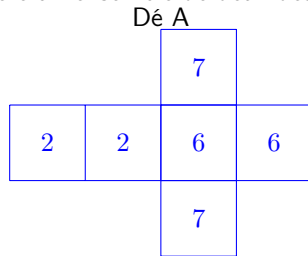
$$VO_2\text{max} = 22,351 \times D - 11,288$$

où D est la distance parcourue (en km) lors du test.

- a► Quelle est la VO_2 max d'un enfant ayant parcouru 2800m ?
- b► Quelle distance faut-il parcourir pour obtenir une VO_2 max égale à 47mL/min/kg ? Arrondir la réponse au mètre.

Exercice 26 (CRPE ext A2 2025)

On considère un ensemble de deux dés équilibrés dont voici les patrons.



Le jeu consiste à lancer ces deux dés. Le dé dont le nombre inscrit sur la face supérieure est le plus grand est déclaré gagnant.

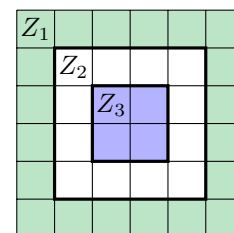
- 1► On a simulé 100 lancers des dés A et B . On obtient 54 victoires du dé A .
Peut-on affirmer que le dé A a une probabilité de 54% de gagner contre le dé B ? Justifier votre réponse.
- 2► a► À l'aide d'un tableau à double entrée, décrire l'ensemble des issues de cette expérience aléatoire et identifier, pour chaque issue, le dé gagnant.
b► Montrer que la probabilité que le dé B l'emporte sur le dé A est $\frac{5}{9}$.

Exercice 27 (CRPE 2022 S1)

On dispose d'un dé cubique non truqué dont les faces opposées sont identiques : deux faces numérotées 0, deux faces numérotées 1 et deux faces numérotées 2.

- 1► On effectue deux lancers et on lit, à chaque lancer, le chiffre inscrit sur la face supérieure. Les deux lancers permettent d'obtenir un nombre décimal : le résultat du premier lancer donne le chiffre des unités et celui du second lancer le chiffre des dixièmes.
 - a► Donner la liste de tous les nombres que l'on peut obtenir.
 - b► Justifier que la probabilité d'obtenir 1,2 est égale à $\frac{1}{9}$.
 - c► Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre strictement inférieur à 1 ?
 - d► Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre entier ?
 - e► Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre décimal ?
- 2► Le tapis représenté ci-contre est constitué de 36 carrés de côté 10cm.

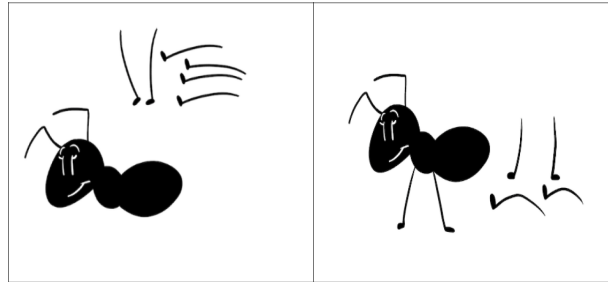
Ces carrés définissent trois zones Z_1 , Z_2 et Z_3 repérées par des couleurs différentes. Avec le même dé que précédemment, on effectue un lancer sur ce tapis et on regarde la face supérieure. Si le dé tombe à cheval sur deux zones, on le relance. On admet que la probabilité que le dé tombe dans une zone est proportionnelle à l'aire de la zone.



- a► Quelle est la probabilité que le dé tombe dans la zone Z_2 ?
- b► Quelle est la probabilité que le dé tombe en zone Z_2 et donne le nombre 1 ?
- c► Quelle est la probabilité que le dé tombe en zone Z_2 et donne un nombre pair ?

Exercice 28 (CRPE 2022 S2)

Un enseignant de grande section propose à ses élèves un jeu pour travailler la décomposition et la recomposition de nombres. Le jeu se compose de deux dés cubiques équilibrés et de corps de fourmis à compléter avec des pattes comme sur le dessin ci-dessous.



Sur les six faces du premier dé sont inscrits les nombres suivants : 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 et 5. Sur les six faces du deuxième dé sont inscrits les nombres suivants : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 et 5. On donne à chaque élève un corps de fourmi et 6 pattes à fixer sur le corps.

Au début de la partie, chaque élève choisit un nombre compris entre 2 et 10. Ce nombre reste le même durant toute la partie. À tour de rôle, chaque élève joue. Il lance les deux dés :

- si la somme des nombres inscrits sur les faces supérieures des deux dés est égale au nombre choisi par cet élève, alors celui-ci fixe une patte à sa fourmi et relance les dés.
- sinon, c'est au joueur suivant de lancer les dés.

Il donne ensuite les dés au joueur suivant.

La partie se termine lorsqu'un élève a gagné, en fixant les six pattes de sa fourmi.

- 1► Un élève choisit un nombre et lance les dés.
 - a► Quelles sont les différentes sommes qu'il peut obtenir ?
 - b► Montrer que la probabilité qu'il obtienne 8 est égale à $\frac{4}{36}$.
- 2► Un autre élève choisit le nombre 6 et lance les dés.
 - a► Quelle est la probabilité qu'il gagne une patte pour sa fourmi dès son premier lancer ?
 - b► Quelle est la probabilité qu'il gagne deux pattes pour sa fourmi en 02 lancers ?
- 3► Eden et Axelle commencent une partie. Eden choisit le nombre 6 et Axelle choisit un autre nombre.
 - a► Qui a le plus de chance de gagner la partie ? Justifier.
 - b► Eden est-il sûr de gagner la partie ? Justifier.

Exercice 29 (CRPE 2023 S1)

Dans une école élémentaire de 150 élèves, 80 sont des filles. Le directeur veut mettre en place un « orchestre à l'école ». Il réalise une enquête auprès des familles de l'école afin de connaître les élèves qui pratiquent déjà un instrument de musique.

À l'issue de l'enquête, il apparaît que 24% des élèves sont musiciens. Parmi ces élèves, 16 sont des garçons.

- 1► Reproduire et compléter le tableau suivant.

	Nombre d'élèves musiciens	Nombre d'élèves non-musiciens	Total
Nombre de filles			
Nombre de garçons			
Total			150

- 2► Dans cette question, on écrira les résultats sous forme de fractions irréductibles. On interroge un élève au hasard.
- a► Quelle est la probabilité pour que ce soit un garçon ?
 - b► Quelle est la probabilité que ce soit une fille musicienne ?
 - c► Quelle est la probabilité que ce soit un élève non-musicien ?
- 3► L'élève interrogé est un garçon. Quelle est la probabilité qu'il soit musicien ?
- 4► 30% des filles musiciennes jouent d'un instrument à vent. Quel pourcentage cela représente-t-il par rapport à l'effectif total de l'école ?

Exercice 30 (CRPE 2023 S3)

Dans une classe de Grande Section, l'enseignant propose à ses élèves le jeu suivant dans lequel il s'agit d'être le premier à avoir exactement 15 jetons (source : *Découvrir les maths GS* - Éditions Hatier).

Chaque élève lance deux dés bien équilibrés, identiques, à 6 faces numérotées de 1 à 6. Il considère les deux nombres indiqués sur les faces supérieures de chacun des dés.

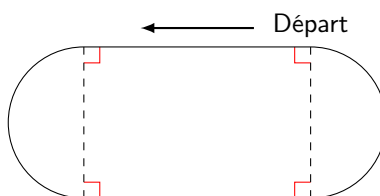
Lorsque les deux dés indiquent le même nombre, l'élève prend autant de jetons que l'indique l'un des deux dés. Sinon, il prend autant de jetons que le plus grand des deux nombres ou le double de jetons du plus petit.

Après avoir lancé les dés, un élève a la possibilité de passer son tour. Dans ce cas, il ne prend aucun jeton.

- 1► Un élève lance les deux dés ; il obtient un 3 et un 2. Combien de jetons peut-il prendre ? Donner tous les cas possibles.
- 2► Dresser la liste des tirages permettant d'obtenir 3 jetons.
- 3► Un élève lance les deux dés.
- 4► Montrer que la probabilité de l'événement «les nombres obtenus sont un 3 et un 2 » est $\frac{1}{18}$.
- 5► Quelle est la probabilité de l'événement « au moins un des nombres obtenus est 3 » ?
- 6► Quelle est la probabilité de l'événement «les nombres obtenus permettent de prendre 4 jetons » ?
- 7► Après un nouveau lancer des deux dés, un élève a pris 3 jetons. Au lancer suivant, la probabilité qu'il prenne de nouveau 3 jetons augmente-t-elle, reste-t-elle identique ou diminue-t-elle par rapport à la probabilité d'avoir pris 3 jetons au tirage précédent ? Justifier.
- 8► En fin de partie, un élève possède 12 jetons. Lors de son lancer de dés, il obtient un 1 et un 4. Pourquoi est-il préférable pour lui de passer son tour ?

Exercice 31 (CRPE 2024 S1)

Une enseignante entraîne les élèves de sa classe de CM1 à la course longue sur une piste d'une longueur totale de 200m ayant la forme ci-dessus.



Partie A

Afin d'aider les élèves dans le relevé de leur performance, l'enseignante dispose huit plots équidistants tout au long de la piste. Les élèves forment des binômes et se répartissent les rôles : l'un d'entre eux court, l'autre

l'observe et note la distance parcourue puis ils inversent leurs rôles.

L'enseignante demande aux élèves de courir pendant 5 minutes et de compléter la fiche suivante. La distance retenue est la distance entre le point de départ et le dernier plot franchi. Voici les résultats d'un binôme :

Prénom	Nombre de tours complets parcourus	Nombre de plots franchis dans le tour incomplet	Distance parcourue (en m)
Lola	4	1	825
Joris	3	4	700

- 1► a► Justifier que Lola a bien parcouru la distance affichée dans le tableau.
b► Déterminer sa vitesse moyenne en m/min.
- 2► Déterminer la vitesse moyenne de Joris en km/h.
- 3► Exprimer, en pourcentage arrondi à l'unité, la distance supplémentaire parcourue par Lola par rapport à celle parcourue par Joris.

Partie B

L'enseignante utilise un tableur pour calculer la distance parcourue et la vitesse moyenne de chaque élève de la classe.

	A	B	C	D	E
1	Prénom	Nombre de tours complets parcourus	Nombre de plots franchis dans le tour incomplet	Distance parcourue (en mètres)	Vitesse moyenne (en km/h)
2	Lola	4	1	825	9,9
3	Joris	3	4	700	
4	Anne	3	7	775	
5	Léa	2	7	575	
6	Noah	3	3	675	

- 1► Donner une formule qui peut être saisie dans la cellule D2 puis recopiée vers le bas pour obtenir le tableau complété.
- 2► Donner une formule qui peut être saisie dans la cellule E2 puis recopiée vers le bas pour obtenir le tableau complété.
- 3► L'enseignante rassemble les résultats des distances parcourues par les élèves dans le tableau ci-dessous.

Distance parcourue (m)	550	575	625	650	675	700	750	775	825	850
Effectif	2	1	4	2	3	6	1	3	2	1

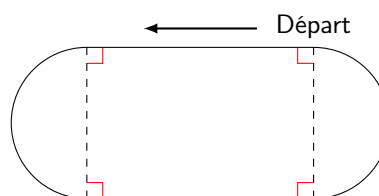
Déterminer la distance moyenne parcourue par les élèves de cette classe.

Partie C

La piste est représentée par le trait continu sur le schéma ci-contre.

Elle a été obtenue à partir d'un rectangle et de deux demi-cercles dont les diamètres sont égaux à la largeur du rectangle.

Le format du rectangle, c'est-à-dire le quotient $\frac{\text{longueur du rectangle}}{\text{largeur du rectangle}}$, est égal à $\frac{5}{3}$.



- 1► Dans cette question, on suppose que la longueur du rectangle est de 20m.
a► Montrer que la largeur du rectangle est alors de 12m.
b► Déterminer un arrondi au mètre de la longueur de la piste.
- 2► Déterminer la longueur et la largeur du rectangle afin que la piste ait une longueur totale de 200m. Arrondir au centimètre chaque dimension.

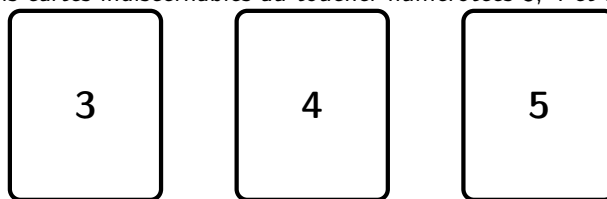
Exercice 32 (CRPE 2024 S3)

Cet exercice comporte deux parties indépendantes.

On donnera les résultats sous la forme de fraction irréductible.

Partie A

Un sac opaque contient trois cartes indiscernables au toucher numérotées 3, 4 et 5.



- 1► On souhaite former des nombres de trois chiffres à l'aide de ces cartes.
L'expérience consiste à tirer successivement trois cartes sans les remettre dans le sac après chaque tirage. Le chiffre des centaines correspond à la première carte tirée, le chiffre des dizaines à la deuxième et le chiffre des unités à la dernière.
 - a► Énoncer tous les résultats possibles lorsque l'on réalise cette expérience.
 - b► Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair ?
 - c► Quelle est la probabilité de ne pas obtenir un multiple de 5 ?
 - d► Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre divisible par 3 ?
- 2► On souhaite désormais former un nombre à deux chiffres. On tire au hasard une première carte pour obtenir le chiffre des dizaines. On remet cette carte dans le sac et on tire au hasard une seconde carte pour obtenir le chiffre des unités.
 - a► Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre dont les deux chiffres sont identiques ?
 - b► Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de 9 ?
 - c► Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre inférieur ou égal à 40 ?

Partie B

Un sac opaque contient des boules bleues, des boules rouges et des boules jaunes indiscernables au toucher. Il y a deux fois moins de boules jaunes que de boules rouges.

On sait que la proportion des boules rouges dans le sac est de $\frac{1}{4}$.

On tire une boule au hasard.

- 1► Quelle est la probabilité que la boule tirée soit de couleur jaune ?
- 2► Quelle est la probabilité que la boule tirée soit de couleur bleue ?
- 3► Déterminer la composition du sac sachant qu'il y a 7 boules jaunes.

Exercice 33 (CRPE 2025 S1)

Une enseignante met à disposition de chaque élève trois jetons équilibrés. Sur chaque jeton le nombre 1 est inscrit sur une des faces et le nombre 0 sur l'autre.

- 1► Un élève lance les trois jetons et ajoute les nombres qui apparaissent sur chacune des faces. Quelle est la probabilité qu'il obtienne une somme égale à 3 ?
- 2► Jeanne dit : « Quand on lance les trois jetons, on est sûr que deux jetons au moins donneront le même résultat. ». A-t-elle raison ? Justifier.
- 3► Olivier dit : « Quand on lance les trois jetons, on a une chance sur deux d'obtenir trois faces identiques. ». A-t-il raison ? Justifier.

Exercice 34 (CRPE 2025 S2)

La pratique du saut en longueur comprend une course d'élan suivie d'un saut. Une planche d'appel est placée sur la piste d'élan. Si le pied de l'athlète touche ou dépasse cette planche, le saut n'est pas mesuré. Dans ces deux cas, on dit que l'athlète a « mordu ». Si l'athlète n'a pas « mordu », on dit que le saut est réussi. Pour chaque saut de l'athlète Jean-Baptiste, on considère que :

- ▶ les événements « toucher la planche », « dépasser la planche » et « réussir le saut » sont équiprobables,
- ▶ le succès ou l'échec d'un saut n'influence pas le saut suivant.

Jean-Baptiste, effectue deux sauts.

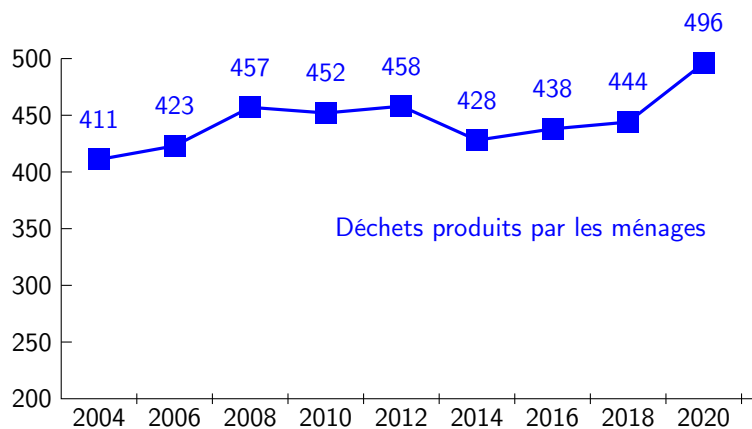
Pour chaque question, les résultats seront donnés sous la forme d'une fraction irréductible.

- 1▶ Déterminer la probabilité que Jean-Baptiste réussisse chacun de ses deux sauts.
- 2▶ Déterminer la probabilité qu'il « morde » au premier saut et qu'il réussisse le second saut.
- 3▶ Déterminer la probabilité qu'il « morde » exactement une fois.
- 4▶ Déterminer la probabilité qu'il « morde » au moins une fois lors de ses deux sauts.

Exercice 35 (CRPE 2025 S3)

Les graphiques de cet exercice sont extraits du document Déchets chiffres-clés Édition 2023 publié par l'agence de la transition écologique.

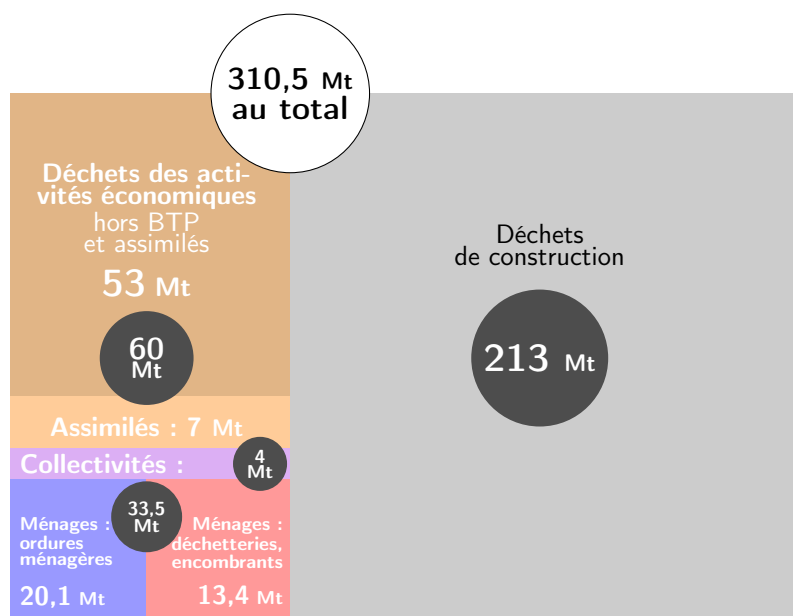
- 1▶ Le graphique ci-dessous illustre l'évolution, entre 2004 et 2020, de la quantité de déchets ménagers collectés en France par le service public de gestion des déchets. Les données sont exprimées en kilogrammes par habitant.



Source : Eurostat, RSD

À l'aide des données du graphique, calculer la masse moyenne de déchets ménagers collectés par habitant au cours de cette période. Arrondir le résultat au kilogramme.

- 2▶ L'infographie ci-dessous représente la répartition des différents secteurs dans la production des déchets en France.



Source : Règlement Statistiques sur les Déchets, 2020 ; ADEME, Enquête Collecte 2019 ; Estimations IN NUMERI par calage des résultats de l'enquête collecte 2019 sur les données du RSD 2020.

En s'appuyant sur l'infographie ci-dessus, calculer la part de l'ensemble des déchets produits par les ménages dans la production totale de déchets. Exprimer cette part en pourcentage arrondi à l'unité.

- 3► On considère que la masse d'un mètre cube de déchets verts est égale à 0,2t. En 2023, la masse de déchets verts produits par habitant est égale à 88kg.
- a► Calculer, en mètre cube, le volume de déchets verts produits par un lotissement de soixante personnes en 2023.
 - b► On considère qu'à l'issue du processus de compostage, la masse de compost obtenu représente environ 55 % de la masse initiale de déchets verts. Calculer la masse de compost obtenu par ce lotissement pour l'année 2023. On donnera la réponse en kg.

Exercice 36 (CRPE 2025 S3)

Un élève dispose de deux dés équilibrés : un dé à six faces numérotées de 1 à 6 et un dé à dix faces numérotées de 1 à 10.



Les probabilités seront toutes données sous forme de fraction irréductible.

Partie A

L'élève lance les deux dés et il effectue le produit des nombres obtenus sur chacun des deux dés.

- 1► Montrer que la probabilité que le produit obtenu soit égal à 35 est $\frac{1}{60}$.
- 2► Donner la probabilité que le produit obtenu soit égal à 16.
- 3► Donner la probabilité que le produit obtenu soit un multiple de 3.

Partie B

Pour obtenir une fraction, l'élève procède désormais de la façon suivante :

- ▶ il lance le dé à dix faces pour obtenir le numérateur de la fraction ;
- ▶ il lance le dé à six faces pour obtenir le dénominateur de la fraction.

On demande à l'élève de décomposer la fraction obtenue en la somme d'un entier naturel et d'une fraction strictement inférieure à 1.

- 1▶ L'élève obtient le nombre 10 avec le premier dé et 3 avec le second dé. Quelle est la décomposition attendue ?
- 2▶ Déterminer la probabilité que l'entier obtenu dans la décomposition soit égal à 0.
- 3▶ Déterminer la probabilité que la fraction obtenue soit égale à un nombre entier.

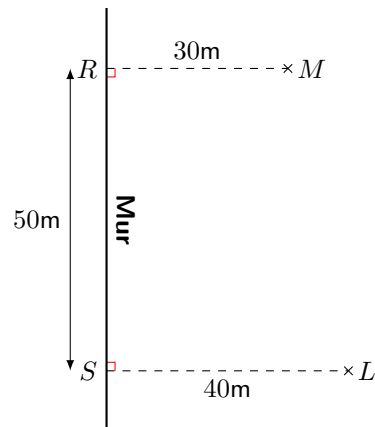
5 – Grandeurs et mesures

Exercice 37 (Sujet 0 CRPE A2 – 2022)

On propose un jeu dans une cour de récréation. Pour cela on s'appuie sur des croix peintes au sol comme indiquée sur le schéma ci-contre :

- ▶ la croix M est située à 30m du mur d'enceinte de l'école ($MR = 30m$) ;
- ▶ la croix L est située à 40m du mur d'enceinte de l'école ($LS = 40m$) ;
- ▶ les points R et S sont distants de 50m ($RS = 50m$).

Mila, une élève, se trouve sur la croix M et Lucien, un autre élève, se trouve sur la croix L . L'enseignante souhaite que Mila et Lucien courent tous les deux vers un même point de contact au mur ; le gagnant sera le premier à toucher ce point sur le mur. Pour que l'épreuve soit équitable, l'enseignante souhaite que le point de contact soit à égale distance des positions initiales des deux élèves, c'est-à-dire des croix L et M .



- 1▶ Construire à l'échelle le plan de la cour avec les points M , L , R et S en choisissant comme échelle 1cm pour 5m.
- 2▶ a▶ Sur la figure, construire le point T , milieu du segment $[ML]$. Tracer la droite perpendiculaire à (ML) et passant par T . On note C le point d'intersection de cette droite avec le mur.
b▶ Justifier que le point C est le point de contact cherché.
c▶ Mesurer la longueur RC sur le plan et en déduire une estimation de la distance entre les points R et C dans la cour de récréation.
- 3▶ On note x la distance, exprimée en mètres, entre les points R et C dans la cour de récréation.
a▶ Déterminer les longueurs MC et CL en fonction de x .
b▶ En déduire la distance entre les points R et C dans la cour de récréation.

Exercice 38 (CRPE ext 2A 2023)

Une mairie souhaite végétaliser la cour de son école. Sur un sol de copeaux de bois, la mairie souhaite installer des appuis conçus à partir de parallélépipèdes rectangles. Les appuis sont obtenus à partir de blocs de bois écoresponsables, qui sont ensuite tronçonnés en partie de façon à obtenir une assise rectangulaire $ABCD$ sur laquelle les élèves peuvent s'appuyer.

La mairie décide d'installer dans la cour de l'école trente de ces appuis.

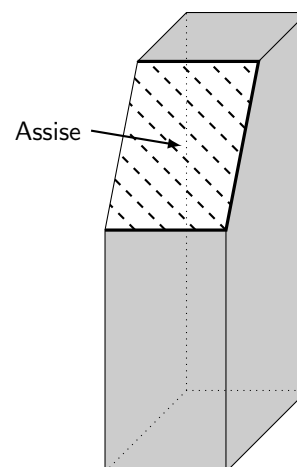
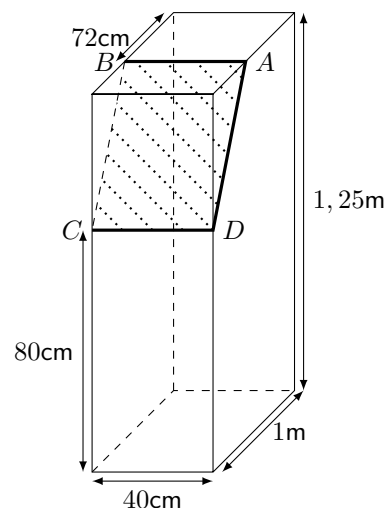
- 1► Calculer, en mètre cube, le volume de bois nécessaire avant tronçonnage, à la fabrication des trente appuis.
- 2► Une fois tronçonnés, les blocs prennent donc la forme ci-contre.

Les assises des appuis sont alors peintes en blanc.

- a► Montrer que l'aire d'un rectangle à peindre en blanc est égale à 2120cm^2 .
- b► Calculer l'aire totale des rectangles à peindre en blanc pour les 30 appuis en mètre carré.
- c► D'après la fiche technique suivante, combien de pots de couleur blanche seront nécessaires ?

Fiche technique

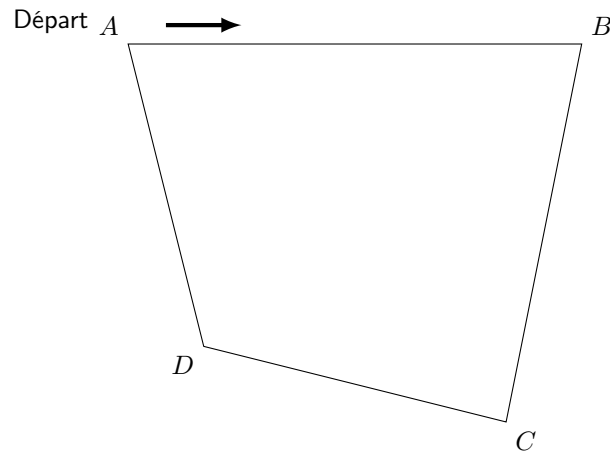
- Peinture laque glycéro aspect satiné
- Usage : intérieur, extérieur, monocouche
- Rendement : $10\text{m}^2/\text{L}$
- Protège des UV et intempéries
- Conditionnement : 0,5L

**Exercice 39 (CRPE 2022 S2)**

Dans le cadre d'une liaison écoles-collège, une professeure d'EPS et une professeure des écoles organisent une course à vélo dont le parcours est composé de quatre tronçons en ligne droite.

La figure ci-dessous représente le parcours et n'est pas à l'échelle. Les élèves partent du point A et tournent dans le sens des aiguilles d'une montre. Les dimensions sont les suivantes :

$$AB = 960\text{m}, \quad BC = 1,05\text{km}, \quad CD = 780\text{m}, \quad AD = 660\text{m}$$



- 1► Montrer que le parcours a pour longueur 3450m.
- 2► Durant l'épreuve, Léo a réalisé, en 48 minutes, 2 tours complets et un tiers de tour du parcours.
 - a► Déterminer la distance parcourue par Léo.
 - b► Donner la vitesse moyenne de Léo en km/h.
 - c► En gardant la même vitesse moyenne, Léo aura-t-il parcouru 15km en moins d'une heure et demie ? Justifier.
- 3► Une épreuve en relais est ensuite proposée. Tara parcourt les distances AB et BC à une vitesse moyenne de 10km/h et Kevin parcourt les distances CD et DA à une vitesse moyenne de 6km/h
Quelle est la vitesse moyenne de ce binôme sur l'ensemble du parcours ? Justifier.
- 4► a► La diagonale $[BD]$ mesure 1,05km. Représenter le parcours à l'échelle $\frac{1}{20\,000}$.
b► Amina a roulé à vélo pendant 25 minutes à une vitesse moyenne de 11,5km/h. Placer sur la figure tracée à la question 4►a► le point S à l'endroit où se trouve Amina au bout de sa course. Justifier.

Exercice 40 (CRPE 2022 S3)

Célia s'entraîne à courir tous les jours de la semaine sur le même parcours.

- 1► Elle aimerait comparer ses résultats d'entraînement sur une semaine à ceux de sa sœur qui s'entraîne également sur le même parcours.

Résultats obtenus par Célia cette semaine :

Lundi : 33 min et 12 secondes
 Mardi : 32 min et 4 secondes
 Mercredi : 40 min et 25 secondes
 Jeudi : 27 min et 11 secondes
 Vendredi : 30 min
 Samedi : 26 min et 38 secondes
 Dimanche : 29 min et 1 secondes

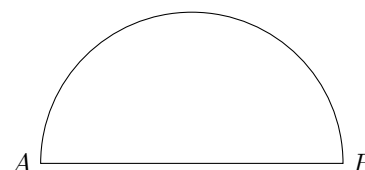
Résultats obtenus par sa sœur cette semaine :

Moyenne : 31 min et 13 secondes
 Médiane : 30 min
 Étendue : 3 min

- a► Comparer les durées moyennes de course.
- b► Comparer les durées médianes de course.
- c► Avec les informations ci-dessus, Célia affirme « Je suis la seule de nous deux à avoir réussi à effectuer ce parcours en moins de 28 minutes cette semaine ». Cette affirmation est-elle vraie ?
- d► Avec les informations ci-dessus, sa sœur lui répond « Moi, j'ai été la plus régulière de nous deux sur la semaine ». Expliquer ce commentaire.

- 2► Le parcours d'entraînement de Célia est représenté ci-contre.

Le diamètre $[AB]$ du demi-cercle reliant le point A au point B a pour longueur 2300m.

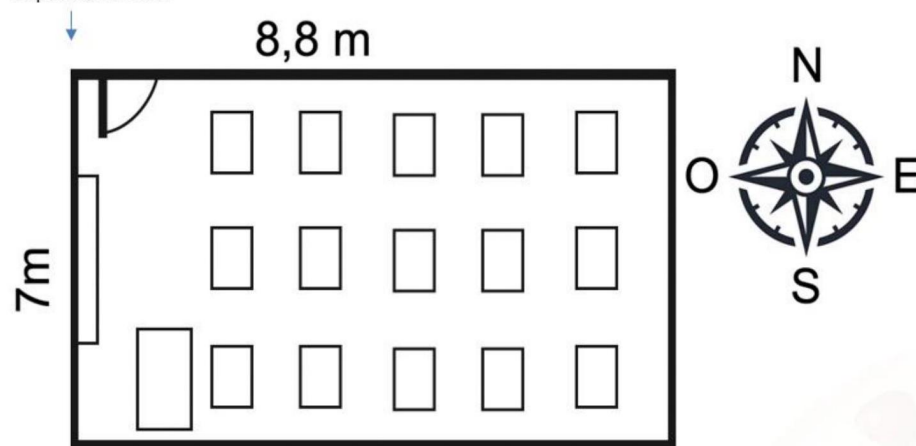


- Représenter le parcours à l'échelle $\frac{1}{20\,000}$. Justifier les mesures retenues pour réaliser la construction à l'échelle.
- Montrer que la distance du parcours, arrondie à l'unité, est d'environ 5 913m.
- Aujourd'hui, Célia a bouclé le parcours sur une durée de 33 minutes et 36 secondes. Quelle a été sa vitesse moyenne en km/h, arrondie au dixième près ?
- Célia a l'habitude d'effectuer le parcours dans le sens des aiguilles d'une montre en partant du point A . Sur la représentation de la question 2►a►, placer les points L , M et N correspondants respectivement au quart, à la moitié et aux trois quarts du parcours.

Exercice 41 (CRPE 2023 S1)

Un enseignant souhaite décorer sa salle de classe avec une frise chronologique allant de la chute de l'Empire romain (476) à nos jours. Cette frise devra couvrir trois murs de la salle de classe rectangulaire en commençant par le coin nord-ouest et en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre. La frise passe au-dessus de la porte et s'étend ainsi sur les murs nord, est et sud.

Départ de la frise



- Pour effectuer cette frise l'enseignant prévoit d'assembler bord à bord des feuilles de format A4 ($21 \times 29,7\text{cm}$) dans le sens de la longueur.
Montrer qu'il faudra 83 feuilles pour réaliser la frise.
- Par combien de centimètres est représentée une année sur cette frise chronologique ? Arrondir au millimètre près.
- L'enseignant a répertorié dans une feuille de calcul automatisé des dates importantes qu'il aimerait faire figurer sur cette frise.

$= (C2/29,7) + 1$				
	A	B	C	D
1		Année	Nombre de cm du début de la frise	
2	Fin de l'antiquité / Début du Moyen-Âge	476	0	1
3	Fin du Moyen-Âge / Début de l'époque moderne	1492		
4	Fin de l'époque moderne / Début de l'époque contemporaine	1789		

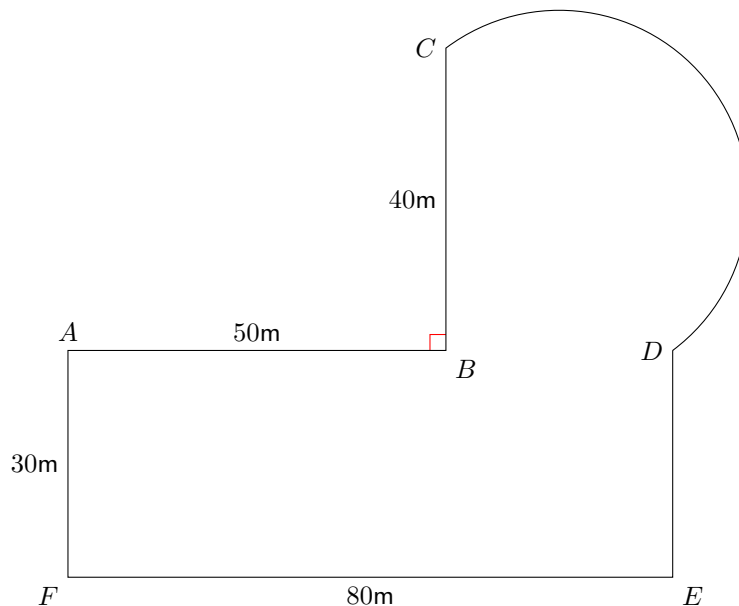
- a► Proposer une formule à valider dans la cellule C2, pouvant être étirée vers le bas afin de trouver tous les résultats de la colonne C.
 - b► Sachant que la formule validée dans la cellule D2 est « =ENT(C2/29,7) + 1 », déterminer à quoi correspondent les nombres de la colonne D au sein de la salle de classe.
On rappelle que « ENT(x) » renvoie la partie entière du nombre x .
- 4► Sur quel mur de la classe se trouvera l'événement « l'accostage de Christophe Colomb sur le continent américain », marquant la fin du Moyen-Âge, si on le positionne sur la frise ?

Exercice 42 (CRPE 2023 S2)

Une directrice d'école primaire souhaite inscrire les élèves de l'école à une course solidaire d'action contre la faim afin de les sensibiliser à la sous-nutrition dans le monde.

Il s'agit pour chaque élève de faire le plus de tours possible d'un parcours prédéfini. Pour chaque tour effectué, l'élève récolte une somme d'argent fixe qui sera versée à l'association caritative.

La directrice décide de faire courir les élèves dans la cour de l'école, le long d'un parcours schématisé ci-dessous. Une partie du parcours est constituée d'un demi-cercle de diamètre $[CD]$ et les longueurs sont données en mètre. Les points A , B , et D sont alignés et le quadrilatère $AFED$ est un rectangle. Les élèves partent du point A et se déplacent dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. $FA = 30\text{m}$.



- 1► Calculer la longueur du segment $[CD]$.
- 2► Montrer que la longueur du parcours, arrondie au mètre, est 309m.
On utilisera cette valeur dans la suite de l'exercice.
- 3► Construire un plan du parcours à l'échelle $1/800$.
- 4► Killian a effectué un tour complet en 3 minutes.
À quelle vitesse moyenne Killian a-t-il couru ? On donnera le résultat en mètre par seconde arrondi au centième, puis en kilomètre par heure, arrondi au dixième.
- 5► On suppose que Sophia court à une vitesse constante de 7km/h .
 - a► Combien de tours complets pourrait-elle effectuer à cette vitesse en 18 minutes ?
 - b► On désigne par S le point du parcours où Sophia se trouve au bout de 18 minutes de course. Placer le point S sur le plan réalisé à la question 3.
- 6► L'école est composée de 325 élèves. Le tableau ci-dessous indique le nombre de tours complets effectués par les élèves.

Nombre de tours	2	3	4	5	6	7	8
Nombre d'élèves	52	52	78	65	39	26	13

- a► Quel est le nombre moyen de tours complets effectués ?
- b► Quelle est l'étendue de cette série statistique ?
- c► Déterminer la médiane de cette série statistique.
- d► Interpréter le résultat de la question c.
- e► Déterminer le premier et le troisième quartile de cette série.
- f► Quel pourcentage d'élèves a réussi à faire au moins 4 tours ?

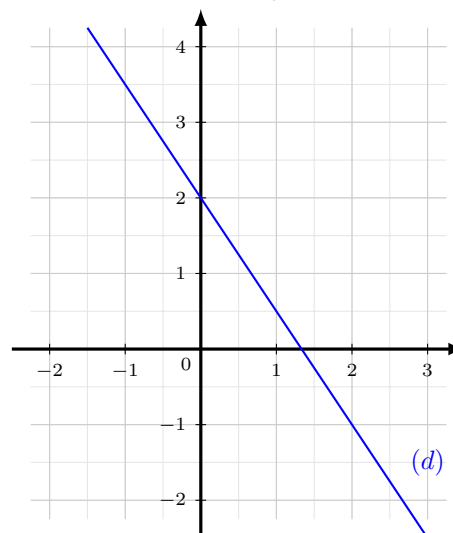
Exercice 43 (CRPE 2024 S1)

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.
Une réponse sans justification ne sera pas prise en considération lors de la correction.

- 1► **Affirmation 1** : Le nombre 0,28 est un nombre rationnel.
- 2► On considère deux nombres réels strictement positifs a et b .
Affirmation 2 : Le quotient de a par b est strictement inférieur au nombre a
- 3► **Affirmation 3** : Le produit de deux entiers naturels impairs est un entier naturel impair.

- 4► Dans le repère ci-contre, la droite (d) est la représentation graphique d'une fonction affine f . La droite (d) passe par les points de coordonnées $(1; 0,5)$ et $(0; 2)$.

Affirmation 4 : Pour tout nombre réel x , $f(x) = 2x - 1,5$



- 5► La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur.
On a tracé deux cercles de centre A :

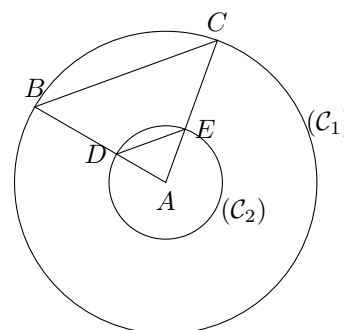
- le cercle (C_1) de rayon 7,8cm
- le cercle (C_2) de rayon 2,4cm.

Le segment $[DE]$ mesure 2,9cm.

A , D et B sont alignés.

A , E et C sont alignés.

Affirmation 5 : La longueur BC arrondie au millimètre est égale à 9,4cm.



Exercice 44 (CRPE 2025 S1)

Partie A

Une communauté de communes décide de construire une nouvelle piscine. Elle fait appel à une entreprise de travaux publics. Cette entreprise creuse une fosse dont la forme est un parallélépipède rectangle qui a pour

longueur 30 mètres, pour largeur 15 mètres et pour profondeur 3 mètres.

- 1► Calculer le volume de cette fosse ainsi creusée. On donnera le résultat en m^3 .
- 2► Le sol creusé est argileux. En raison du foisonnement (phénomène qui se produit lorsque la matière augmente de volume après avoir été retirée d'un terrain), le volume de terre qui a été retiré de la fosse augmente de 25%. Déterminer le volume de terre qui doit être évacué par l'entreprise de travaux publics. On donnera le résultat en m^3 .
- 3► L'entreprise utilise un camion-benne qui peut transporter jusqu'à $30m^3$ de terre par benne. Calculer le nombre minimal de bennes nécessaires pour évacuer toute la terre.

Partie B

On admet que la piscine ainsi construite a la forme d'un parallélépipède rectangle. Sa longueur est 25 mètres et sa largeur est 12,5 mètres.

- 1► On remplit la piscine avec 562 100 litres d'eau à 12°C . Un système de chauffage permet d'augmenter la température de l'eau à 25°C . Le volume d'eau augmente sous l'effet de la chaleur. La piscine contient alors 564 000 litres d'eau à 25°C . Déterminer le pourcentage d'augmentation du volume d'eau de la piscine due à la chaleur. Donner le résultat sous la forme $p\%$, où la valeur de p est arrondie au centième.
- 2► Quelle est la hauteur de l'eau dans cette piscine lorsque l'eau est chauffée à 25°C ? On donnera le résultat en m, arrondi au cm.

Partie C

Un professeur d'une classe de CM2 organise un cycle d'apprentissage pour la natation. On rappelle que la longueur de la piscine est de 25 mètres.

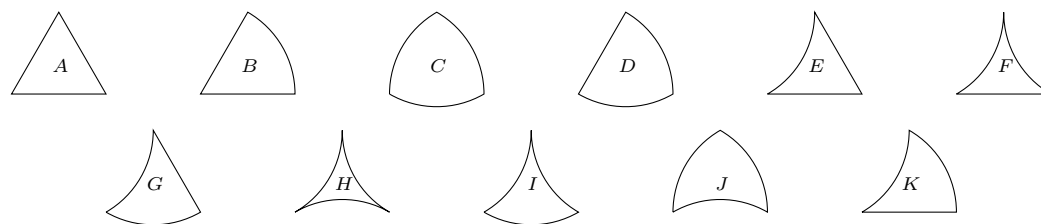
- 1► Un élève effectue 16 longueurs en dix minutes. Déterminer la vitesse moyenne de cet élève en mètre par minute, puis en kilomètre par heure.
- 2► Un autre élève a nagé pendant 10 minutes à la vitesse moyenne de 0,6 mètre par seconde. Déterminer le nombre de longueurs complètes que cet élève a effectuées.
- 3► Les résultats de neuf élèves ont été reportés dans la feuille de calcul ci-dessous.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		élève 1	élève 2	élève 3	élève 4	élève 5	élève 6	élève 7	élève 8	élève 9
2	Nombre de longueurs effectuées	15	14	10	11	12	14	11	13	16
3	Distance parcourue (en m)									

- a► Indiquer une formule à saisir dans la cellule B3, de telle sorte qu'elle puisse être recopiée vers la droite pour effectuer le calcul de la distance parcourue par chaque élève.
- b► Calculer la proportion d'élèves ayant parcouru 12 longueurs ou plus. Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
- c► Déterminer la médiane du nombre de longueurs effectuées par ce groupe d'élèves. Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.
- d► Déterminer le nombre moyen de longueurs effectuées par élève dans ce groupe. On donnera le résultat arrondi au dixième.
- e► Un élève était absent lors de cette séance. Calculer le nombre de longueurs qu'il aurait dû parcourir pour que le nombre moyen de longueurs effectuées par élève soit 13.

Exercice 45 (CRPE 2025 S1)

Les onze pièces ci-dessous s'obtiennent à partir d'un triangle équilatéral en «creusant», en «bombant» ou en laissant rectilignes ses côtés. Les arcs de cercle joignant deux sommets ont tous la même longueur et le même rayon.



Aucune justification n'est demandée.

- 1► Indiquer la figure qui a la plus grande aire.
- 2► Indiquer la figure qui a la plus petite aire.
- 3► Indiquer quatre figures qui ont le même périmètre et des aires différentes.
- 4► Indiquer trois paires de figures qui ont la même aire mais des périmètres différents. Chaque figure ne peut être citée qu'une seule fois.

Exercice 46 (CRPE 2025 S2)

Claire, éleveuse et productrice de lait fabrique et commercialise du beurre. Elle utilise 8L de lait pour fabriquer 1L de crème fraîche. Pour produire 1kg de beurre, 3L de cette crème sont nécessaires. L'éleveuse possède 248 vaches. Chaque vache fournit en moyenne 30L de lait chaque jour.

- 1► La transformation du lait en crème entraîne une réduction du volume. Montrer que cette réduction est de 87,5%.
- 2► Déterminer la masse de beurre, en kilogrammes, que peut espérer fabriquer Claire chaque jour, si elle utilise la totalité du lait produit par ses vaches.
- 3► Claire décide de vendre son beurre en plaquette de 250g. Chaque plaquette a une forme pouvant être assimilée à un pavé droit dont les dimensions sont 10cm de longueur, 6,5cm de largeur et 3,5cm de hauteur.
 - a► Déterminer le volume d'une plaquette de beurre. On exprimera le résultat en cm^3 .
 - b► On donne la formule permettant de calculer la masse volumique ρ du beurre, $\rho = \frac{m}{V}$ avec m la masse du beurre et V son volume.

La masse volumique du lait est de 1,03kg/L. Comparer la masse volumique du beurre avec celle du lait.
- 4► Pour emballer chaque plaquette de beurre, Claire utilise une feuille rectangulaire de papier alimentaire de dimensions 23cm et 20cm.
 - a► Montrer qu'il est possible d'emballer une plaquette de beurre dans le papier alimentaire choisi par Claire. Une réponse sous la forme d'un schéma sera acceptée.
 - b► On note $\mathcal{A}$ l'aire totale de la surface du pavé droit représentant la plaquette de beurre. Calculer $\mathcal{A}$ en cm^2 .
 - c► Claire pense que l'aire $\mathcal{A}$ représente au moins 60% de l'aire de la feuille de papier alimentaire. A-t-elle raison ?
- 5► Claire fixe le prix du beurre à 2,5€ la plaquette. Afin de tenir la comptabilité de ses ventes mensuelles de plaquettes de beurre, elle utilise la feuille de calcul ci-dessous.

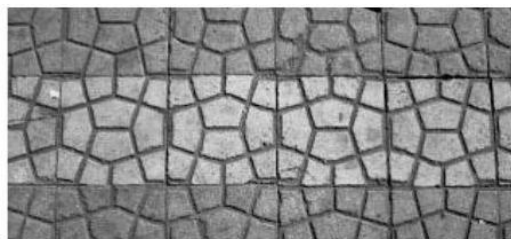
	A	B	C
1	Ventes mars 2025		
2	Client	Nombre de plaquettes vendues	Prix total
3	Coopérative laitière	18400	
4	Supermarché A	8800	
5	Supermarché B	6100	
6	Épicerie fine	1300	
7	Vendeur marché	1438	
8	Vente à la ferme	327	
9	TOTAL		

- a► Proposer une formule qui peut être saisie dans la cellule B9 pour obtenir le nombre total de plaquettes de beurre vendues en mars 2025. Aucune justification n'est attendue.
- b► Proposer une formule qui peut être saisie dans la cellule C3 puis recopiée vers le bas pour compléter la colonne C. Aucune justification n'est attendue.

6 – Géométrie

Exercice 47 (CRPE ext A2 2024)

Dans le cadre d'un travail en géométrie dans une classe de 6^e , une enseignante présente le pavage ci-contre que l'on trouve dans quelques rues de la ville du Caire.



1► Étude du pavage

L'hexagone de la figure 1 représente le motif de base du pavage. Il est construit à partir du pentagone $ABCDE$ noté $\mathcal{M}$. Les pentagones notés $\mathcal{M}$, $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}_2$ et $\mathcal{M}_3$ sont superposables.

- a► Par quelle transformation peut-on obtenir le motif $\mathcal{M}_3$ à partir du motif élémentaire $\mathcal{M}$? En préciser les caractéristiques.
- b► Par quelle transformation peut-on obtenir le motif $\mathcal{M}_1$ à partir du motif élémentaire $\mathcal{M}$? En préciser les caractéristiques.

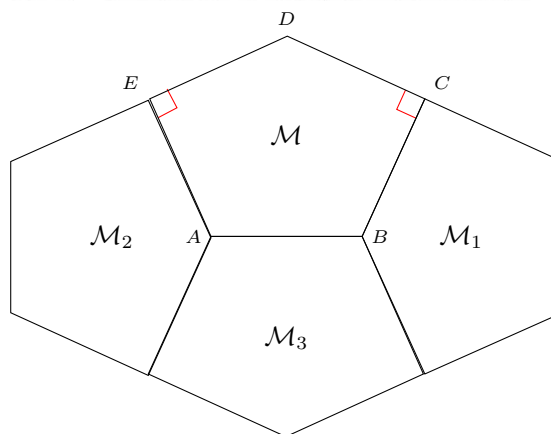


Figure 1

2► Calcul des angles du pentagone

Les cinq côtés du pentagone $ABCDE$ (figure 2) ont la même longueur. Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{AED}$ sont droits.

On donne $AB = 5\text{cm}$.

- a► Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{CAB}$ en justifiant.
- b► On admet que $\widehat{CAD} = 41^\circ$. Déterminer la mesure des cinq angles du pentagone $ABCDE$.
- c► Quelle est la somme des angles du pentagone $ABCDE$?
- d► Démontrer que la somme des angles d'un pentagone simple est égale à 540° .

On appelle pentagone simple un pentagone qui n'est pas un polygone croisé.

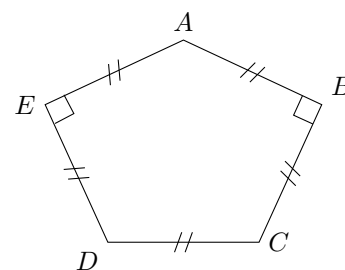
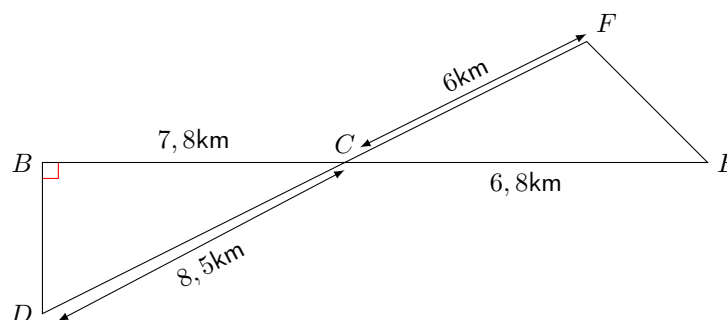


Figure 2

Exercice 48 (CRPE 2023 S1)

Un professeur des écoles, organise avec sa classe de CM1 une randonnée à vélo. Le parcours $BCEFCDB$ est représenté ci-contre.



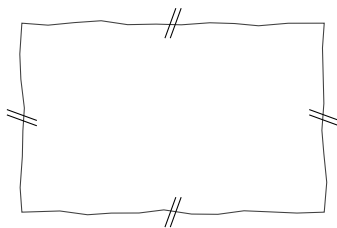
- 1► Montrer que l'angle $\widehat{CFE}$ est droit.
- 2► Déterminer la longueur totale du parcours.
- 3► Sachant que la vitesse moyenne du groupe est de 14km/h, la classe fera-t-elle le parcours en moins de 2h45min ? Justifier la réponse.

Exercice 49 (CRPE 2023 S2)

Un rectangle est défini dans le dictionnaire de la façon suivante :

« Un rectangle est un quadrilatère dont les quatre angles sont droits. »

- 1► Un quadrilatère qui possède deux angles droits est-il un rectangle ? Justifier.
- 2► Dans une classe de CE2, une enseignante demande à ses élèves de compléter la phrase suivante : « Un rectangle est un quadrilatère dont... ». Voici deux réponses proposées :
 - Élève A : « Un rectangle est un quadrilatère dont les côtés opposés sont de même longueur ».
 - Élève B : « Un rectangle est un quadrilatère dont les diagonales sont de même longueur ».
- a► Préciser en quoi la réponse de l'élève A ne pourrait pas être admise comme définition mathématique du rectangle.
- b► Préciser en quoi la réponse de l'élève B ne pourrait pas être admise comme définition mathématique du rectangle.
- 3► Qu'elle est la nature d'un rectangle dont les diagonales sont perpendiculaires ?
- 4► En s'appuyant sur le codage du quadrilatère ci-après dessiné à main levée, préciser la nature du quadrilatère en question en justifiant la réponse.



Exercice 50 (CRPE 2023 S3)

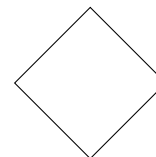
Un enseignant de CM2 souhaite créer avec ses élèves des décorations pour la salle de classe.

- 1► Un premier groupe fabriquera une guirlande constituée d'un motif proposé par l'enseignant dans le script ci-contre.

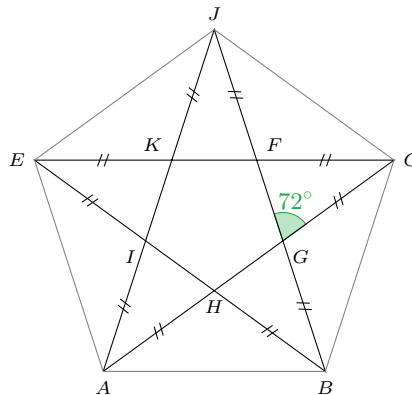
En voyant apparaître la figure,

- Pierre dit : «c'est un losange».
- Ana dit : «ce n'est pas un rectangle».
- Karim dit : «c'est un quadrilatère».
- Lucie dit : «c'est un carré ».

En utilisant le script et les propriétés des quadrilatères, dire si chaque affirmation est vraie ou fausse en justifiant.



- 2► Un second groupe fabriquera des étoiles. L'enseignant leur a montré comment dessiner une étoile à cinq branches sur GeoGebra en utilisant un pentagone :
- Pour pouvoir construire des pentagones avec la règle et le compas, il propose le programme de construction ci-dessous.



Tracer un segment $[RS]$.

Placer le point O au milieu du segment $[RS]$.

Tracer le cercle de diamètre $[RS]$.

Soit L un point de ce cercle tel que $(OL) \perp (RS)$.

Placer le point I au milieu du segment $[OS]$.

Le cercle de centre I et de rayon IL coupe le segment $[RO]$ en D .

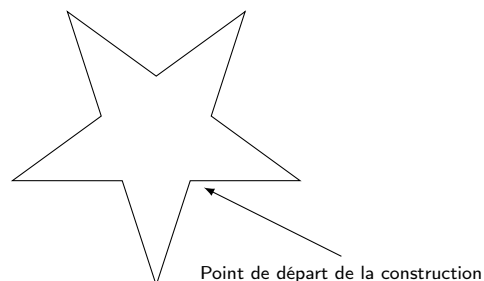
LD est la longueur des côtés du pentagone régulier inscrit dans le cercle de diamètre $[RS]$, placer les 5 sommets du pentagone sur le cercle.

Construire le pentagone.

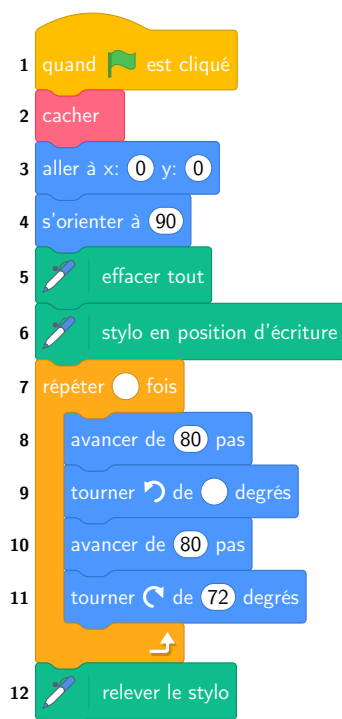
La longueur des côtés du pentagone obtenu est proportionnelle à la longueur du segment $[RS]$ choisi au départ. En choisissant un segment $[RS]$ de longueur 4cm, on obtient un pentagone dont les côtés mesurent $\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}$ cm.

- a► Montrer que pour obtenir un pentagone dont les côtés mesurent 7cm, il faut commencer par construire un segment $[RS]$ mesurant environ 11,9cm.
- b► En utilisant le programme de construction précédent, construire un pentagone régulier $LMNPQ$ dont les côtés mesurent 7cm.

Puis, il leur montre l'étoile à cinq branches ci-contre, obtenue en utilisant le logiciel Scratch :



- c► Recopier et compléter les lignes 7 et 9 du script utilisé pour construire l'étoile.
On rappelle que lorsque le lutin est orienté à 90° cela signifie qu'il va se déplacer vers la droite.



- d► Quel est le périmètre, en pas, de cette étoile ?
- e► L'enseignant souhaite doubler le périmètre de son étoile. Recopier les quatre lignes à l'intérieur du bloc «répéter», ligne 8 à 11, en apportant les modifications nécessaires pour obtenir cette nouvelle étoile.

Exercice 51 (CRPE 2024 S1)

Rappels

Le volume d'un cylindre d'aire de base B et de hauteur h est égal à Bh .

Le volume d'une boule de rayon R est égal à $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Le cuisinier d'une cantine confectionne des gâteaux pour les 210 élèves d'une école primaire.

- 1► Le cuisinier prépare la pâte et la place dans un saladier en forme de demi-sphère de diamètre 42cm. Ce saladier est entièrement rempli.
 - a► Vérifier que l'arrondi à l'unité du volume de pâte en cm^3 contenu dans le saladier est égal à 19396 cm^3 .
 - b► Exprimer ce volume en litre et en donner l'arrondi au dixième.
- 2► Le cuisinier envisage d'utiliser des moules tous identiques, de forme cylindrique de 3cm de rayon et de 5cm de hauteur. Le cuisinier les remplira de pâte aux trois quarts de leur hauteur. Quel nombre maximal de moules peut-il remplir en utilisant toute la pâte ?
- 3►
 - a► Le cuisinier change d'avis et choisit d'autres moules. Ces moules ont la forme de pavé droit de dimensions 4cm de largeur, 6cm longueur et 5cm de hauteur. À quelle hauteur doit-il les remplir pour faire 210 gâteaux identiques en utilisant toute la pâte ? Donner la valeur arrondie au millimètre.
 - b► Quand la pâte cuit, la hauteur du gâteau augmente de 15%. Quelle sera la hauteur, arrondie au millimètre, de chaque gâteau après cuisson ?

Exercice 52 (CRPE 2024 S3)

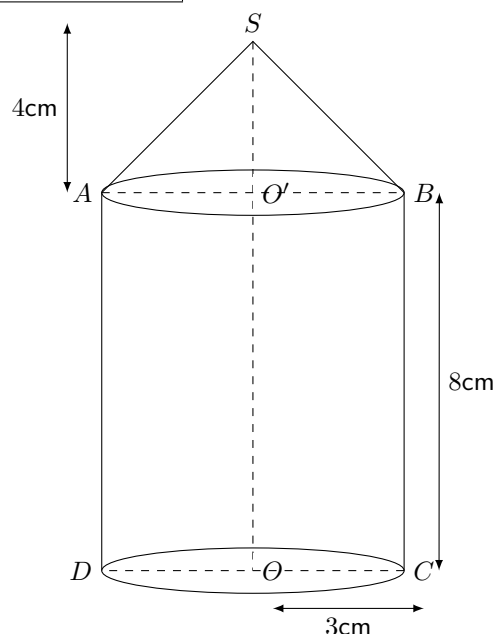
On rappelle les formules suivantes :

Volume d'un cône de révolution :	Volume d'un cylindre :
$\frac{1}{3} \times \text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}$	$\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}$

Une classe de CM1 compte 24 élèves. Leur enseignant souhaite leur faire construire des saupoudreurs et les remplir de poudre de stevia, un édulcorant naturel sans calorie.

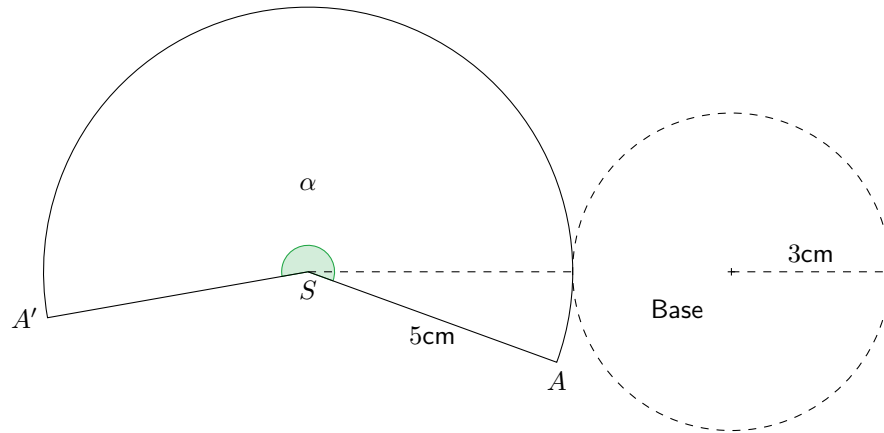
Les saupoudreurs sont constitués d'un cylindre surmonté d'un cône. Les dimensions sont indiquées sur la figure ci-contre.

- 1► Déterminer le volume exact du cône en cm^3 .
- 2► Déterminer le volume exact du cylindre en cm^3 .
- 3► Démontrer que la génératrice $[SA]$ du cône mesure 5cm.
- 4► Quelle quantité de stevia est nécessaire pour l'ensemble de la classe ? Arrondir le résultat au litre.



- 5► Afin de réaliser un patron de cône, l'enseignant dessine le croquis ci-dessous (croquis 1) où α est l'angle au centre du cercle de centre S et de rayon 5cm qui intercepte l'arc d'extrémités A et A' .

CROQUIS 1



- a► Déterminer la longueur de l'arc de cercle d'extrémités A et A' . Justifier la réponse.
- b► En déduire la mesure de l'angle α au degré près.

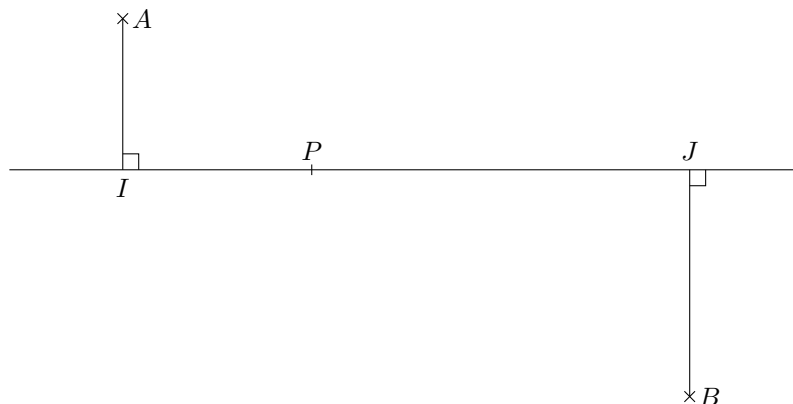
On rappelle que la longueur de l'arc de cercle d'extrémités A et A' est proportionnelle à l'angle au centre α et on pourra s'aider du tableau ci-dessous :

Angle au centre en degré qui intercepte l'arc d'extrémités A et A' .	Longueur de l'arc d'extrémités A et A' en cm.
α	
360	

- 6► Construire, à l'échelle $\frac{1}{2}$, le patron du saupoudreur.

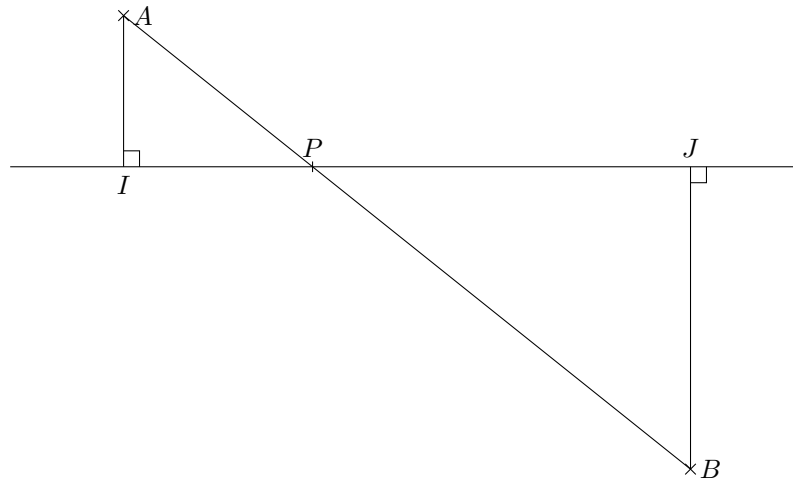
Exercice 53 (CRPE 2025 S2)

Alice et Bob vivent dans deux maisons situées de part et d'autre d'un ruisseau. Ils décident de construire un pont sur le ruisseau pour se rendre d'une maison à l'autre. Pour placer le pont, ils hésitent entre les deux possibilités. La figure ci-dessous représente le schéma qu'Alice et Bob ont réalisé de leur quartier. Les points A et B représentent leurs maisons respectives, la droite (IJ) représente le ruisseau et le point P la position du pont. Sur ce schéma et dans tout l'exercice, on considère le ruisseau rectiligne et sa largeur négligeable. On sait que $IJ = 120\text{m}$, $IA = 30\text{m}$ et $JB = 46\text{m}$. On note x la longueur, en mètre, du segment $[IP]$.



- 1► **Première possibilité** : le pont sera placé à l'intersection du segment reliant les deux maisons et du segment représentant le ruisseau. La figure 1 ci-dessous (qui n'est pas à l'échelle) représente la modélisation de cette première possibilité.

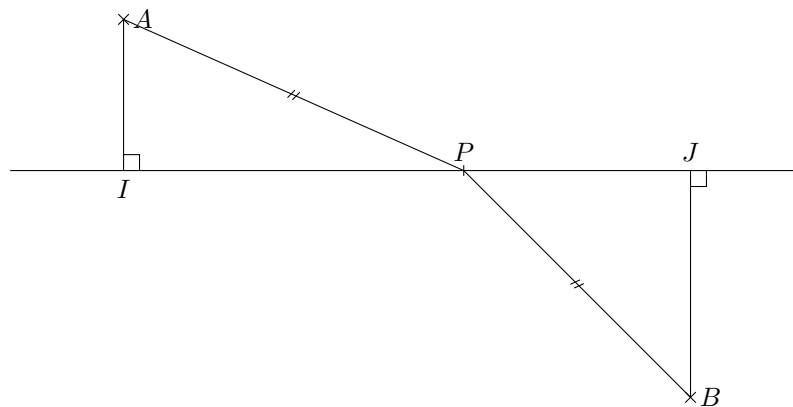
Figure 1



Déterminer la longueur du segment $[IP]$ dans cette configuration. On donnera le résultat arrondi au mètre.

- 2► **Deuxième possibilité** : le pont sera placé sur le ruisseau à égale distance des deux maisons. La figure 2 ci-dessous (qui n'est pas à l'échelle) représente la modélisation de cette seconde possibilité.

Figure 2

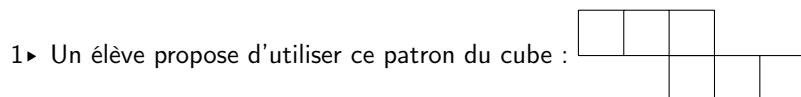


- a► Déterminer AP^2 et PB^2 en fonction de x .
 - b► En déduire que la longueur du segment $[IP]$, arrondie au mètre, est égale à 65m.
- 3► Le pont est construit selon la seconde possibilité.
- a► Alice part de chez elle pour se rendre chez Bob en suivant le chemin $[AP]$ puis $[PB]$. Elle marche à une vitesse moyenne de 4,5km/h. Combien de temps met-elle pour parcourir ce trajet ? Donner le résultat en minutes et secondes, arrondi à la seconde.
 - b► Bob part de chez lui en courant pour se rendre chez Alice en suivant le chemin $[BP]$ puis $[PA]$. Il met 57s pour parcourir ce trajet. Déterminer sa vitesse en km/h. Arrondir le résultat à l'unité.

7 – Scratch et tableur

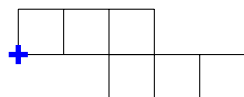
Exercice 54 (CRPE ext 2022)

Une enseignante travaille la notion de patron de solides avec ses élèves. Elle souhaite leur faire construire des dés cubiques, de 3 cm de côté.



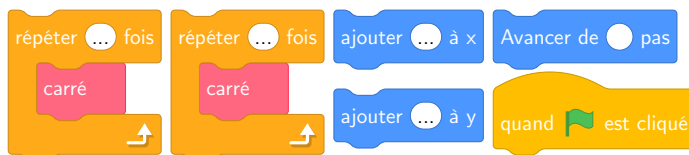
À l'aide du logiciel Scratch, on souhaite écrire un algorithme permettant de construire ce patron. Le Lutin est initialement orienté vers la droite et 1 pas de Lutin mesurera 0,05cm.

- a► Recopier et compléter, avec les trois nombres manquants, le bloc « carré » ci-contre, permettant de construire le premier carré de gauche, en partant du sommet inférieur gauche.

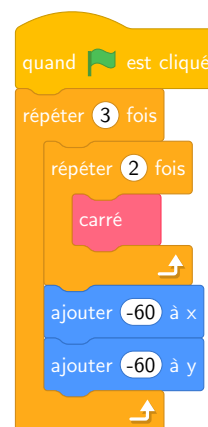


- b► Reproduire le patron et indiquer la position du stylo, à la fin de ce bloc « carré ».

- c► Le bloc « carré » étant défini, ordonner, recopier et compléter les instructions ci-contre pour que l'algorithme permette de construire ce patron de cube.



- 2► L'algorithme ci-contre permet de représenter un nouveau patron de cube. Dessiner ce patron à main levée.



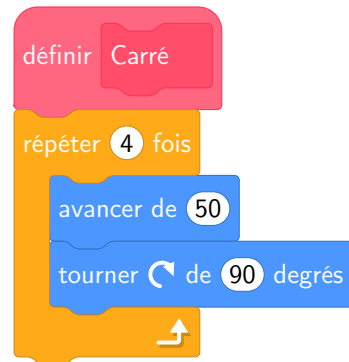
Exercice 55 (CRPE ext 2A 2023)

On considère les deux scripts ci-dessous.

Script principal

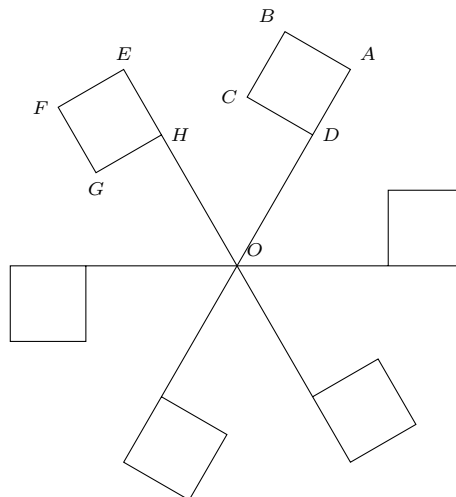


Bloc carré



On rappelle que l'instruction **tourner de 90 degrés** signifie que l'on se dirige vers la droite.

- 1► Représenter sur la copie la figure réalisée par le script principal. Le lutin se déplace selon le nombre de pixels défini. On représentera 25 pixels par 1cm.
- 2► On souhaite réaliser la figure ci-dessous en modifiant les scripts ci-dessus.



- a► Quelles modifications doit-on apporter aux lignes A , B et C pour obtenir cette figure ?
- b► Proposer une transformation géométrique, dont on donnera les caractéristiques, permettant de passer du carré $ABCD$ au carré $EFGH$.

Exercice 56 (CRPE ext 2A 2023)

Les effectifs et les salaires mensuels des différents employés d'une entreprise sont inscrits dans la feuille de calcul suivante :

	A	B	C	D	E	F
1	Fonction dans l'entreprise	Ouvrier	Technicien	Secrétaire	Cadre	Directrice
2	Effectif	4	5	2	3	1
3	Salaire brut (€)	1923	2307	2693	4200	5500
4	Charges (22%)					
5	Salaire net (€)					
6						

Dans la suite de l'exercice, on considère que les charges s'élèvent à 22% du salaire brut. Le salaire brut moins les charges est appelé salaire net.

- 1► Quelle est l'étendue des salaires mensuels bruts dans cette entreprise ?
- 2► Montrer que le salaire mensuel net de la directrice est de 4290€.
- 3► Le comptable souhaite calculer le salaire mensuel net des autres employés.
Quelle formule doit-il écrire dans la cellule B4 pour calculer les charges sociales d'un ouvrier ? Cette formule doit pouvoir être étendue pour calculer les charges dans toutes les colonnes.
- 4► Quelle formule entrer dans la cellule B5 pour calculer le salaire net de l'ouvrier ? Cette formule doit pouvoir être étendue pour calculer les salaires nets dans toutes les colonnes.
- 5► Calculer le salaire mensuel brut moyen dans cette entreprise. Arrondir à l'euro.
- 6► Déterminer la médiane des salaires mensuels bruts de cette entreprise.
- 7► L'entreprise envisage l'embauche d'un nouvel ingénieur. Celui-ci souhaite un salaire net de 3200€. À combien doit s'élever son salaire brut ? Arrondir à l'euro.

Exercice 57 (CRPE ext A2 2024)

On rappelle ci-dessous le fonctionnement du bloc « s'orienter à » dans le langage Scratch.

s'orienter à 0

Orienté le lutin vers la droite



s'orienter à 90

Orienté le lutin vers le haut



s'orienter à -90

Orienté le lutin vers le bas



s'orienter à 180

Orienté le lutin vers la gauche



On écrit sur Scratch les trois programmes donnés ci-dessous. Ils permettent de tracer des segments en pressant une des trois touches du clavier a, b ou c.

quand la touche a est pressée

s'orienter à 90

stylo en position d'écriture

avancer de 20 pas

relever le stylo

Programme de la touche a

quand la touche b est pressée

s'orienter à -90

stylo en position d'écriture

avancer de 20 pas

relever le stylo

Programme de la touche b

quand la touche c est pressée

s'orienter à 0

stylo en position d'écriture

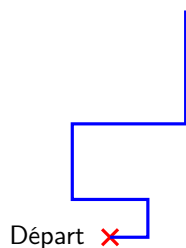
avancer de 20 pas

relever le stylo

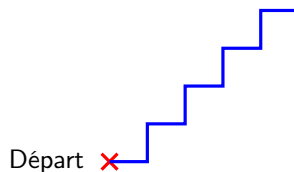
Programme de la touche c

- 1► Parmi les trois propositions ci-dessous, une seule ne pourra pas être réalisée par un enchaînement des touches a, b, c. Laquelle ? Expliquer.

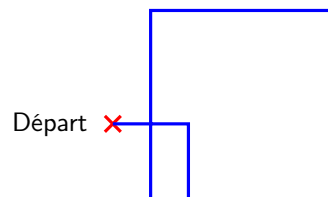
Proposition 1



Proposition 2



Proposition 3

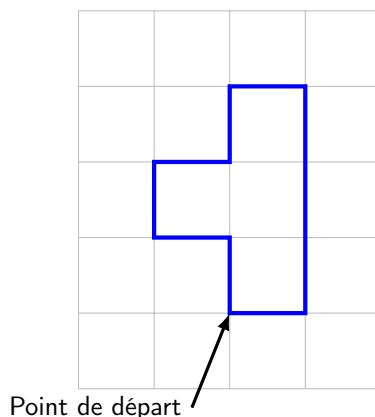


- 2▶ En prenant 1cm pour 10 pas, tracer la figure obtenue après avoir réalisé l'enchaînement de touches suivant : cccaaccbb.
- 3▶ On a ajouté un quatrième programme ci-contre, appelé Programme d, associé à la touche d.
Donner un enchaînement de touches permettant d'obtenir un rectangle de longueur 80 pas et dont les diagonales mesurent 100 pas.
Expliquer les étapes du raisonnement suivi.



Exercice 58 (CRPE ext A2 2025)

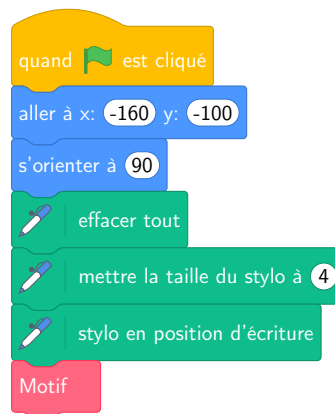
Une enseignante a proposé à trois élèves de la classe, Apolline, Kylian et Sakhina de tracer le motif ci-dessous à l'aide du logiciel Scratch.



Le quadrillage est constitué de carrés de 10 pixels de côté.

Elle a donné aux trois élèves un script commun à intégrer dans leur programme.

On rappelle que pour le logiciel Scratch, « s'orienter à 90 » signifie « s'orienter vers la droite ».



Chaque élève a produit un script définissant le bloc motif reproduit ci-dessus.

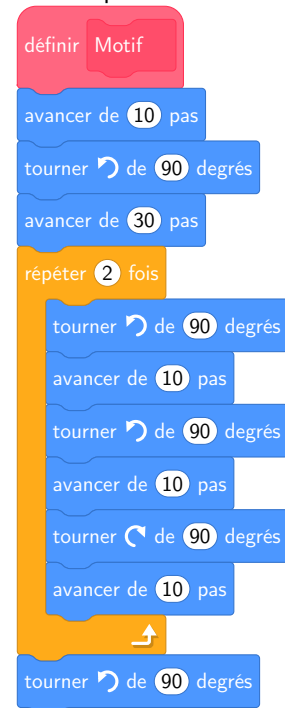
Script d'Apolline



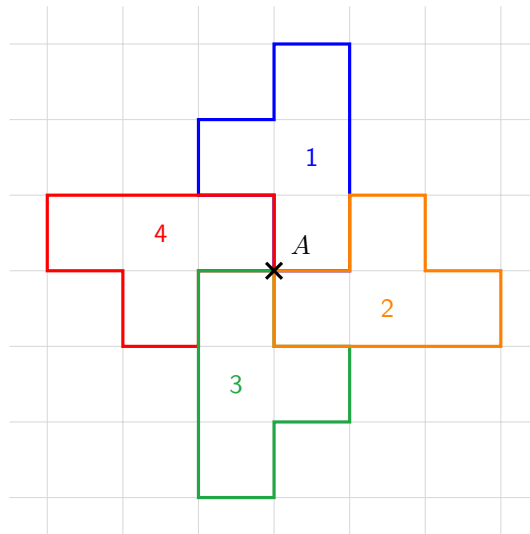
Script d'Kylan



Script d'Sakhina



- 1► Tracer le motif obtenu par Apolline si elle appuie sur le drapeau, en prenant pour échelle : 1cm pour 10 pixels.
- 2► Quel élève a un script permettant d'obtenir le motif souhaité ?
- 3► On utilise ce motif pour obtenir la figure ci-dessous.

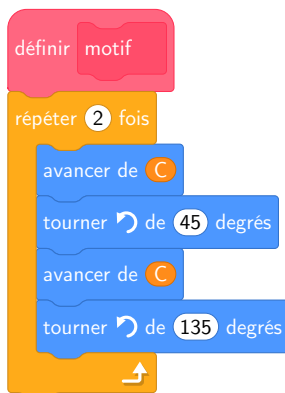


Quelle est la nature de la transformation du plan qui permet de passer à la fois du motif 1 au motif 2, du motif 2 au motif 3 et du motif 3 au motif 4 ? Préciser les éléments caractéristiques de cette transformation.

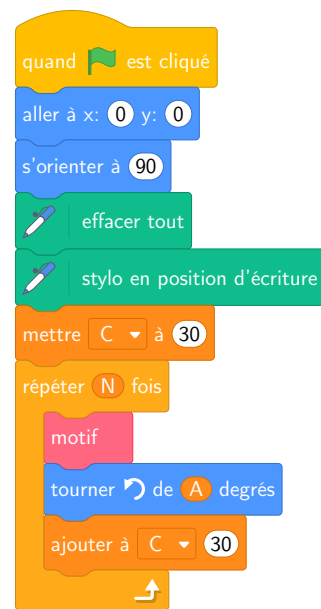
Exercice 59 (CRPE 2022 S1)

Les programmes suivants ont été écrits avec le logiciel Scratch.

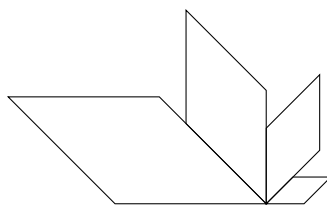
Programme 1



Programme 2

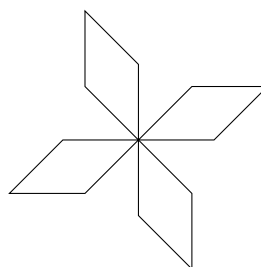


- 1► En prenant $C = 50$ et 1cm pour 10 pixels, tracer la figure construite en utilisant le Programme 1.
- 2► Quelle est la nature de la figure tracée ? Justifier la réponse.
- 3► On écrit le programme 2 en utilisant le bloc précédent, afin d'obtenir la figure représentée ci-après.



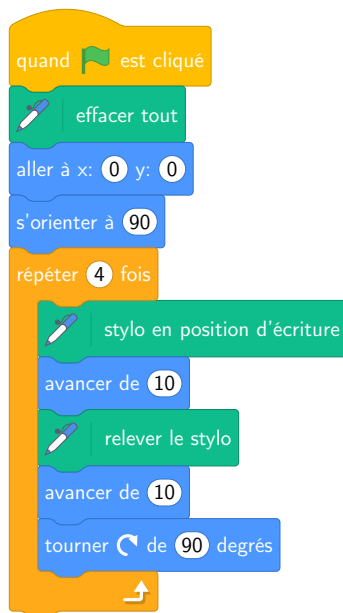
On rappelle que **s'orienter à** oriente le lutin vers la droite pour la valeur 90, à gauche pour -90 , en haut pour 0 et en bas pour 180.

- a► Quelles valeurs attribuer aux lettres A et N dans le programme 2 pour obtenir la figure correspondante ?
 - b► Quelle est la valeur de la variable C une fois le programme exécuté ?
- 4► Comment peut-on modifier le programme 2 pour obtenir la figure ci-contre pour laquelle chaque segment mesure 30 pixels ?



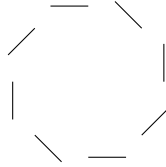
Exercice 60 (CRPE 2022 S3)

Voici un programme écrit avec le logiciel Scratch.



- 1► Représenter la figure obtenue lorsque le programme est exécuté. On prendra 1mm pour 1 pixel.
 - 2► Marie souhaite obtenir la figure ci-dessous où chaque tiret mesure 10 pixels et est séparé du précédent de 10 pixels. Quelle(s) modification(s) doit-elle apporter au programme ?
- _____
- 3► a► Léo souhaite modifier le programme donné pour que l'on obtienne la figure ci-dessous. Quelle(s)

modification(s) doit-il apporter au programme de départ ?

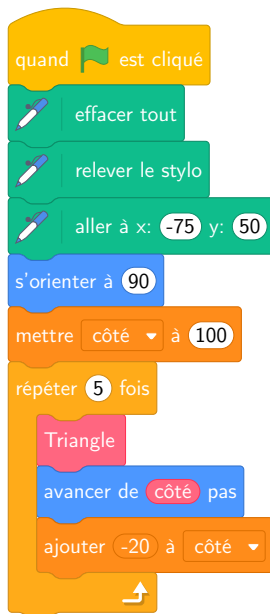


b► Quel type de transformation géométrique permet de passer d'un tirt à un autre ?

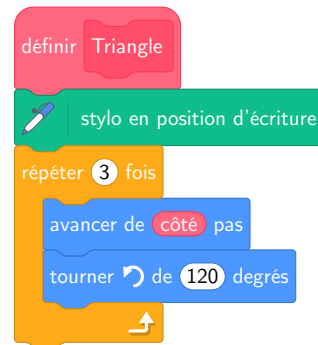
Exercice 61 (CRPE 2023 S1)

On donne le programme ci-contre qui permet de tracer des triangles de tailles différentes. Ce programme comporte une variable nommée « côté ». Les longueurs sont données en pixels.

Script



Bloc Triangle



On rappelle que l'instruction `s'orienter à 90` signifie que l'on se dirige vers la droite.

- 1► Répondre aux questions suivantes sans justifier.
L'utilisateur clique sur le drapeau.
 - a► Quelles sont les coordonnées du point de départ du tracé ?
 - b► Combien de triangles sont dessinés par le script ?
 - c► Quelle est la nature des triangles dessinés ?
 - d► Quelle est la longueur (en pas) d'un côté du deuxième triangle tracé ?
- 2► Tracer le dessin obtenu par ce programme en prenant comme échelle 1cm pour 20 pas.
- 3► Si au lieu de triangles on voulait obtenir des hexagones réguliers, que devrait-on changer dans les instructions du bloc triangle ?

Exercice 62 (CRPE 2024 S1)

Le directeur d'une école primaire organise un tournoi sportif pour les élèves de CE2 et de CM1 des écoles de la ville. Au total, on compte 72 élèves de CE2 et 108 élèves de CM1 répartis dans quatre écoles.

Partie A

Le directeur souhaite que les équipes soient composées selon les règles suivantes :

- ▶ le nombre d'élèves de CE2 doit être identique dans toutes les équipes.
- ▶ le nombre d'élèves de CM1 doit être identique dans toutes les équipes.

- 1▶ Le directeur envisage dans un premier temps de constituer 14 équipes avec un maximum d'élèves des deux niveaux (sans nécessairement sélectionner tous les élèves).
 - a▶ Donner la composition de chaque équipe.
 - b▶ Dans ces conditions, combien d'élèves ne participeront pas au tournoi ?
- 2▶ Le directeur change d'avis : il souhaite que tous les élèves puissent participer. Pour cela, il cherche à déterminer le nombre d'équipes adéquat.
 - a▶ Peut-il constituer 8 équipes ? Justifier.
 - b▶ Décomposer 72 et 108 en produit de facteurs premiers.
 - c▶ En déduire la liste des diviseurs communs à 72 et 108.
 - d▶ Quel nombre d'équipes maximal le directeur peut-il constituer ? Préciser alors la composition de chaque équipe.

Partie B

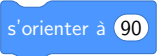
Le tableau ci-dessous indique la répartition des élèves de CE2 et de CM1 qui participent au tournoi selon leur école de scolarisation :

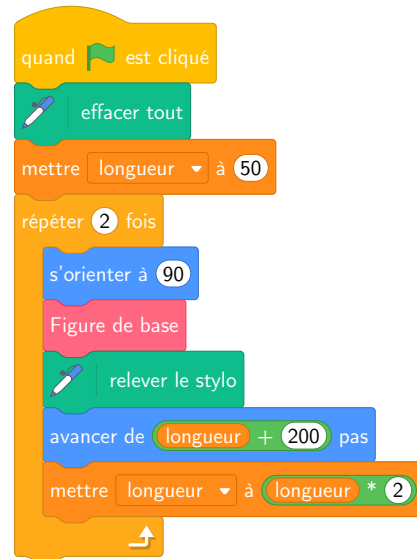
École	Aimé Césaire	Irène Joliot-Curie	Lucie Aubrac	Victor Hugo
Effectif en CE2	20	22	14	16
Effectif en CM1	24	19	34	31

- 1▶ Parmi les élèves de l'école Irène Joliot-Curie qui participent au tournoi, quelle est la proportion d'élèves de CE2 ? Donner le résultat en pourcentage arrondi à l'unité.
- 2▶ Calculer le nombre moyen d'élèves en classe de CM1 sur l'ensemble des quatre écoles.
- 3▶ On choisit un élève au hasard parmi tous les élèves qui participent au tournoi. Quelle est la probabilité qu'il soit en CM1 ?
- 4▶ On choisit un élève au hasard parmi les élèves de CE2 qui participent au tournoi. Quelle est la probabilité qu'il soit scolarisé à l'école Aimé Césaire ? Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

Exercice 63 (CRPE 2024 S3)

Dans le script du programme Scratch ci-dessous, on précise que « longueur » est une variable.

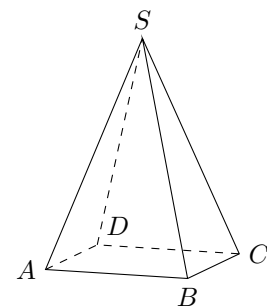
On rappelle que l'instruction  signifie s'orienter vers la droite.



- 1► Quelle est la nature de la figure obtenue en effectuant le bloc « figure de base » ?
- 2► En prenant 1 mm pour 5 pas, tracer la figure obtenue après avoir cliqué sur le drapeau vert.
- 3► On souhaite désormais que la figure de base soit un triangle équilatéral.
 - a► Quelle(s) modification(s) doit-on effectuer dans le bloc « figure de base » ?
 - b► Quel est le rapport entre les aires des deux triangles obtenus ?

Exercice 64 (CRPE 2025 S1)

On considère la pyramide régulière $SABCD$, représentée ci-contre.
 La base de la pyramide $SABCD$ est un carré $ABCD$ de côté 4cm.
 Les faces latérales SAB , SBC , SCD et SDA sont des triangles équilatéraux.

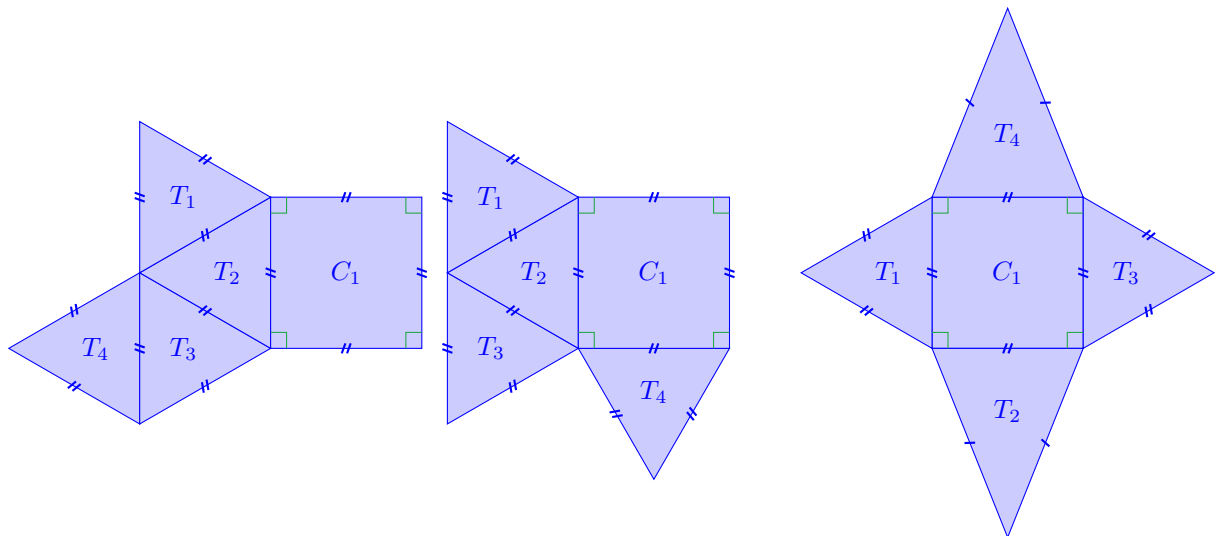


- 1► Les trois figures ci-dessous ne sont pas dessinées en vraie grandeur.
- 2► Montrer que le triangle ASC est rectangle isocèle en S .
 Pour chaque figure, indiquer si elle représente ou non un patron de la pyramide $SABCD$. Justifier les réponses.

Figure 1

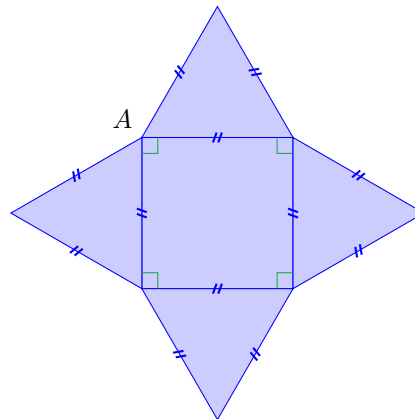
Figure 2

Figure 3



3► La figure 4 ci-dessous est un patron de la pyramide $SABCD$. Il n'est pas représenté en vraie grandeur.

Figure 4



Le programme incomplet ci-dessous réalisé à l'aide du logiciel Scratch permet de construire la figure 4 en partant du point A .

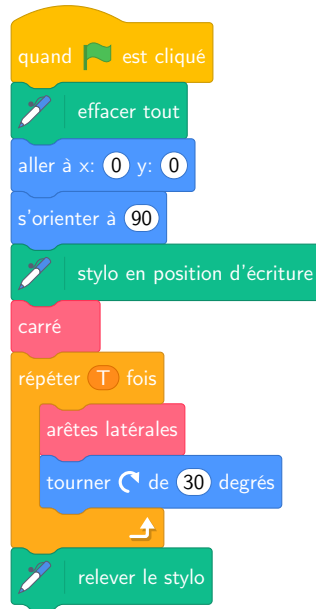
En prenant 1cm pour 20 pas, déterminer, sans justifier, les valeurs à attribuer aux lettres M , N , P , R et T pour que le script proposé ci-dessous permette de construire cette figure.

Le point de départ de la figure a pour coordonnées $(0; 0)$. On rappelle que la commande « s'orienter à 90 » permet de s'orienter vers la droite.

s'orienter à 90



Script



Blocs



Exercice 65 (CRPE 2025 S2)

On considère le programme ci-dessous écrit à l'aide du logiciel Scratch.



Lorsque le drapeau de la première instruction est cliqué, le lutin demande la valeur de a puis il trace une figure à l'écran. On admet que la figure tracée est un triangle rectangle isocèle.

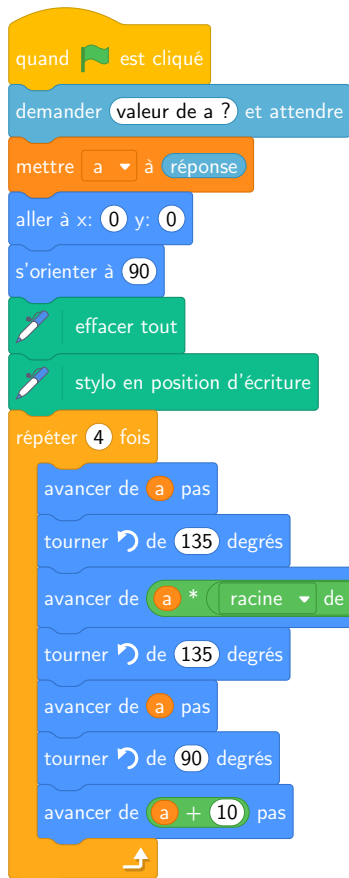
On rappelle que «s'orienter à 90 » signifie que le lutin s'oriente vers la droite.

s'orienter à 90

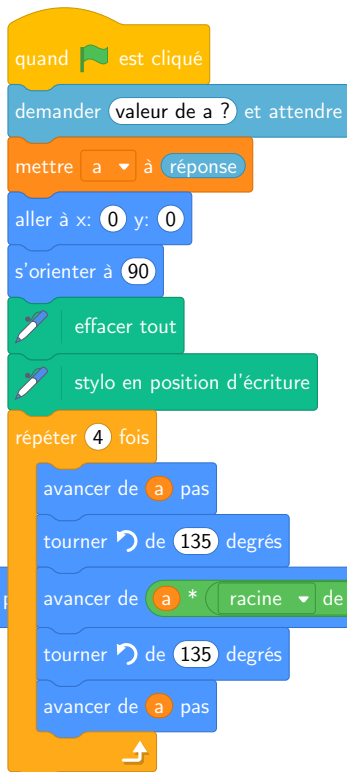


- 1► On suppose pour cette question que $a = 40$. Tracer sur la copie, à la règle graduée et au compas, la figure obtenue à l'écran en choisissant comme échelle 1cm pour représenter 10 pas. Laisser apparents les traits de construction. Aucune justification n'est attendue.
- 2► Indiquer l'orientation du lutin à la fin du programme. Aucune justification n'est attendue.
- 3► On modifie le programme de trois façons différentes. On obtient les 3 programmes ci-dessous.

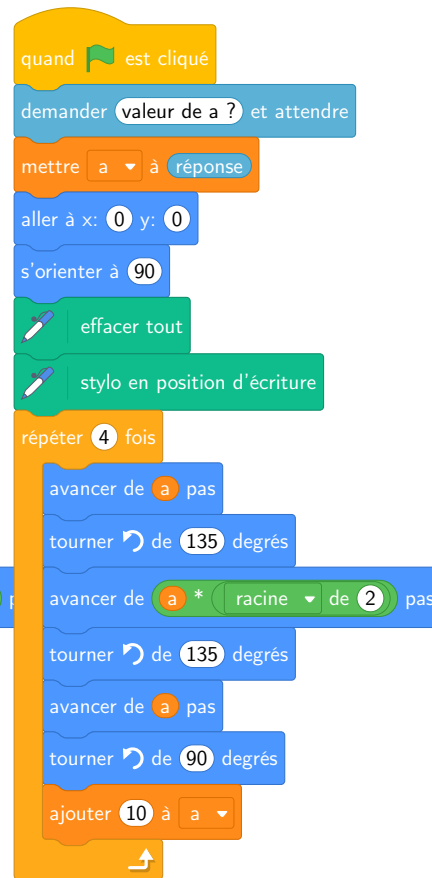
Programme A



Programme B



Programme C



Chacun des trois programmes permet d'obtenir l'une des quatre figures ci-dessous.

Figure 1

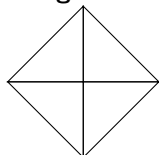


Figure 2

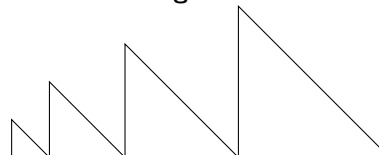
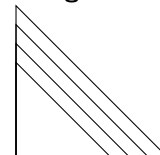


Figure 3



Figure 4



Associer, sans justifier, chaque programme à la figure correspondante.

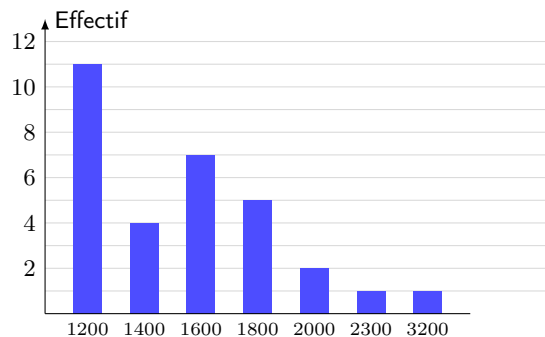
8 – QCM et affirmations en vrac

Exercice 66 (CRPE ext A2 2024)

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.
Une réponse sans justification ne sera pas prise en considération lors de la correction.

- 1► La répartition des salaires mensuels des employés d'une entreprise est présentée dans le diagramme en barres ci-dessous.

Affirmation 1 : le salaire médian dans cette entreprise est de 1800€.



- 2► **Affirmation 2** : le quotient d'un nombre décimal par un nombre décimal non nul est un nombre décimal.
3► Paul mange les deux cinquièmes d'un paquet de 40 gâteaux. Il donne les trois huitièmes de ce qu'il reste à sa sœur.

Affirmation 3 : Paul a donné 15 gâteaux à sa sœur.

- 4► Soient a et b deux nombres entiers.

On effectue la division euclidienne du nombre a par 13. Le reste obtenu est 9.

On effectue la division euclidienne du nombre b par 13. Le reste obtenu est 4.

Affirmation 4 : le nombre $a + b$ est divisible par 13.

- 5► **Affirmation 5** : l'image par une fonction linéaire de la somme de deux nombres est égale à la somme des images de ces deux nombres.

Exercice 67 (CRPE ext A2 2025)

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.
Une réponse sans justification ne sera pas prise en considération lors de la correction.

- 1► **Affirmation 1** : la fonction $f : x \mapsto -\frac{7}{3}x$ est une fonction affine.
2► **Affirmation 2** : le prix d'un objet est passé de 28€ à 56€. Son prix a donc augmenté de 200%.
3► **Affirmation 3** : pour tout nombre x , l'expression $A = (2x + 3)(x - 5) - 2x^2$ est égale à l'expression $B = -3(x - 5) - 4x$.
4► **Affirmation 4** : tout carré est un losange.
5► **Affirmation 5** : soient a et b deux nombres décimaux non nuls. Le quotient de a par b est un nombre décimal.
6► **Affirmation 6** : il existe deux nombres décimaux non nuls a et b tels que le quotient de a par b est un nombre décimal.

Exercice 68 (CRPE 2022 S3)

Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Donner la bonne réponse en la justifiant.

Une réponse erronée n'enlève pas de point. Une réponse non justifiée ne rapporte pas de point.

- 1► Quel est le volume d'un cylindre d'une hauteur de 6cm et de base un disque d'un diamètre de 8cm ? On rappelle que le volume d'un cylindre se calcule avec la formule suivante : aire de la base $\times$ hauteur.

a► $48\pi\text{cm}^3$ b► $96\pi\text{cm}^3$ c► $144\pi\text{cm}^3$ d► $384\pi\text{cm}^3$

- 2► Le 1^{er} juin, Nicolas lance une rumeur en la partageant avec trois personnes. Chaque jour, une personne prévenue la veille prévient trois nouvelles personnes qui ne sont pas encore informées. Combien de personnes apprennent la rumeur le 10 juin ?

a► 30 b► 1000 c► 59049 d► 177147

- 3► Le prix d'un article subit une hausse de 10% suivie d'une baisse de 10% quelques semaines plus tard. Au final :

a► le prix de l'article a baissé de 1%. c► le prix de l'article a augmenté de 1%.
b► l'article a retrouvé son prix initial. d► le prix de l'article a augmenté de 5%.

- 4► $\frac{4}{25}$ est...

a► un nombre réel mais n'est pas un nombre rationnel.
b► un nombre rationnel mais n'est pas un nombre décimal.
c► un nombre décimal mais n'est pas un nombre entier.
d► un nombre entier.

- 5► Le quart de $\frac{4}{12}$ est...

a► $\frac{1}{3}$ b► $\frac{4}{3}$ c► $\frac{16}{48}$ d► $\frac{4}{48}$

- 6► $\frac{2}{3} \times 5 + 5 \times \frac{1}{3}$ est égal à :

a► 5 b► $\frac{20}{9}$ c► $\frac{15}{15}$ d► $\frac{20}{90}$

- 7► Le triangle ABC est rectangle en B . De plus, $AB = 8\text{cm}$ et $AC = 10\text{cm}$. L'aire du triangle ABC est...

a► 24cm^2 b► 40cm^2 c► 48cm^2 d► 80cm^2

Exercice 69 (CRPE 2023 S3)

Pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie ou fausse. Justifier.

Affirmation 1 : « 257 est un nombre décimal. »

Affirmation 2 : « $\frac{7}{3} - 8$ est un nombre rationnel. »

Affirmation 3 : « la somme de trois nombres entiers consécutifs est toujours un multiple de 3. »

Affirmation 4 : « l'équation $(x+1)(x-2) = (x-3)(x+4)$ admet un nombre entier comme solution. »

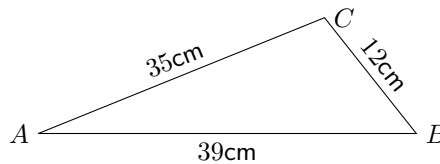
Affirmation 5 : « augmenter une quantité de 15% puis de 10% revient à l'augmenter de son quart. »

Affirmation 6 : « un quadrilatère ayant un angle droit est un rectangle. »

Affirmation 7 : « un triangle rectangle peut être équilatéral. »

Affirmation 8 : « par la fonction f définie par $f(x) = -3x + 1$, l'antécédent de 4 est -11 . »

Affirmation 9 : « le triangle ABC , schématisé ci-dessous, est rectangle. »



Affirmation 10 : « si on multiplie par 3 les longueurs des côtés d'un rectangle, alors son aire est également multipliée par 3. »

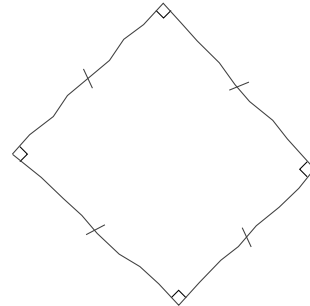
Exercice 70 (CRPE 2024 S1)

Partie A

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

Une réponse sans justification ne sera pas prise en considération lors de la correction.

- 1► Le nombre 1,63 est un nombre rationnel.
- 2► Tout nombre réel x vérifiant $x < -4$ appartient à l'intervalle $] -\infty; -6]$.
- 3► Le croquis ci-contre représente un carré.



Partie B

Pour chacune des questions ci-dessous, plusieurs réponses sont proposées, une seule est exacte. Pour chaque question, écrire sur la copie la lettre correspondant à la bonne réponse. Aucune justification n'est attendue.

- 1► L'équation $7x - 9 = 0$ a pour solution

A► 1,29

B► $-1,29$

C► $\frac{9}{7}$

D► $\frac{7}{9}$

- 2► L'inéquation $5 - 4x \geq 0$ a pour solution les nombres x tels que

A► $x \geq -1,25$

B► $x \geq 1,25$

C► $x \leq 0,8$

D► $x \leq 1,25$

- 3► On considère ce problème : Zoé a 7 crayons de plus que Léa. À elles deux, elles en ont 31.

Soit x le nombre de crayons de Zoé. Une équation qui permet de calculer le nombre de crayons de Zoé est :

A► $2x - 7 = 31$

B► $2x + 7 = 31$

C► $31 - 2x = 7$

D► $x + 7 = 31$

- 4► On considère le problème suivant :

Je suis un nombre. Si on me retranche 5, puis on multiplie le résultat par 2, le résultat est strictement supérieur à mon quadruple. Qui suis-je ?

Soit x le nombre cherché. Une inéquation qui permet de traduire ce problème est :

A► $x - 5 \times 2 > 4x$

B► $2x - 5 > 4x$

C► $x - 5 > 2x$

D► $2x - 10 > 4$

Exercice 71 (CRPE 2024 S3)

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.
Une réponse sans justification ne sera pas prise en considération lors de la correction.

- 1► Toute fraction est un nombre décimal.
- 2► Tout nombre entier relatif est un nombre décimal.
- 3► Le carré d'un nombre impair est impair.
- 4► Le produit de deux nombres est supérieur ou égal à chacun de ces deux nombres.
- 5► Augmenter un prix de 15% puis le diminuer de 15% le ramène à sa valeur initiale.

Exercice 72 (CRPE 2025 S2)

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer, en justifiant, si elle est vraie ou fausse. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

- 1► **Affirmation 1** : $\frac{35}{7}$ n'est pas un nombre décimal.
- 2► **Affirmation 2** : 22,9 est un nombre rationnel.
- 3► **Affirmation 3** : La somme de sept nombres entiers consécutifs est un multiple de 7.
- 4► Un nombre entier positif est parfait signifie qu'il est égal à la somme de ses diviseurs positifs stricts (tout diviseur hormis lui-même). Par exemple, 6 est un nombre parfait car $6 = 1 + 2 + 3$.
Affirmation 4 : 496 est un nombre parfait.
- 5► **Affirmation 5** : Quelque soit le nombre réel positif x , la racine carrée de x est inférieure ou égale à x .
- 6► **Affirmation 6** : Tout rectangle a pour axes de symétrie ses diagonales.

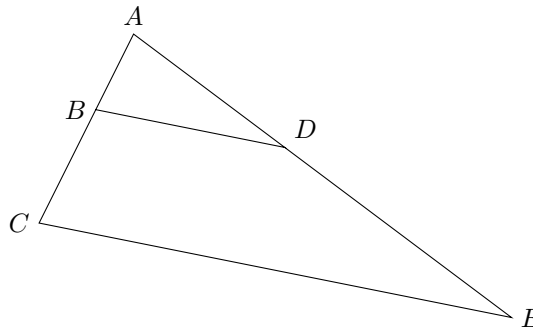
Exercice 73 (CRPE 2025 S3)

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer, en justifiant, si elle est vraie ou fausse. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

- 1► On donne la série de nombres suivante.

$$4 - 16 - 8 - 15 - 10 - 17 - 10 - 6 - 12 - 9 - 14$$

- Affirmation 1** : la médiane de cette série est égale à 11.
- 2► Le 4 août 2024, lors d'une épreuve d'athlétisme, Noah Lyles a remporté le titre olympique du 100m en réalisant un temps de 9,79s.
Affirmation 2 : Noah Lyles a couru à une vitesse moyenne supérieure à 37km/h.
- 3► **Affirmation 3** : l'aire d'un carré est proportionnelle à la longueur de son côté.
- 4► Sur la figure ci-dessous, les droites (BC) et (DE) sont sécantes en A et les droites (BD) et (CE) sont parallèles. $AB = 3\text{cm}$; $BC = 5\text{cm}$ et $CE = 12\text{cm}$.



Affirmation 4 : $BD = 4,4\text{cm}$.

9 – Problèmes transversaux

Exercice 74 (CRPE ext 2022)

Partie A

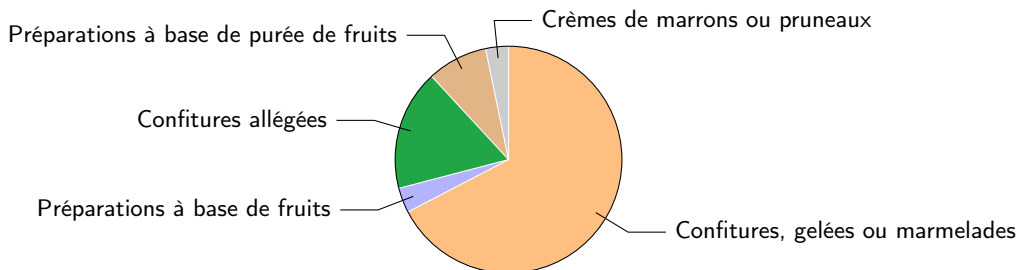
Une enquête réalisée dans le secteur des confitures (ensemble des produits de type confitures à base de fruits) a permis d'étudier l'évolution de l'offre entre 2009 et 2017.

Le tableau ci-dessous présente la répartition par année des différentes familles de produits. Les effectifs indiqués correspondent au nombre de marques. Par exemple, en 2009, il y avait sur le marché 227 marques différentes proposant des produits du type « confitures, gelées ou marmelades ».

FAMILLES DE PRODUITS	2009	2017
Confitures, gelées ou marmelades	227	452
Préparations à base de fruits	12	103
Confitures, gelées ou marmelades allégées	58	121
Préparations à base de purée de fruits	29	73
Crèmes de marrons ou pruneaux	11	32
TOTAL	337	781

(Source : oqali.fr, OQALI_2019_Rapport_evolution_Confitures.pdf)

- 1► a► On sait qu'entre 2009 et 2010 le nombre de marques de la famille « Confitures, gelées ou marmelades allégées » a augmenté de 58,6%. Calculer le nombre de marques dans cette catégorie en 2010 ; on arrondira à l'entier.
- b► On sait qu'entre 2010 et 2017 le nombre de marques de la famille « Confitures, gelées ou marmelades » a augmenté de 52,7%. Quel était le nombre de marques dans cette catégorie en 2010 ? On arrondira le résultat à l'entier.
- 2► Calculer l'augmentation, en pourcentage, du nombre de marques des « Crèmes de marrons ou pruneaux » entre 2009 et 2017. On donnera le résultat arrondi au dixième d'unité de pourcentage.
- 3► Le diagramme circulaire ci-dessous représente la répartition des marques par familles de produits en 2009. Calculer la mesure, au degré près, de l'angle correspondant aux « Confitures, gelées ou marmelades ».



Répartition des marques par famille de produits en 2009

Partie B

Un micro-entrepreneur se lance dans la fabrication artisanale de confitures de fruits. On appelle préparation le mélange avant cuisson de fruits et de sucre ajouté. La masse des autres ingrédients pouvant intervenir dans la recette sera négligée.

- 1► Il souhaite choisir une recette dont la préparation a une proportion de sucre ajouté comprise entre 20% et 30% pour obtenir une consistance satisfaisante après cuisson.

PROGRAMME DE CALCUL

Préparation 1 : 240g de sucre ajouté pour 1kg de fruits.

Préparation 2 : $\frac{3}{4}$ de fruits et $\frac{1}{4}$ de sucre ajouté.

Préparation 3 : 330g de sucre ajouté pour 1,5kg de préparation

Parmi ces trois préparations, laquelle ou lesquelles peut-il choisir pour respecter son choix ? Justifier.

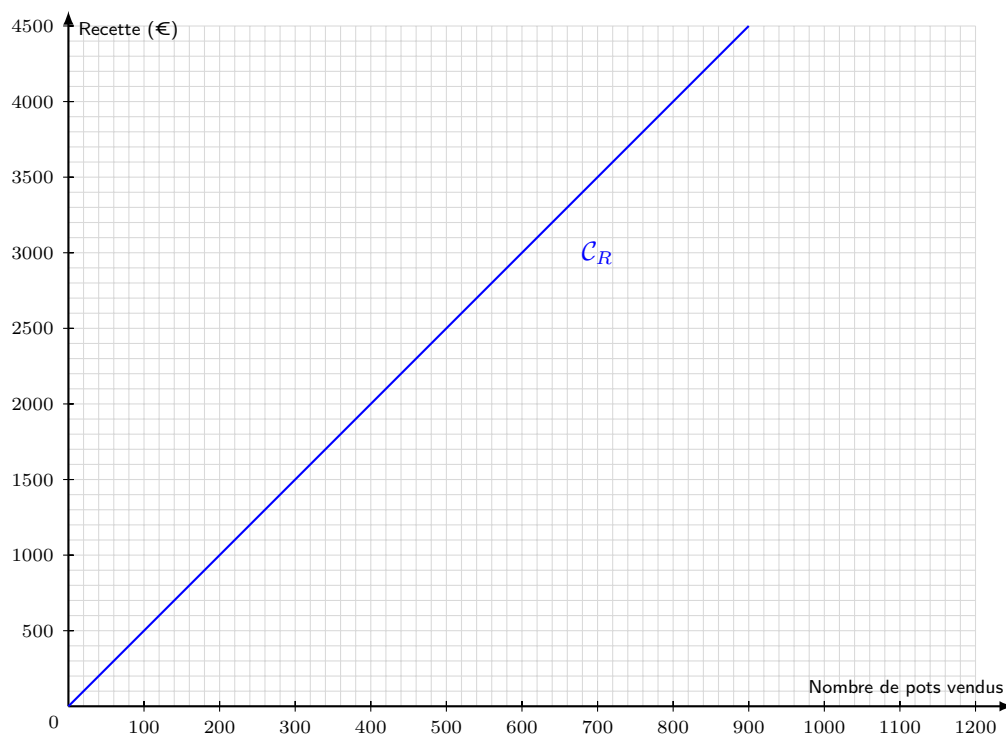
2► Le micro-entrepreneur choisit la préparation 2.

- a► Pour 1kg de fruits quelle masse de sucre, arrondie au gramme, devra-t-il ajouter ?
- b► Il doit indiquer sur les étiquettes des pots de confitures : « préparé avec... g de fruits pour 100g de produit fini », le produit fini étant la confiture après cuisson. Le microentrepreneur estime que 100g de préparation donneront 83g de produit fini. Que devra-t-il inscrire sur son étiquette ? Justifier. On arrondira la masse au gramme.
- c► Pour connaître la proportion exacte de sucre avant cuisson, il faut tenir compte aussi du sucre naturellement présent dans les fruits. En considérant que les fruits utilisés contiennent naturellement 10% de sucre, montrer qu'avec la recette retenue, le pourcentage de sucre dans la préparation est égal à 32,5%.

Partie C

Le micro-entrepreneur s'intéresse dans cette partie à la rentabilité de son entreprise.

- 1► La courbe ci-dessous est la représentation graphique C_R de la fonction R qui modélise la recette obtenue (en euros) en fonction du nombre de pots vendus.



- a► Quelle est la nature de cette fonction ? Justifier.
 - b► En utilisant le graphique, estimer le prix auquel le micro-entrepreneur a décidé de vendre un pot de confiture.
- 2► On considère que tous les pots fabriqués sont vendus.
Les coûts de fabrication sont estimés par le micro-entrepreneur à 3,25€ par pot de confiture, auxquels s'ajoute une charge fixe mensuelle de 500€.

On note x le nombre de pots vendus et $F(x)$ le coût mensuel de production (intégrant les coûts de fabrication et les charges fixes) en fonction de x .

- a► Exprimer $F(x)$ en fonction de x .
- b► Reproduire sur la copie la courbe C_R et représenter graphiquement dans le même repère la fonction F .
- c► Par lecture graphique, estimer le nombre de pots vendus à partir duquel le microentrepreneur dégagera un bénéfice.
- d► Trouver le résultat exact par un calcul.

Partie D

On rappelle que le volume d'un prisme ou d'un cylindre est : $V = B \times h$, où B désigne l'aire de la base du prisme ou du cylindre et h sa hauteur.

Les confitures produites sont conditionnées dans des pots. Les pots sont remplis au maximum à 90% de leur volume.

- 1► Le pot n°1 est un cylindre, de hauteur 8 cm et de diamètre 7cm.
 - a► Déterminer le volume du pot n°1, en centimètre cube, arrondi à l'entier.
 - b► Quel volume maximum de confiture, en centimètre cube, arrondi à l'entier, peut-il contenir ?
- 2► Le pot n°2 est un prisme (figure A) dont la base (figure B) est un hexagone régulier de centre O. Sa hauteur est de 8cm et les côtés de l'hexagone régulier mesurent 4cm.

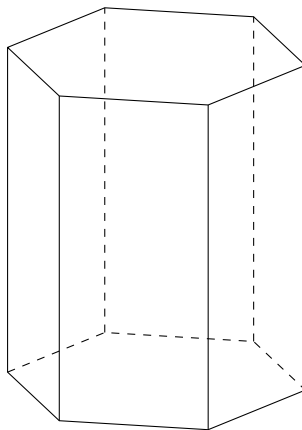


Figure A : pot n°2

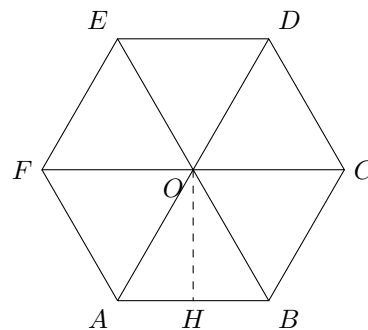


Figure B : base du pot

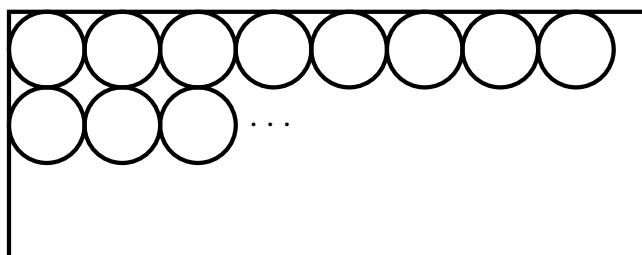
On admet que les six triangles OAB , OBC , OCD , ODE , OEF et OFA sont des triangles équilatéraux. On admet également que l'aire d'un triangle équilatéral ayant des côtés de longueur x est $\frac{\sqrt{3}}{4}x^2$.

- a► Montrer que l'aire de l'hexagone $ABCDEF$ est égale à $24\sqrt{3}\text{cm}^2$.
- b► En déduire le volume du pot n°2, en centimètre cube, arrondi à l'entier.
- c► Quel volume maximum de confiture, en centimètre cube, arrondi à l'entier, peut-il contenir ?

Exercice 75 (Sujet 0 CRPE A2 – 2022)

Partie A

Alice veut réaliser une activité avec ses élèves de petite section de maternelle. Elle a besoin de découper 30 disques de 14 cm de rayon dans des feuilles de dimensions $120\text{cm} \times 80\text{cm}$, c'est-à-dire de 120 cm de longueur sur 80 cm de largeur. Elle aimerait les dessiner en occupant l'espace de chaque feuille en commençant en haut à gauche puis en continuant comme dans la figure ci-dessous.



- 1► Calculer l'aire de la feuille, en cm^2 .

Cette figure n'est pas à l'échelle.

- 2► a► Expliquer pourquoi Alice peut tracer au maximum 4 disques dans la longueur de la feuille.
 b► En déduire le nombre maximum de disques qu'elle pourra tracer dans cette feuille.
 c► Combien faut-il au minimum de feuilles pour dessiner les 30 disques ?
- 3► Représenter à l'échelle $1/8$ une feuille de dimensions $120\text{cm} \times 80\text{cm}$ avec les disques qu'elle peut contenir.
- 4► Calculer l'aire exacte d'un disque puis donner la valeur arrondie au centimètre carré près.

Dans la suite du problème, on considérera que l'aire d'un disque est de 616cm^2 .

- 5► a► Quelle est l'aire de papier non utilisé si Alice découpe 8 disques dans une feuille ? Quelle proportion, exprimée en pourcentage et arrondie à l'unité de pourcentage, de l'aire totale de la feuille cela représente-t-il ?
 b► Quelle est l'aire de papier non utilisé après avoir découpé 30 disques ? Quelle proportion, exprimée en pourcentage et arrondie à l'unité de pourcentage, de l'aire totale des feuilles utilisées cela représente-t-il ?
- 6► Pour limiter le gaspillage de papier, Alice veut choisir le format qui permettra d'obtenir le moins de chutes (en cm^2) tout en gardant la même disposition que précédemment. Elle a le choix entre plusieurs formats proposés par un fournisseur :

Nom	Dimensions
Raisin	$65\text{cm} \times 50\text{cm}$
Jésus	$75\text{cm} \times 56\text{cm}$
Impérial	$80\text{cm} \times 60\text{cm}$
Grand Aigle	$105\text{cm} \times 75\text{cm}$
Grand Monde	$120\text{cm} \times 80\text{cm}$

Pour obtenir les 30 disques, le format Grand Aigle permet-il d'obtenir moins de chutes (en cm^2) que le format Grand Monde ? Justifier la réponse.

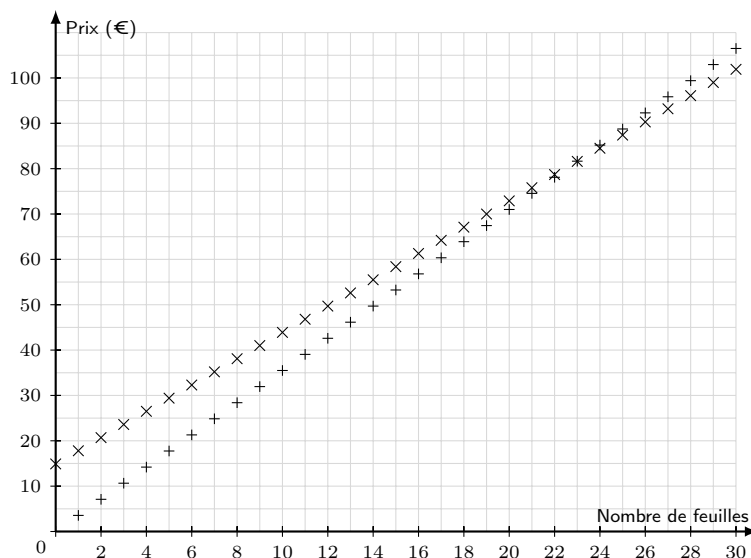
Partie B

D'autres classes veulent réaliser la même activité. La directrice se demande quel format permettra d'obtenir moins de chutes en fonction du nombre de disques à découper.

Pour cela, elle utilise un tableur :

	A	B	C	D	E	F	G
1			Surface des chutes (en cm ²)				
2	Nbr de disques	Aire des disques	Raisin	Jésus	Impérial	Grand aigle	Grand monde
3	1	616	2634	3584	4184	7259	8984
4	2	1232	2018	2968	3568	6643	8368
5	3	1848	4652	2352	2952	6027	7752
6	4	2464	4036	1736	2336	5411	7136
7	5	3080	6670	5320	6520	4795	6520
8	...	...	...	...	...	...	...
9	26	16016	26234	13384	17584	23359	22384
10	27	16632	28868	12768	16968	22743	21768
11	28	17248	28252	12152	16352	22127	21152
12	29	17864	30886	15736	20536	21511	20536
13	30	18480	30270	15120	19920	20895	19920
14	...	...	...	...	...	...	...
15	320	197120	322880	138880	186880	228130	186880
16	321	197736	325514	142464	191064	227514	195864
17	322	198352	324898	141848	190448	226898	195248
18	323	198968	327532	141232	189832	226282	194632
19	324	199584	326916	140616	189216	225666	194016
20	325	200200	329550	144200	193400	232925	193400

- 1► Sans justifier, donner la formule qui a été saisie dans la cellule B3 et étirée vers le bas.
- 2► Sans justifier, donner le format permettant d'éviter au mieux le gaspillage de papier si l'on veut réaliser 325 disques.
- 3► Les deux seuls fournisseurs disponibles ne disposent plus que de feuilles au format «Grand Monde». La directrice veut choisir le fournisseur qui propose le tarif le plus avantageux pour acheter les feuilles nécessaires à la réalisation des disques. On a représenté graphiquement ci-dessous le prix en fonction du nombre de feuilles commandées chez chaque fournisseur :



- a► Chez un des deux fournisseurs le coût des feuilles est proportionnel au nombre de feuilles achetées. Lequel ? On justifiera la réponse.

Répondre aux questions suivantes par lecture graphique, sans justifier.

- b► Quel est le prix que va coûter l'achat de 15 feuilles chez chaque fournisseur ?
- c► Déterminer le nombre maximal de feuilles que l'on peut acheter chez chaque fournisseur si l'on dispose d'un budget de 45€.
- d► À partir de combien de feuilles est-il plus avantageux de commander chez le fournisseur B ?

4► On a maintenant représenté sous forme de tableau les tarifs proposés par chaque fournisseur :

	Coût d'une feuille (en €)	Frais de port (en €)
Fournisseur A	3,55	Gratuit
Fournisseur B	2,90	14,90

- a► Quel est le prix que va coûter l'achat de 15 feuilles chez chaque fournisseur
- b► Déterminer le nombre de feuilles que l'on peut acheter chez chaque fournisseur si l'on dispose d'un budget de 312€.
- c► À partir de combien de feuilles est-il plus avantageux de commander chez le fournisseur B ? Justifier la réponse.
- d► Sachant qu'il y a 325 disques à dessiner et que l'on peut en mettre 8 par feuille, quelle entreprise la directrice va-t-elle choisir ? Quel sera le prix de cette commande ?

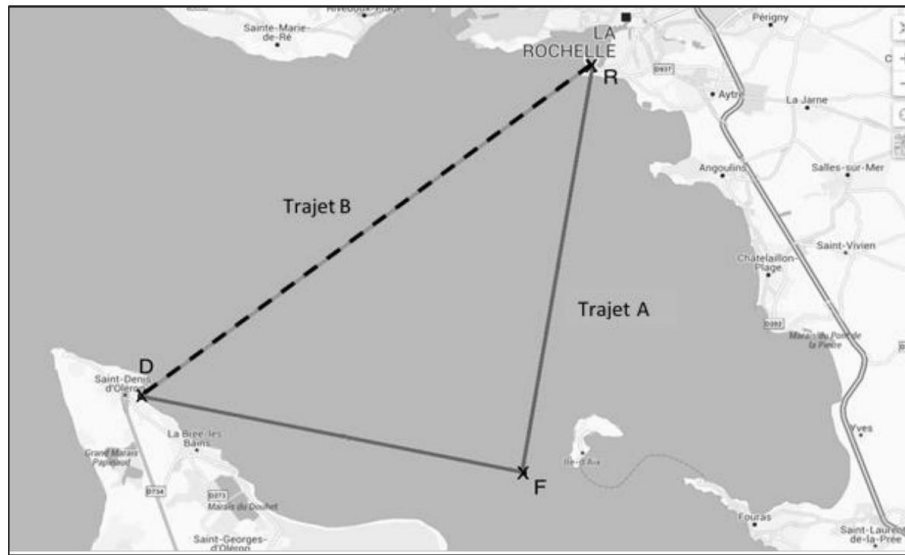
Partie C

- 1► Après avoir découpé les 30 disques, Alice veut les border d'un fil de laine. Quelle longueur de laine devra-t-elle utiliser pour border tous les disques ? On donnera le résultat en mètre, arrondi au décimètre.
- 2► Alice met 48 minutes à dessiner et découper les 30 disques alors que son collègue Bertrand met 1 heure et 12 minutes à effectuer cette tâche.
 - a► Donner le temps moyen que met Alice pour découper un disque (en minutes et secondes).
 - b► Combien de temps mettront-ils pour découper les 30 disques ensemble ? Donner le résultat en minute et seconde.

Exercice 76 (CRPE ext 2A 2023)

Une enseignante organise une sortie scolaire autour de La Rochelle. Le voyage s'effectue par navette maritime en deux étapes :

- un trajet aller, appelé trajet A, qui part du port de La Rochelle (point R), se rend autour du fort Boyard (point F), fait deux tours du fort puis se rend à St -Denis d'Oléron (point D) ;
- un trajet retour, appelé trajet B, qui part de Saint-Denis d'Oléron (point D) et se rend directement au port de La Rochelle (point R).



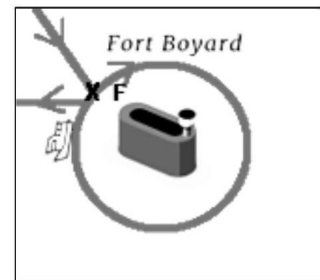
Partie A : étude des trajets

- 1► On donne $DF = 13,80\text{km}$, $DR = 23,41\text{km}$ et $RF = 18,91\text{km}$.

Démontrer que le triangle RDF est un triangle rectangle en F .

Le nœud est une unité de vitesse utilisée dans le domaine maritime : 1 nœud correspond à 1852 mètres par heure.

- 2► Sachant que la vitesse moyenne de la navette sur le trajet B est de 10 nœuds, calculer la durée du trajet B , en minute, arrondie à l'unité.
- 3► Le trajet A prévoit un détour vers le Fort Boyard. La navette effectue deux fois le tour du fort avant de repartir. On modélise le tour du fort par un trajet circulaire, de rayon 500m.
- a► Montrer que la longueur d'un tour du fort, ainsi modélisée, est d'environ 3142m.
 - b► Calculer la distance totale du trajet A . Donner le résultat en kilomètre, arrondi à l'unité.
- 4► Le trajet A dure au total 2 h. Calculer la vitesse moyenne de la navette, exprimée en nœuds et arrondie à l'unité.



Partie B : étude de tarifs

L'entreprise qui réalise ce trajet étudie le prix à fixer pour le voyage.

Une étude de marché montre qu'en fixant le prix d'une place sur la navette à 30€, l'entreprise vendrait 450 places en moyenne par jour.

La même étude montre que :

- à chaque augmentation de 10 centimes, l'entreprise vendra 3 places de moins ;
- à chaque diminution de 10 centimes, l'entreprise vendra 3 places de plus.

On appelle recette journalière moyenne de l'entreprise le montant récolté lors de la vente des places.

- 1► Calculer la recette journalière moyenne si l'entreprise fixe le prix d'une place à 30€.
- 2► a► Montrer que si l'entreprise décide de fixer la place à 40€, alors la recette journalière moyenne est de 6 000€.
- b► Calculer la recette journalière moyenne si l'entreprise décide de fixer la place à 10€.
- 3► Le graphique suivant donne la recette journalière prévue par l'étude de marché en fonction du prix d'une place.



Répondre aux questions suivantes avec la précision permise par le graphique :

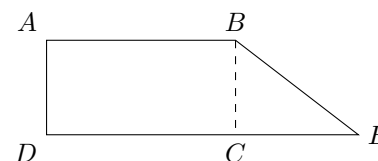
- a► Donner la recette journalière pour un prix unitaire de 10€.
- b► Déterminer le(s) prix unitaire(s) correspondant à une recette journalière de 14 000€.
- c► Quel prix unitaire permet d'obtenir une recette journalière maximale ? Indiquer le montant de cette recette maximale.

Exercice 77 (CRPE ext A2 2024)

Partie A

Lors de la construction de sa maison, Claire décide de construire une dalle pour sa terrasse. Cette dalle a la forme d'un prisme droit de hauteur 15cm dont la vue de dessus est donnée par le schéma ci-contre.

$ABCD$ est un rectangle de longueur $DC = 10\text{m}$ et de largeur $AD = 5\text{m}$. Les points D , C et E sont alignés.



- 1► Le volume de la dalle est égal à $9,825\text{m}^3$.
 - a► Justifier que l'aire du polygone $ABED$ est $65,5\text{m}^2$.
 - b► En déduire la longueur du segment $[CE]$.
- 2► Claire se fait livrer 12m^3 de béton. Elle coule la dalle de sa terrasse et décide d'utiliser le béton restant pour couler la dalle de sa cabane de jardin. Cette dalle a la forme d'un pavé droit de longueur 5m et de largeur 3m. Peut-elle obtenir une dalle dont la hauteur est 15cm ?

Partie B

L'entreprise TOUBETON vend le mètre cube de béton au prix de 130€ HT (Hors Taxe). Elle facture 58€ les frais de livraison par camion-toupie. Un camion-toupie a une contenance maximale de 7m^3 .

Afin d'établir les factures, l'entreprise utilise la feuille de calcul d'un tableur ci-dessous.

	A	B	C	D	E
1	Quantité en mètres cubes	Prix du mètre cube (HT) en euros	Prix du mètre cube (TTC) en euros	Livraison en euros	Prix total en euros
2	1	130	156	58	214
3	2	130	156	58	370
4	3	130	156	58	526
5	4	130	156	58	682

- Le taux de la TVA sur le béton est de 20%. Déterminer une formule à saisir en C 2 pour obtenir le prix TTC qui s'actualise automatiquement en cas de changement du prix HT.
On rappelle que le prix TTC s'obtient en ajoutant le montant de la TVA au prix HT.
- Déterminer une formule saisie dans la cellule E2 puis recopiée vers le bas pour obtenir le tableau complété par le prix total.
- Pour une livraison de 3m^3 de béton, que représentent, en pourcentage, les frais de livraison par rapport au prix total ? Donner l'arrondi à l'unité.
- On rappelle que la contenance maximale du camion-toupie transportant le béton est de 7m^3 . Quel sera le prix total payé par Claire pour se faire livrer les 12m^3 de béton ?

Partie C

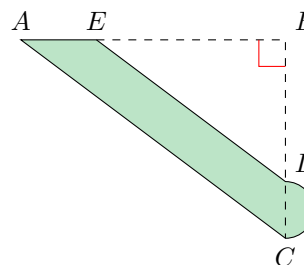
Dans cette partie, les pourcentages seront arrondis à l'unité si nécessaire.

- Pour terminer ses travaux de maçonnerie, Claire achète un mélange composé de 120kg de sable et de 180kg de gravier. Quelle est la proportion de sable dans ce mélange ? Exprimer le résultat en pourcentage.
- La granulométrie souhaitée par Claire impose 55% de sable dans le mélange. Quelle quantité de sable doit-elle ajouter ?
- Pour obtenir un béton de qualité, il est conseillé d'ajouter 250kg de ciment par tonne de mélange (sable et gravier). Le ciment est vendu par sacs de 35kg, au prix de 7,75€ le sac. Quel sera le prix payé par Claire pour son ciment ?

Exercice 78 (CRPE ext A2 2025)

Les parties A, B et C sont indépendantes.

Une zone de jeu est modélisée par la partie grisée représentée ci-dessous composée du quadrilatère $AEDC$ et du demi-disque de diamètre $[DC]$. Le triangle ABC est rectangle en B tel que $AB = 140\text{m}$ et $BC = 105\text{m}$. On appelle D le point du segment $[BC]$ tel que $BD = 75\text{m}$. La parallèle à la droite (AC) passant par D coupe la droite (AB) en E .



Partie A : zone de jeu

- Calculer la longueur du segment $[AC]$ en mètre.
- Démontrer que la longueur du segment $[BE]$ est de 100m.
- Calculer l'aire du triangle ABC en m^2 .
 - En déduire l'aire du quadrilatère $AEDC$ en m^2 .
 - Calculer la valeur exacte de l'aire de la zone de jeu et donner la valeur arrondie au m^2 .

Partie B : relais chronométré par équipe

Une classe de CM2 participe à une course de relais par équipes de quatre élèves : quatre balises W , X , Y et Z sont placées dans la zone de jeu. Toutes les équipes partent du point B . La course consiste à réaliser le parcours suivant : le premier élève de l'équipe part du point B , rejoint la balise W et revient au point B . Il passe alors le

relais au deuxième élève de l'équipe, qui rejoint la balise X et revient au point B et ainsi de suite. On admet que chaque équipe parcourt la même distance au cours du relais.

- 1► L'équipe 1 a effectué le parcours à la vitesse moyenne de 11km/h. L'équipe 2 l'a réalisé à une allure de 6min10s par km. Laquelle des deux équipes a été la plus rapide pour finir la course ? Justifier.
- 2► On a recueilli, dans une feuille de calcul, le temps en minutes mis par les équipes pour atteindre chacune des quatre balises à partir du point de départ B . Les valeurs des cellules C5 et F5 ont été effacées.

	A	B	C	D	E	E
1		Temps mis pour l'aller retour du point B à la balise W (en min)	Temps mis pour l'aller retour du point B à la balise X (en min)	Temps mis pour l'aller retour du point B à la balise Y (en min)	Temps mis pour l'aller retour du point B à la balise Z (en min)	Temps total (en min)
2	Équipe 1	4.1	5.2	7.3	3.3	19.9
3	Équipe 2	5.5	3.2	4.5	5.1	18.3
4	Équipe 3	4.9	4.5	4.9	5	19.3
5	Équipe 4	4.5		3.2	6.5	
6	Moyenne					

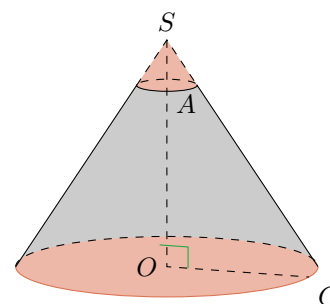
- 1► L'équipe 2 a été la plus rapide à faire l'aller-retour entre le point B et la balise X . L'étendue des temps pour trouver cette balise est de 2,9 minutes. Calculer le temps mis par l'équipe 4 pour réaliser cet aller-retour.
- 2► Calculer le temps moyen mis par les équipes pour faire l'aller-retour entre le point B et la balise W . Donner la réponse en minute seconde.
- 3► Quelle formule peut être saisie dans la cellule B6 puis recopiée vers la droite pour obtenir la ligne 6 complétée ?

Partie C : Étude d'une balise

Un tronc de cône est obtenu en enlevant à un cône sa partie supérieure coupée par un plan.

Les balises utilisées ont la forme d'un tronc de cône. Elles sont réalisées à partir d'un cône de révolution de sommet S , de hauteur $OS = 15\text{cm}$ et de base le disque de rayon 10cm .

Ce cône est coupé par un plan parallèle à la base. Ce plan passe par le point A appartenant au segment $[OS]$ tel que $SA = 3\text{cm}$.



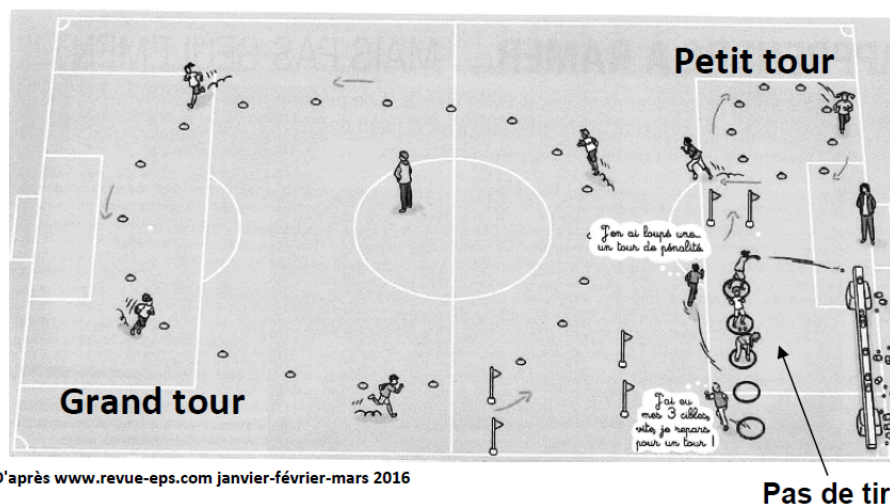
- 1► Calculer le volume exact, en cm^3 , du cône de sommet S , de hauteur OS et de base le disque de rayon OC .
On rappelle que le volume d'un cône est $V = \frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times h$ où h désigne la hauteur du cône.
- 2► On admet que le cône de sommet S et de hauteur SA est une réduction du cône de sommet S et de hauteur SO . Déterminer le coefficient de réduction correspondant.
- 3► Calculer le volume exact du cône de sommet S et de hauteur SA en cm^3 .
- 4► En déduire le volume exact de la balise en cm^3 . Donner sa valeur arrondie au cm^3 .

Exercice 79 (CRPE 2022 S1)

Dans cette version adaptée du biathlon, les élèves ont à parcourir, en courant, 4 grands tours tracés avec des plots sur un stade comme dans la figure ci-dessous. À l'issue de chacun des 3 premiers tours, ils se présentent au pas de tir et lancent 3 balles sur des cibles. S'ils atteignent 3 fois leur cible, ils n'ont pas de pénalité et repartent pour le grand tour suivant. En revanche, pour chaque lancer manqué, ils doivent effectuer un petit tour avant

de repartir sur le grand tour.

Pour chaque élève on mesure la durée mise pour faire un parcours complet (grands tours + lancers + petits tours de pénalité le cas échéant). L'objectif est de mettre le moins de temps possible pour effectuer le parcours complet.



Partie 1

Dans cette partie, les élèves s'entraînent à la course sur le grand tour, sans effectuer de lancer de balles.

- 1► Pour un élève de CE1, la longueur du grand tour est de 250m.
 - a► On considère un élève, qui effectue les 4 tours en 10 minutes. Quelle est sa vitesse moyenne de course, en mètre par minute ?
 - b► Un autre élève a couru les 4 tours à la vitesse moyenne de 150m/min. Déterminer sa vitesse moyenne en kilomètre par heure.
- 2► Dans le tableau ci-dessous, les longueurs d'un grand tour pour des élèves de CM1 et de CM2 sont données, ainsi que les temps de course pour effectuer 4 grands tours, de deux élèves (un en CM1 et un en CM2).

Élève	Longueur de 1 grand tour	Temps de course pour 4 grand tours
Élève de CM1	400m	9 minutes et 30 secondes
Élève de CM2	500m	11 minutes et 8 secondes

Déterminer la vitesse moyenne (en mètre par minute, arrondie à l'unité) de chacun de ces deux élèves, lorsqu'ils ont réalisé les 4 grands tours.

Partie 2

Dans cette partie, des élèves de CE1 font l'épreuve de biathlon dans sa totalité :

Les 4 grands tours + les 3 épreuves de lancers de 3 balles + les éventuels tours de pénalité.

On rappelle que pour un élève de CE1, la longueur du grand tour est de 250m.

- 1► La longueur du tour de pénalité est de 20m.
 - a► Sachant que le tour de pénalité forme un cercle, déterminer son rayon. Arrondir au centimètre.
 - b► Un élève de CE1, qui court à la vitesse moyenne de 150m/min, prend le départ de l'épreuve. On suppose que pour effectuer 3 lancers, il passe, à chaque fois, 30 secondes sur le pas de tir.
Quelle sera la durée totale que met cet élève pour réaliser le parcours complet, s'il ne rate aucune cible au premier tour et qu'il rate une cible au 2^e tour puis deux cibles au 3^e tour ? Donner la réponse en minutes et secondes.
- 2► Le professeur des écoles souhaite aider ses élèves à développer une stratégie pour améliorer leurs résultats. Il relève les performances d'un même élève de CE1 qui fait 3 fois l'épreuve de biathlon dans sa totalité en modifiant certains paramètres à chaque essai. Dans le tableau ci-dessous, V_{moy} est la vitesse moyenne de cet élève sur les périodes de course (4 grands tours + éventuels tours de pénalités).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	élève	tirs n°1		tirs n°2		tirs n°3		distance totale parcourue	temps de course (s)	V moy (m/min)	durée totale (min)
2		durée (s)	cibles man-quées	durée (s)	cibles man-quées	durée (s)	cibles man-quées				
3	essai 1	30	0	30	1	30	2		418		
4	essai 2	30	0	32	0	35	0		300		
5	essai 3	19	3	21	3	21	3		341		

- a► La formule saisie en H3 puis recopiée vers le bas est $=1000 + (C3+E3+G3)*20$.
Expliquer le terme $(C3+E3+G3)*20$ dans le contexte de l'exercice.
- b► Donner une formule qui pourra être introduite dans la cellule J3, de telle sorte qu'elle puisse être recopiée vers le bas pour effectuer le calcul pour les autres essais.
- c► Donner une formule qui pourra être introduite dans la case « durée totale » K3, de telle sorte qu'elle puisse être recopiée vers le bas pour effectuer le calcul pour les autres essais.
- Après calculs, on obtient le tableau complet ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	élève	tirs n°1		tirs n°2		tirs n°3		distance totale parcourue	temps de course (s)	V moy (m/min)	durée totale (min)
2		durée (s)	cibles man-quées	durée (s)	cibles man-quées	durée (s)	cibles man-quées				
3	essai 1	30	0	30	1	30	2	1060	482	132	9,53
4	essai 2	30	0	32	0	35	0	1000	469	128	9,43
5	essai 3	19	3	21	3	21	3	1180	566	125	10,45

- d► Interpréter le tableau pour déterminer ce que l'élève a modifié entre l'essai 2 et l'essai 3.
- e► Si on analyse les performances de l'élève aux essais 2 et 3, quelle hypothèse ce tableau permet-il de faire du point de vue des stratégies à adopter ?

Exercice 80 (CRPE 2022 S1)

Un ballon-sonde est un ballon à gaz utilisé pour faire des mesures locales dans l'atmosphère.

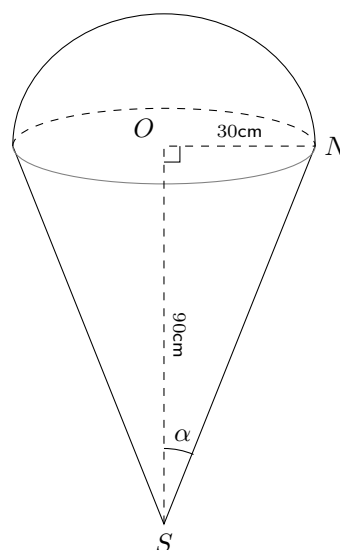
Dans le cadre du projet scientifique qu'elle anime pour sa classe de CM2, une professeure des écoles a reçu un petit ballon-sonde, représenté ci-dessous.

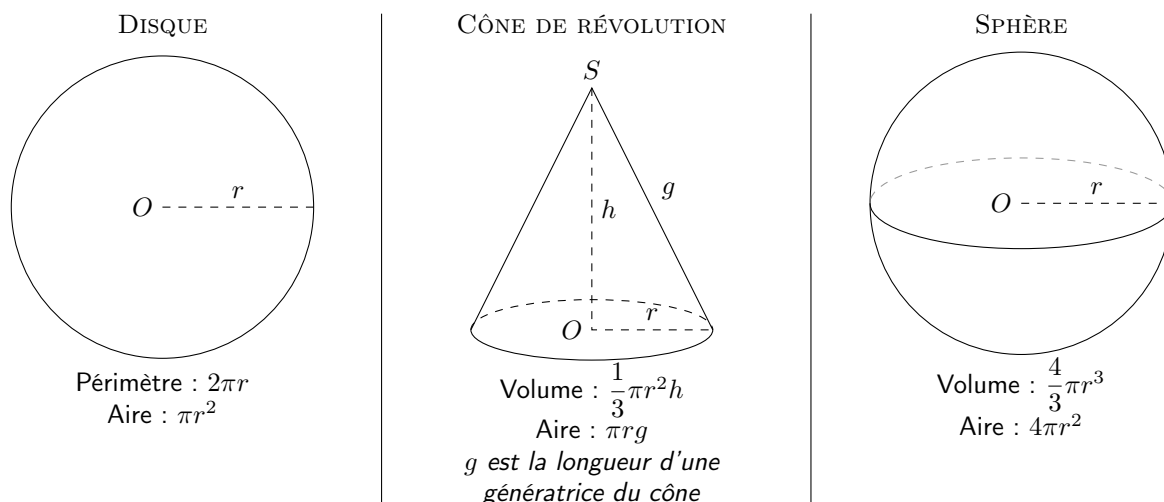
Son enveloppe, composée de matières plastiques et de latex, a la forme, une fois gonflée, d'un cône de révolution surmonté d'une demi-sphère.

Les dimensions données sur la figure ci-contre sont celles du ballon-sonde au sol, sur le lieu du lâcher situé au niveau de la mer.

La pression atmosphérique diminuant avec l'altitude, le ballon se dilate en prenant de la hauteur et ses dimensions augmentent jusqu'à l'éclatement après une ascension de plus de vingt kilomètres.

On pourra, si nécessaire, utiliser le formulaire ci-dessous.





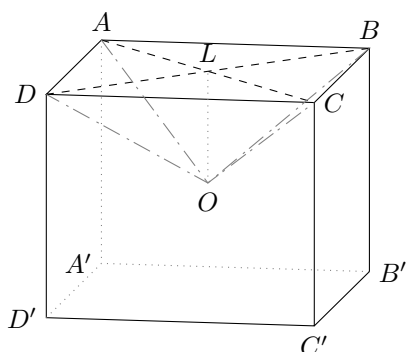
- 1► a► Montrer, en indiquant les étapes du calcul, que le volume exact du ballon-sonde au niveau de la mer, est égal à $45\,000\pi\text{cm}^3$.
b► Donner le volume du ballon sonde en litre, arrondi à l'entier.
- 2► Montrer qu'une génératrice du cône mesure $\sqrt{9\,000}\text{cm}$.
- 3► En déduire que l'enveloppe totale du ballon-sonde, au niveau de la mer, a une aire d'environ $1,5\text{m}^2$ au dixième près.
- 4► Entre 0 mètre d'altitude et 4 500 mètres d'altitude, les longueurs du ballon-sonde augmentent de 25%.
a► Par quel nombre les longueurs initiales sont-elles multipliées ?
b► Montrer que, à 4500 mètres d'altitude, l'enveloppe totale du ballon-sonde a une aire d'environ $2,3\text{m}^2$ arrondie au dixième près.
c► Donner un arrondi, au litre près, du volume du ballon-sonde à 4,500 mètres d'altitude.
- 5► On lâche le ballon à 0 mètre d'altitude. On relève alors une température de 15°C . À 4500 mètres d'altitude, la température transmise est de -12°C . Entre 0 et 12 000m d'altitude, la température, en degré Celsius, en fonction de l'altitude x , en mètre, peut être modélisée par une fonction affine notée t .
Montrer que pour tout x entre 0 et 12 000, on a $t(x) = -0,006x + 15$.
- 6► À partir de quelle altitude la température devient-elle négative ? Justifier le résultat en résolvant une inéquation.
- 7► La professeure des écoles a réalisé, à l'aide d'un tableur, le calcul des températures en fonction de l'altitude du ballon-sonde.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	altitude en mètre	0	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000	5500
2	température en degrés	15	12	9	6	3	0	-3	-6	-9	-12	-15	-18
3													
4	altitude en mètre	6000	7000	7500	8000	8500	9000	9500	10000	10500	11000	11500	12000
5	température en degrés	-21	-27	-30	-33	-36	-39	-42	-45	-48	-51	-54	-57

En observant les données du tableau, sachant que le ballon part de 0 mètre d'altitude, à quelle altitude se trouve-t-il lorsque la température a baissé de 30°C ?

Exercice 81 (CRPE 2022 S2)

On considère un pavé droit $ABCD A' B' C' D'$ avec $DD' = 5\text{cm}$; $DC = 6\text{cm}$ et $DA = 7\text{cm}$.
On note L le point d'intersection des diagonales $[AC]$ et $[BD]$.
On souhaite creuser ce pavé, en retirant une pyramide $OABCD$ de hauteur $[OL]$.



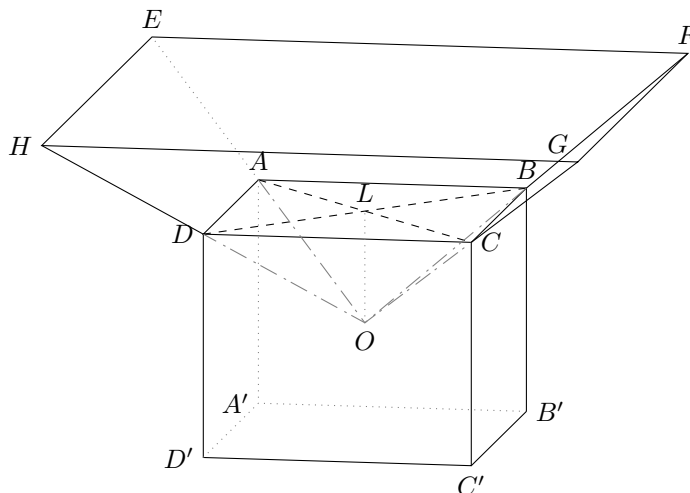
Partie A

Dans cette partie, on suppose que $OL = 4\text{cm}$.

- 1► Montrer que $AL \approx 4,6\text{cm}$.
- 2► Construire le triangle ALO en vraie grandeur.
- 3► a► Calculer le volume de la pyramide $OABCD$.
On rappelle que le volume d'une pyramide est égal au tiers du produit de l'aire de sa base par sa hauteur.
 - b► Calculer le volume du pavé creusé.

Partie B

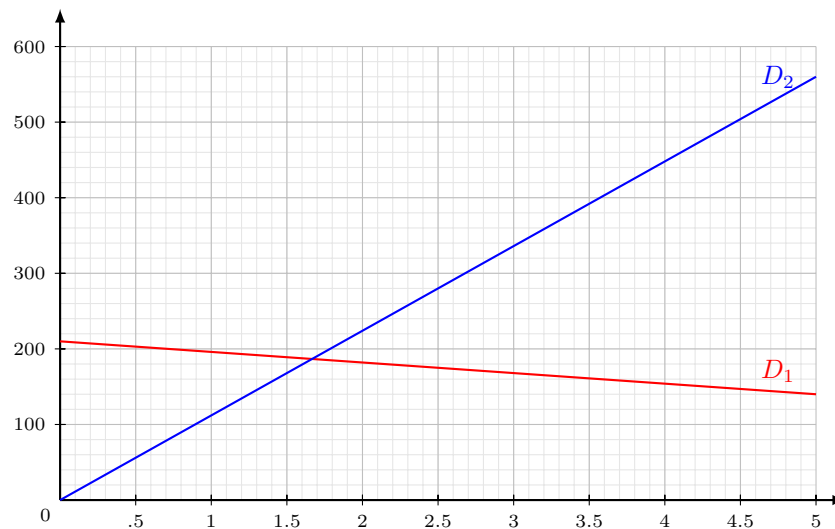
Dans cette partie, on pose $OL = x$, où x est un nombre compris entre 0 et 5. Le pavé creusé que l'on obtient est le socle en bois d'un trophée. Sur ce socle, on pose une pyramide en verre $OEFGH$ qui est un agrandissement de la pyramide $OABCD$ de rapport 2.



- 1► Exprimer le volume de la pyramide $OABCD$ en fonction de x .
- 2► Montrer que le volume du socle en bois est $210 - 14x$.
- 3► Montrer que le volume de la pyramide en verre $OEFGH$ est $112x$.
- 4► Quelle valeur choisir pour x , pour que le volume de la pyramide en verre soit égal au double du volume du socle en bois?
- 5► On considère les fonctions f et g définies pour tout x compris entre 0 et 5 par :

$$f(x) = 210 - 14x \quad \text{et} \quad g(x) = 112x$$

On a représenté dans un repère orthogonal ces deux fonctions.



- Déterminer quelle fonction (f ou g) est représentée par chacune des droites D_1 et D_2 ? Justifier.
- Déterminer avec la précision permise par le graphique les valeurs de x pour lesquelles le volume du socle en bois est inférieur ou égal au volume de la pyramide en verre.
- Retrouver le résultat précédent en posant puis en résolvant une inéquation.

Exercice 82 (CRPE 2022 S3)

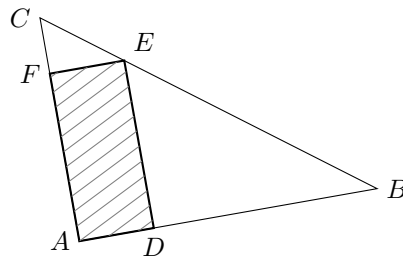
Dans ce problème, les figures qui sont dessinées ne sont pas représentées à l'échelle.

Partie A : Installation du potager

Une enseignante a le projet d'installer un potager rectangulaire $ADEF$ sur une parcelle de forme triangulaire ABC dans l'enceinte de l'école.

Les points A , B , C , D , E et F sont tels que :

- ▶ $AB = 24\text{m}$, $AC = 10\text{m}$ et $BC = 26\text{m}$;
- ▶ $D \in [AB]$, $E \in [BC]$ et $F \in [AC]$.



La figure ci-dessus n'est pas à l'échelle.

- Montrer que le triangle ABC est rectangle en A .

Dans la suite de cette partie, on souhaite déterminer où positionner le point D sur $[AB]$ pour que l'aire du rectangle hachuré $ADEF$ soit la plus grande possible.

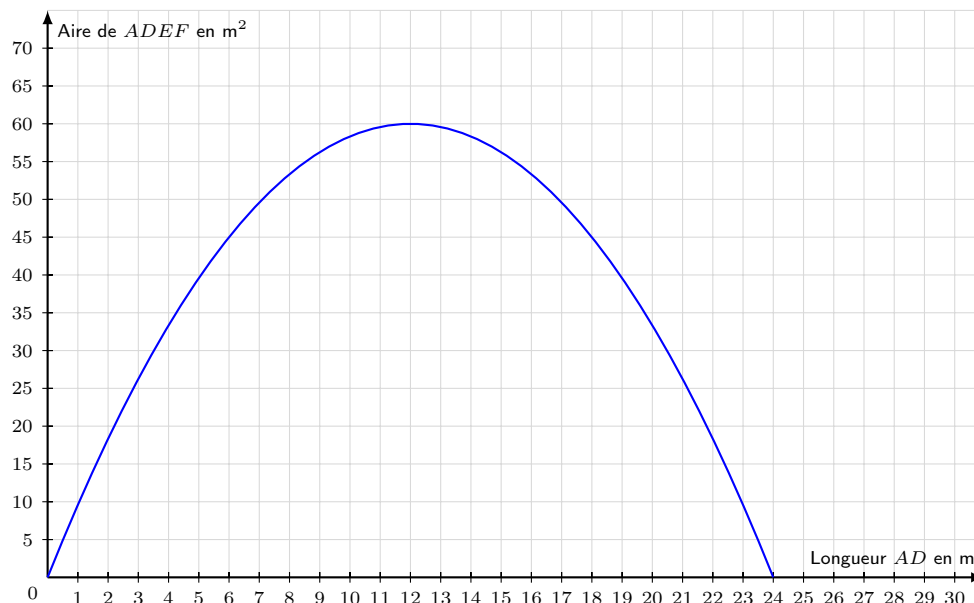
- Dans cette partie on considère que $AD = 4,8\text{m}$.
 - Montrer que la longueur DE est égale 8m .
 - En déduire l'aire du rectangle $ADEF$ en m^2 .

On note x la longueur, exprimée en mètre, du segment $[AD]$.

- Montrer que $DE = 10 - \frac{5}{12}x$.

b► En déduire l'aire du rectangle $ADEF$ en fonction de x .

4► Le graphique ci-dessous représente l'aire, exprimée en mètre carré, du rectangle $ADEF$ en fonction de la longueur x en mètre.



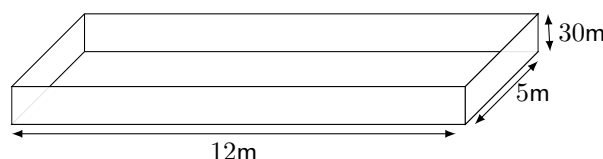
À l'aide du graphique, répondre aux questions suivantes :

- a► Quelle est l'aire du potager si la longueur AD vaut 5m ?
- b► Pour quelle(s) valeur(s) de la longueur AD l'aire du potager est-elle égale à 45m^2 ?
- c► Pour quelle(s) valeur(s) de la longueur AD l'aire du potager est-elle supérieure ou égale à 50m^2 ?
- d► Quelle est l'aire maximale du potager ? Donner la longueur et la largeur du rectangle $ADEF$ correspondant.

Partie B : Choix du terreau

Dans cette partie, le jardin est assimilé à un rectangle qui a pour longueur 12m et pour largeur 5m. On souhaite entourer le jardin d'une bordure de 30cm de hauteur afin de remplir le pavé droit obtenu d'un mélange de terre et de terreau. On négligera, dans cette partie, l'épaisseur de la bordure du jardin.

Le mélange est composé d'un tiers de terreau et de deux tiers de terre.



1► Montrer que le volume de terreau nécessaire pour le potager est de 6m^3 .

2► Trois magasins proposent les offres suivantes :

Magasin 1

Livraison : 20€.

0,10€ le litre de terreau

Magasin 2

Livraison offerte pour tout achat supérieur à 50€

5,37€ le sac de 50 litres de terreau

Magasin 3

Livraison offerte

2,35€ le sac de 20 litres de terreau

20 % de remise immédiate après l'achat d'une carte de fidélité au prix de 10€

Quel magasin choisir pour avoir le tarif, livraison comprise, le plus économique possible pour les 6m^3 nécessaires ?

Partie C : Plantation des fleurs

Dans la perspective d'offrir des bouquets de fleurs pour la fête de l'école, l'enseignante souhaite planter des graines dans le potager. Dans la classe il y a 26 élèves et chaque élève reçoit 20 graines à semer. On a reporté ci-contre ce que l'on peut lire sur le paquet de graines choisi.

On rappelle que le taux de germination d'un paquet de graines indique le pourcentage de graines qui devraient germer et donc produire une fleur.

Taux de germination des graines : 90 %
 Prix du paquet de graines : 4,53€
 Ce paquet contient 50 graines.
 Période de semis : d'avril à juin
 Hauteur adulte : 50cm

- 1► Combien de fleurs un élève peut-il espérer voir pousser ?
- 2► Quel sera le budget à prévoir pour l'achat des graines ?
- 3► En plus des graines, des bulbes de tulipes et de jonquilles sont plantés.
 - a► L'enseignante en plante sur un sixième du potager puis un peu plus loin sur un huitième de ce même potager.
 Un élève affirme que les bulbes représentent plus de 25% du potager. A-t-il raison ? Justifier votre réponse.
 - b► Elle met dans un panier 30 bulbes de jonquilles et des bulbes de tulipes.
 La proportion de bulbes de jonquilles dans le panier est de $\frac{5}{6}$.
 Calculer le nombre de bulbes de tulipes dans ce panier.

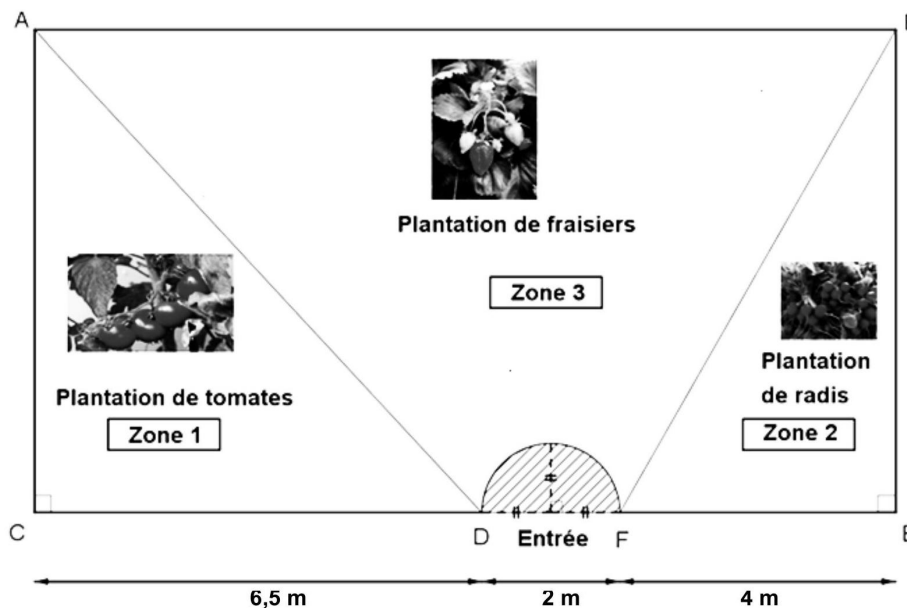
Exercice 83 (CRPE 2023 S1)

Partie A

Dans une école, un jardin pédagogique est constitué d'un terrain rectangulaire $ABEC$ dont l'aire est égale à 100m^2 .

Des enseignants de l'école décident de planter avec les élèves différentes cultures sur ce terrain : des fraisiers, des pieds de tomates et des radis.

La répartition dans le terrain est la suivante :



L'entrée est un demi-disque délimité par le demi-cercle de diamètre $[DF]$ (zone hachurée sur la figure ci-dessus).

Elle doit rester libre de toute plantation.

- 1► Justifier que la largeur du terrain correspondant au segment $[CA]$ est égale à 8m.
- 2► Tracer un plan du terrain avec les différentes zones à l'échelle 1 : 80.
- 3► Le directeur de l'école veut installer une bordure sur les trois côtés autour de la zone 1 où on plante des tomates.
 - a► Montrer que $AD = \sqrt{106,25}\text{m}$.
 - b► Déterminer la longueur de la bordure qu'il doit acheter. On donnera le résultat en mètre, arrondi à l'unité.
 - c► Les bordures sont vendues par rouleaux de 4 mètres. Déterminer le nombre de rouleaux nécessaire pour entourer la zone 1.
- 4► On veut déterminer l'aire de chacune des zones.
 - a► Calculer l'aire de la zone 1, en mètre carré.
 - b► Calculer l'aire de la zone 2, où on plante des radis, en mètre carré.
 - c► En déduire l'aire de la zone 3, où on plante des fraisiers (sans la zone «Entrée» hachurée sur la figure), en mètre carré. Donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au dixième.
- 5► On s'intéresse à la culture des fraisiers.
 Sachant qu'on peut planter 6 pieds de fraisiers par m^2 et qu'un pied de fraisier produit en moyenne 650 grammes de fraises par année, quelle masse de fraises les élèves peuvent-ils espérer récolter ? On donnera le résultat en kilogramme, arrondi à l'unité.

Partie B

Fin juin, l'école décide de récolter des fraises pour faire de la confiture. Les élèves récoltent ainsi 25kg de fraises.

- 1► La recette de confiture de fraise dit que la quantité de sucre nécessaire doit correspondre à 55% de la masse totale avant cuisson. Quelle masse de sucre, arrondi au kilogramme, le directeur doit-il acheter pour respecter cette recette ?
- 2► Sachant que 3kg de fraises permettent de réaliser 4,8L de confiture, combien de litres de confiture peut-on réaliser ?
- 3► Il décide de conditionner cette confiture dans des pots cylindriques dont la base est un disque de diamètre 8,4cm et dont la hauteur mesure 11cm.
 Sachant que les pots ne peuvent être remplis qu'au $\frac{8}{9}$ de leur capacité maximale, déterminer le nombre de pots de confiture qu'il devrait réaliser.

On rappelle la formule suivante :

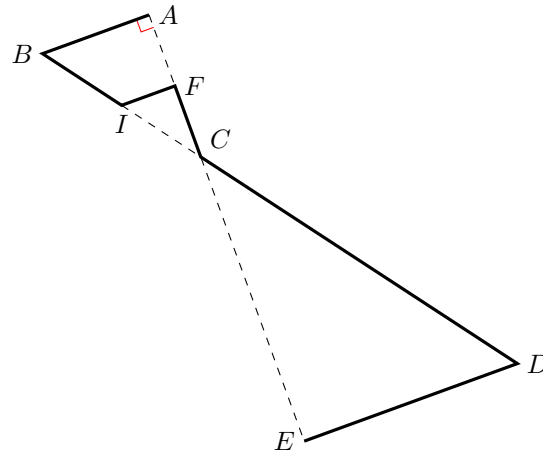
$$\text{Volume d'un prisme ou d'un cylindre : } V = B \times h,$$

où B désigne l'aire de la base du prisme ou du cylindre et h sa hauteur.

Exercice 84 (CRPE 2023 S3)

- 1► Nadia se prépare pour le cross organisé par son école dont le parcours, $ABIFCDE$, est représenté ci-contre.

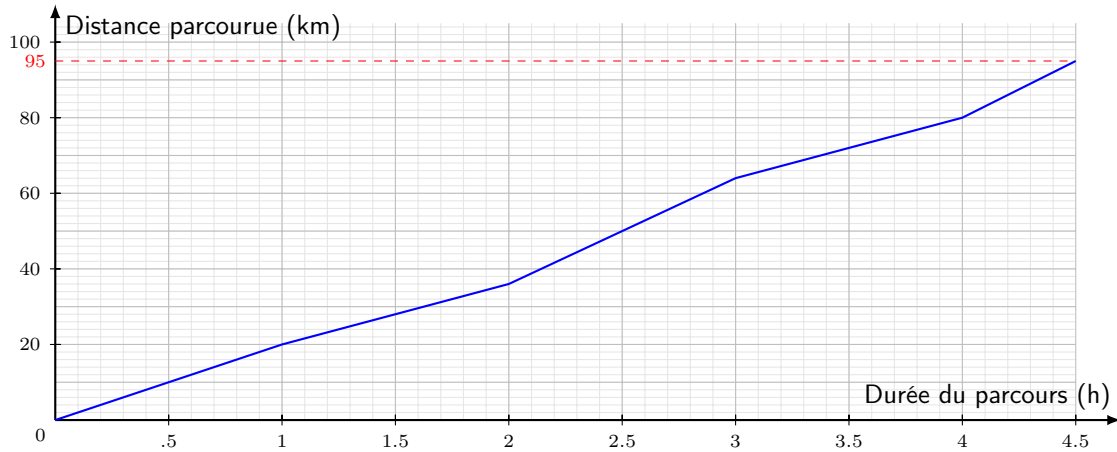
Les droites (AE) et (BD) se coupent en C ,
 $F \in [AC]$ et $I \in [BC]$.
 Les droites (AB) , (FI) et (DE) sont parallèles, et ABC est un triangle rectangle en A .



$$AB = 300\text{m}; \quad AC = 400\text{m}$$

$$CD = 1250\text{m}; \quad IC = 350\text{m}$$

- a► Déterminer la longueur BC .
 - b► Déterminer les longueurs IF et CF .
 - c► Déterminer la longueur ED .
 - d► Calculer la longueur du parcours $ABIFCDE$.
- 2► Quentin, un adolescent de 16 ans, fait du vélo. On a représenté ci-dessous la distance parcourue en fonction de la durée de parcours lors de sa dernière sortie.



- a► La durée du parcours en heure est-elle proportionnelle à la distance parcourue en kilomètre? Justifier. Les réponses aux questions suivantes seront données avec la précision permise par le graphique.
- b► Quelle distance a parcouru Quentin en 1h?
- c► Déterminer la vitesse moyenne de Quentin durant la première heure, en mètre par seconde, avec un arrondi au centième.
- d► Quelle distance a parcouru Quentin en 1h45?
- e► Estimer la vitesse de Quentin durant la troisième heure de son parcours, en kilomètre par heure.
- f► Peut-on affirmer que sa vitesse moyenne lors de la troisième heure est supérieure de plus de 40% à sa vitesse moyenne lors de la première heure? Justifier.
- g► Quelle est la vitesse moyenne de Quentin lors de cette sortie, en kilomètre par heure, avec un arrondi au centième.

Exercice 85 (CRPE 2024 S1)

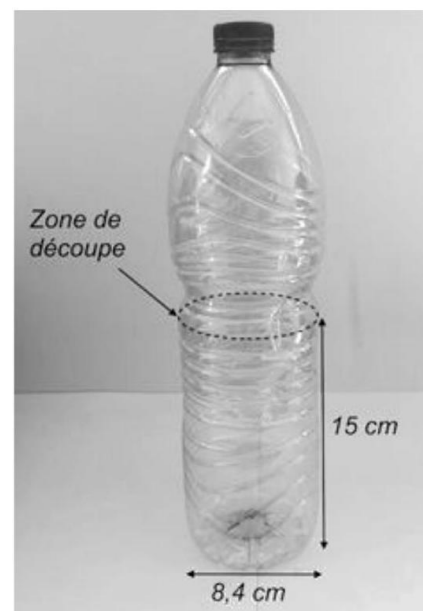
Un enseignant d'une classe de CM1 dans la commune de Rennes fait construire aux élèves un pluviomètre pour relever les quantités de précipitations pendant les dix mois de l'année scolaire. Les élèves doivent amener une bouteille d'eau en plastique pour cette réalisation.

Partie A

Pour réaliser son pluviomètre, Jules, un élève de la classe, coupe la bouteille comme l'indique la figure ci-contre. Il construit ensuite un axe gradué en partant du fond du pluviomètre avec des graduations d'unité 1cm.

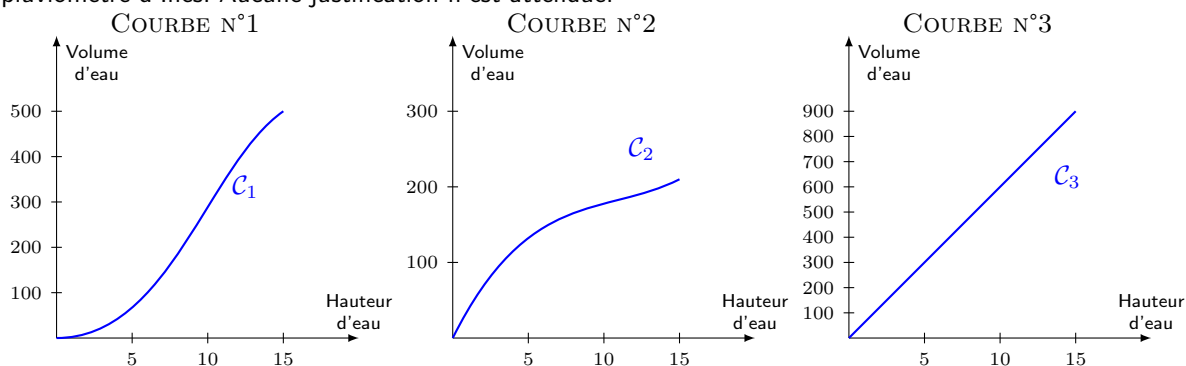
Dans les questions 1 et 2, on assimile le pluviomètre de Jules à un cylindre de diamètre 8,4cm et de hauteur 15cm.

On rappelle que le volume d'un cylindre d'aire de base B et de hauteur h est égal à Bh .



- 1► Jules souhaite découper une étiquette rectangulaire de largeur 2cm qui fasse le tour du pluviomètre pour écrire son prénom. Déterminer une valeur approchée par excès au millimètre près de la longueur minimale de cette étiquette.
- 2► Déterminer la valeur exacte, puis une valeur arrondie au centilitre du volume en litres du pluviomètre.
- 3► Inès a oublié sa bouteille. Jules lui propose de lui donner la partie haute de sa bouteille, en plaçant le bouchon en bas pour former son pluviomètre.

Les trois courbes ci-dessous représentent le volume d'eau recueilli en cm^3 en fonction de la hauteur d'eau mesurée en cm. Identifier la courbe qui correspond au pluviomètre de Jules et celle qui correspond au pluviomètre d'Inès. Aucune justification n'est attendue.

**Partie B**

L'ensemble de la classe utilise un pluviomètre similaire à celui élaboré par Jules. En fin d'année scolaire, les élèves font le bilan des relevés effectués chaque mois.

Dans le cadre d'un projet visant à comparer les différents climats en France, la même expérience est menée dans une école de la commune de Lyon.

Document 1

Relevés mensuels de précipitations dans le pluviomètre de Jules durant l'année scolaire 2022/2023 à Rennes.

Mois	Hauteur d'eau (mm)
Septembre	65
Octobre	103
Novembre	24
Décembre	122
Janvier	53
Février	44
Mars	19
Avril	27
Mai	57
Juin	134

Document 2

Bilan des relevés mensuels de précipitations dans un pluviomètre de l'école lyonnaise pour les dix mois de l'année scolaire 2022/2023.

Résultats mensuels de septembre 2022 à Juin 2023.

- Moyenne : 70,6mm
- Médiane : 58mm
- Hauteur minimale : 18mm
- Hauteur maximale : 179mm

Les valeurs relevées sont toutes différentes.

- 1► Parmi ces deux villes, déterminer celle qui a connu les plus fortes précipitations mensuelles en moyenne durant les dix mois de l'année scolaire 2022-2023.
- 2► Calculer et comparer les étendues des précipitations mensuelles à Rennes et à Lyon durant cette période.
- 3► L'affirmation suivante est-elle exacte ? Justifier.
« Dans la commune de Lyon, il y a 5 mois de l'année scolaire 2022-2023 pendant lesquels les précipitations mensuelles ont été supérieures ou égales à 70,6mm »

Exercice 86 (CRPE 2024 S1)

Pour consolider l'addition de deux nombres entiers en début de cycle 2, un enseignant propose à des élèves d'une classe de CP d'utiliser des dés.

Partie A

Les dés utilisés par les élèves sont assimilés à des cubes de côté 19 mm dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Ils sont conçus de telle sorte que la somme des nombres indiqués sur deux faces opposées est égale à 7.

Construire un agrandissement de coefficient 2 d'un patron d'un tel dé en attribuant un numéro à chacune des faces.

Partie B

Le jeu consiste à lancer deux dés et à additionner les nombres obtenus sur les faces supérieures. On considère que ces deux dés sont équilibrés.

- 1► Donner tous les résultats possibles de cette expérience aléatoire.
- 2► Déterminer la probabilité de l'événement : « La somme obtenue est égale à 4 ».
- 3► a► Quelle somme a la plus grande probabilité d'apparaître ?
b► Quelle est cette probabilité ?

Partie C

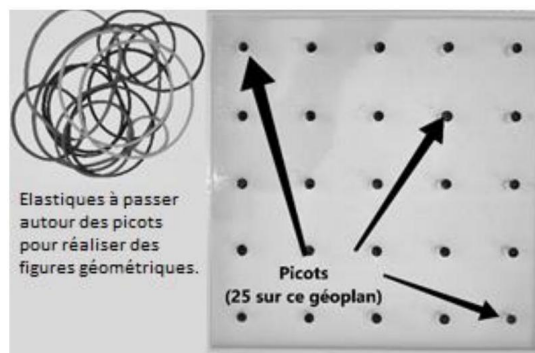
Plus tard dans l'année, l'enseignant utilise une variante du jeu pour faire calculer des différences. Le jeu consiste désormais à lancer deux dés et à déterminer l'écart entre les deux nombres obtenus sur les faces supérieures, c'est-à-dire la différence entre le plus grand et le plus petit de ces deux nombres.

Dans le contexte de cette variante du jeu, proposer un exemple d'événement dont la probabilité est égale à $\frac{1}{6}$.

Exercice 87 (CRPE 2024 S1)

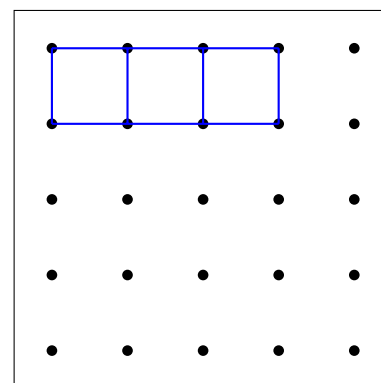
Un géoplan est une planche carrée qui comporte des picots espacés régulièrement autour desquels peuvent être accrochés des élastiques de longueurs variées.

Un enseignant propose à des élèves d'une classe de CM d'utiliser un géoplan dans le but de réaliser des figures géométriques.

**Partie A**

L'enseignant donne la consigne suivante à un groupe d'élèves : « Vous réaliserez le tour du géoplan en formant des carrés les plus petits possibles. Utilisez un élastique différent pour la construction de chaque carré. Ces carrés seront ainsi placés au plus près des bords du géoplan ».

Sur l'image ci-contre, l'élève a commencé en construisant les trois premiers carrés du tour du géoplan.



- 1► Montrer que l'élève doit construire 12 carrés pour réaliser le tour d'un géoplan de 25 picots.
- 2► Déterminer le nombre de carrés nécessaires pour réaliser le tour d'un géoplan de 81 picots.
- 3► On note n un entier naturel supérieur ou égal à 2. Justifier que le nombre de carrés nécessaires pour réaliser le tour d'un géoplan de n^2 picots est donné par l'expression $4n - 8$.
- 4► On dispose d'un nombre d'élastiques permettant de construire 107 carrés pour réaliser le tour d'un géoplan. Déterminer le nombre maximal de picots de ce géoplan. Justifier la réponse.

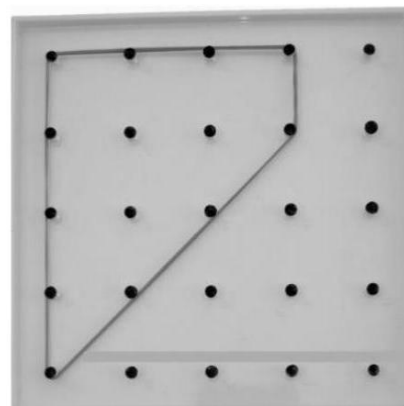
Partie B

L'enseignant propose ensuite aux élèves de réaliser librement une figure géométrique sur un géoplan de 25 picots.

Sur le géoplan, deux picots contigus horizontalement ou verticalement sont séparés de 3cm.

Un élève a réalisé la figure ci-contre.

On négligera l'épaisseur des picots pour répondre aux questions suivantes.

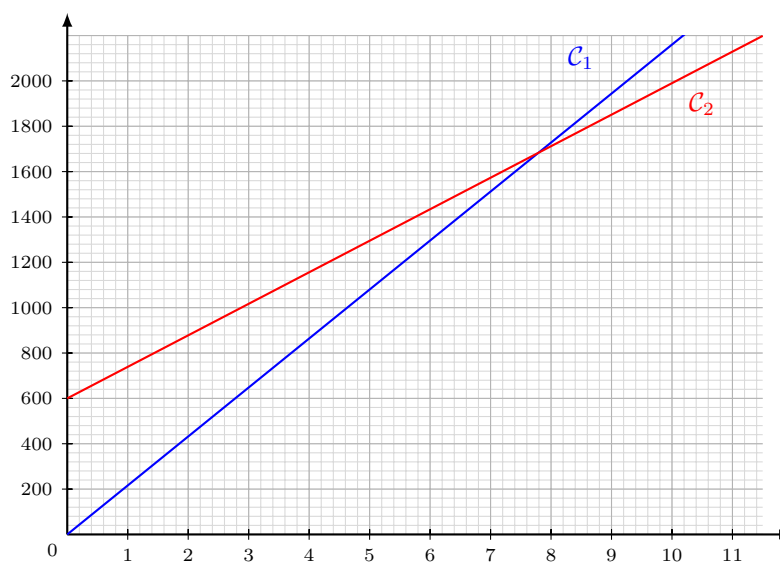


La commune souhaite recouvrir la zone bétonnée d'un revêtement en résine. La résine choisie est uniquement vendue en pots. Chaque pot permet de recouvrir 56m^2 . La commune prévoit d'appliquer deux couches de résine.

- 1► Calculer le nombre de pots nécessaires pour recouvrir la zone bétonnée.
- 2► La commune peut choisir parmi les propositions de deux fournisseurs de résine.

Fournisseur A	Fournisseur B
Ce fournisseur facture la résine et la pose de la résine à 215,75€ le pot de résine.	Chaque pot de résine est vendu 138,50€. Les frais de pose pour l'ensemble de la commande s'élèvent à 600€.

- a► Soit f la fonction qui au nombre n de pots de résine achetés auprès du fournisseur A associe le prix total à payer en euros. Donner l'expression de $f(n)$.
 - b► Soit g la fonction qui au nombre n de pots de résine achetés auprès du fournisseur B associe le prix total à payer en euros. Donner l'expression de $g(n)$.
- 3► a► En exploitant le graphique ci-dessous, déterminer le fournisseur le plus intéressant pour la commune ainsi que le coût approximatif correspondant. Expliquer votre démarche.



- b► Calculer le coût exact de ces travaux avec le fournisseur retenu.

Partie C

En prévision d'une éventuelle extension de la zone bétonnée, un troisième fournisseur est sollicité.

Fournisseur C
Chaque pot de résine est vendu 104,65 €. Les frais de pose pour l'ensemble de la commande s'élèvent à 995,75€.

Pour comparer les propositions des fournisseurs B et C selon le nombre de pots utilisés, la commune exploite la feuille de calcul ci-après :

	A	B	C
1	Nombre de pots de résine	Coût Fournisseur B	Coût Fournisseur C
2	1	738,5	1100,4
3	2	877	1205,05
4	3	1015,5	1309,7
5	4	1154	1414,35
6	5	1292,5	1519
7	6	1431	1623,65
8	7	1569,5	1728,3
9	8	1708	1832,95
10	9	1846,5	1937,6
11	10	1985	2042,25
12	11	2123,5	2146,9
13	12	2262	2251,55
14	13	2400,5	2356,2
15	14	2539	2460,85
16	15	2677,5	2565,5
17	16	2816	2670,15

Les coûts sont exprimés en euro.

- 1► Quelle formule a été saisie en cellule C2 puis étirée pour compléter la colonne C ?
- 2► À l'aide du tableau, déterminer à partir de combien de pots le fournisseur C semble être plus intéressant que le fournisseur B.
- 3► Écrire et résoudre une inéquation qui permet de retrouver ce résultat.

Exercice 89 (CRPE 2025 S3)

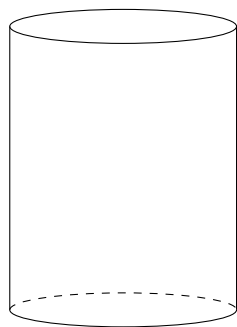
Une directrice d'une école de trois classes organise des ateliers de confection de bougies. Pour cela, elle utilise des ustensiles décrits ci-dessous, des mèches à bougie et de la cire.

Louche



Le cuilleron de la louche (la partie arrondie) utilisée est une demi-sphère de diamètre 5cm.

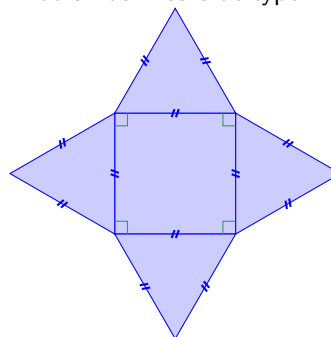
Module de type A : un cylindre



Cylindre de rayon 2,5cm.

Module de type B : une pyramide régulière à base carrée

Patron du moule de type B



Les arêtes du moule de type B ont toutes pour longueur 4cm.

On rappelle ci-dessous quelques formules de volumes.

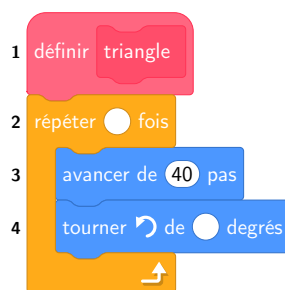
Volume d'une boule de rayon r : $\frac{4}{3}\pi r^3$.

Volume d'un prisme droit : aire de la base $\times$ hauteur.

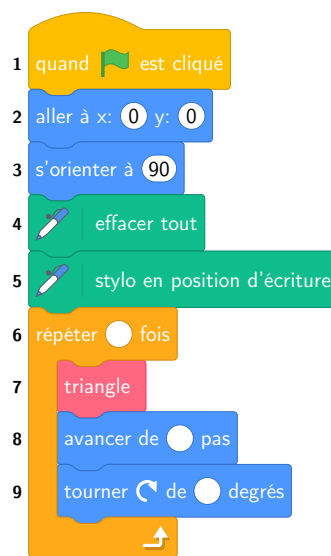
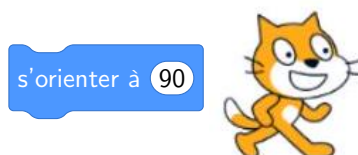
Volume d'un cylindre : aire de la base $\times$ hauteur.

Volume d'une pyramide : $\frac{1}{3} \times$ aire de la base $\times$ hauteur.

- 1► a► Montrer que le volume du cuilleron de la louche utilisée, arrondi au dixième de cm^3 , est $32,7\text{cm}^3$.
 b► Déterminer la hauteur minimale h du moule de type A, arrondie au millimètre, permettant d'y verser une louche pleine de cire.
 c► Tracer à main levée un patron du moule de type A de hauteur h . On indiquera sur ce patron les dimensions permettant de fabriquer ce moule, arrondies au millimètre.
- 2► Sur l'étiquette de la cire à faire fondre, on lit l'indication suivante : « 90g de cire fondue permettent de remplir un moule de 100mL ».
 a► Déterminer la masse de cire à faire fondre pour remplir le cuilleron de la louche. Arrondir le résultat au gramme.
 b► On utilise les moules de type A de hauteur h en versant une louche pleine de cire par bougie fabriquée. Avec 1kg de cire, combien de bougies cylindriques peut-on fabriquer ?
- 3► a► Calculer la longueur de la diagonale de la face carrée du moule de type B. On arrondira le résultat au millimètre.
 b► Déterminer la valeur arrondie au millimètre de la hauteur du moule de type B.
 c► Un moule de type B peut-il recevoir une louche pleine de cire ? Justifier la réponse.
- 4► a► Indiquer comment compléter les lignes 2 et 4 du bloc « triangle » ci-dessous pour qu'il permette de tracer un triangle équilatéral de côté 40 pas. Aucune justification n'est attendue.



- b► Indiquer comment compléter les lignes 6, 8 et 9 du script ci-dessous pour qu'il trace le patron du moule de type B représenté dans le tableau en début d'énoncé (10 pas représentent 1cm).



- 5► Pour les bougies fabriquées avec le moule de type A, la directrice prévoit une mèche de 3cm et pour celles fabriquées avec le moule de type B, une mèche de 4cm.

Afin de disposer d'une longueur de mèche suffisante, elle commande, pour chaque classe, une longueur de mèche 5% plus grande que la longueur nécessaire.

En prévision de la commande de mèches, la directrice élabore la feuille de calcul ci-dessous.

	A	B	C	D
1		Nombre de bougies avec le moule de type A	Nombre de bougies avec le moule de type B	Longueur de ficelle commandée (en cm)
2	Classe 1	12	13	
3	Classe 2	10	15	
4	Classe 3	7	17	
5	École			

- a► Donner une formule qui peut être saisie en B5 puis recopiée vers la droite en C5 pour calculer le nombre total de bougies de chaque type.
- b► Donner une formule qui peut être saisie dans la cellule D2 puis recopiée vers le bas pour déterminer la longueur de mèche commandée pour chaque classe.
- c► Quelle longueur de mèche totale la directrice doit-elle commander pour l'école ?

Mathématiques

L3 PPPE

Ce document est destiné aux étudiants et étudiantes en troisième année de licence PPPE, *Parcours Préparatoire au Professorat des Écoles*, année durant laquelle celles et ceux-ci affrontent le *Concours de Recrutement des Professeurs des Écoles*, abrégé CRPE.

Il ne s'agit pas d'un cours en soi, mais plutôt de rappels de notions rencontrées du collège à la seconde, et pour la plus grande part, l'intégralité des annales du CRPE jusqu'à la session 2025, dont les exercices ont été classés par thèmes.

En effet, durant cette dernière année de préparation, l'heure n'est plus à la découverte mais aux révisions et au bachotage !

« *C'est en ne tentant rien qu'on ne fait aucune erreur.* »

Cours & illustrations réalisés par E. Suong
Les exercices sont issus de sources multiples. Pour tout ajout
de référence, adaptation ou retrait, merci de me contacter.

