

Corrigé du devoir maison 2

Problème 1 : Assoiffés

Le volume d'eau est celui d'un cylindre de hauteur 15cm et de diamètre 10cm (donc de rayon 5cm), qui est donc :

$$\mathcal{V}_{\text{bouteille}} = \pi \times 5\text{cm} \times 5\text{cm} \times 15\text{cm} = 375\pi\text{cm}^3 = \frac{375\pi}{1000}\text{dm}^3 = \frac{375\pi}{1000}\text{L} = \frac{375\pi}{1000} \times 100\text{cL} = 37,5\pi\text{cL}$$

Chaque verre contenant 20cL, et comme

$$\mathcal{V}_{\text{bouteille}}/20\text{cL} = 37,5\pi\text{cL}/20\text{cL} \approx 5,89$$

On pourra donc remplir 5 verres pleins.

Problème 2 : Pâtisserie

Le premier moule a un volume de $25\text{cm} \times 18\text{cm} \times 7\text{cm} = 3150\text{cm}^3$. Le second est un cylindre de hauteur 6cm et de rayon 15cm, avec au milieu un trou cylindrique de même hauteur et de rayon 5cm. Pour que le moule soit assez grand, on demande à ce que la pâte ne dépasse pas les trois quarts de la hauteur du moule, c'est-à-dire qu'on considère une hauteur de $\frac{3}{4} \times 6\text{cm} = 4,5\text{cm}$. Le volume autorisé est donc :

$$\pi \times 15\text{cm} \times 15\text{cm} \times 4,5\text{cm} - \pi \times 5\text{cm} \times 5\text{cm} \times 4,5\text{cm} = 1012,5\pi\text{cm}^3 - 112,5\pi\text{cm}^3 = 900\pi\text{cm}^3 \approx 2927,43\text{cm}^3$$

Le nouveau moule n'est donc pas assez grand.

Problème 3 : Boule inscrite dans un cube

La boule touche les 6 faces du cube en leurs centres, donc le diamètre de la boule est égal à l'écart entre deux faces du cube, c'est-à-dire 1m, donc son rayon est 0,5m. On applique la formule du volume de la boule :

$$\mathcal{V}_B = \pi \times 0,5\text{m} \times 0,5\text{m} \times 0,5\text{m} \times 4/3 = \frac{\pi}{6}\text{m}^3 \approx 0,52\text{m}^3$$

Le volume du cube est $1\text{m} \times 1\text{m} \times 1\text{m} = 1\text{m}^3$, donc la boule occupe plus de la moitié du volume du cube.

Le disque touche les 4 côtés du carré en leurs milieux, donc le diamètre du disque est égal à l'écart entre deux côtés du carré, que l'on peut prendre comme 1m comme le cube (car on cherche une proportion), donc son rayon est 0,5m. On applique la formule de la surface du disque :

$$\mathcal{V}_D = \pi \times 0,5\text{m} \times 0,5\text{m} = \frac{\pi}{4}\text{m}^2 \approx 0,79\text{m}^2$$

La surface du carré est $1\text{m} \times 1\text{m} = 1\text{m}^2$, donc le disque occupe proportionnellement plus de surface dans le carré que la boule n'occupe de volume dans un cube.

