

Sujet du devoir maison 4

À rendre le lundi 22 janvier.

Vous avez le droit de demander l'aide nécessaire (cahier, parent, camarade, ...), sans pour autant copier sur vos camarades ! Rendez votre devoir sur une ou plusieurs copies : pensez à inscrire votre nom, votre prénom et votre classe sur chacune de vos copies (privilégiez des copies doubles).

Toute trace de recherche sera évaluée. La propreté de la copie sera évaluée.

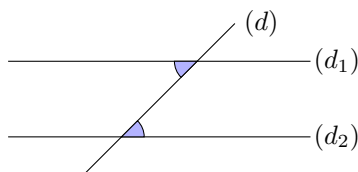
Ce devoir maison est une introduction à l'exercice de la démonstration mathématique en autonomie. Les étapes du raisonnement sont décomposées en questions, comme une démonstration à trous à compléter.

Écrire une démonstration, c'est partir de ce que l'on sait et en déduire de nouvelles choses, ainsi de suite jusqu'à arriver au résultat voulu. La qualité de la rédaction est donc capitale.

Rappel : le théorème des angles alternes-internes

Théorème (des angles alternes-internes) : Soient (d_1) et (d_2) deux droites parallèles non confondues, et (d) une droite qui intersecte (d_1) et (d_2) .

Les angles alternes-internes formés par ces intersections (ceux représentés sur la figure) sont de même mesure.

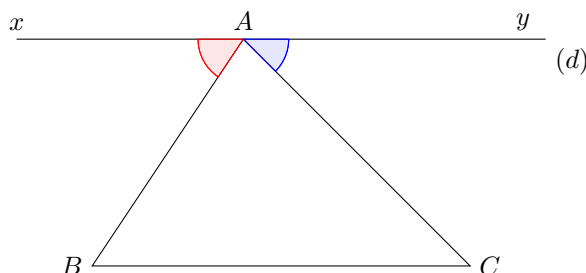


Démonstration : somme des angles d'un triangle

L'objectif de cette partie est de démontrer un théorème central en géométrie euclidienne :

Théorème : La somme des mesures des angles d'un triangle vaut toujours 180° .

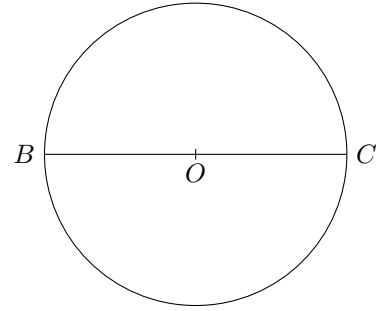
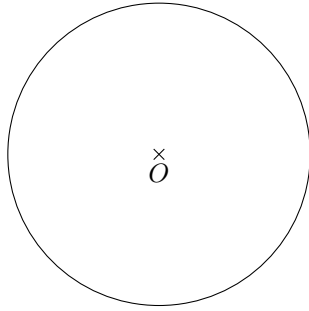
On commence donc par considérer un triangle ABC quelconque (non aplati, sinon ce n'est pas très intéressant !). On trace la droite (d) parallèle à BC passant par A . On note également x et y les deux directions de la droite (d) . Pour rappel, l'angle rouge se note alors $\widehat{xAB}$, et l'angle bleu se note $\widehat{CAy}$.



- 1► Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{xAy}$ en degrés ?
- 2► Trouvez dans la figure un angle de même mesure que $\widehat{xAB}$ (l'angle rouge). Justifiez.
- 3► Trouvez dans la figure un angle de même mesure que $\widehat{CAy}$ (l'angle bleu). Justifiez.
- 4► Écrivez $\widehat{xAy}$ comme une somme de trois angles.
- 5► Expliquez comment ce raisonnement démontre le théorème.

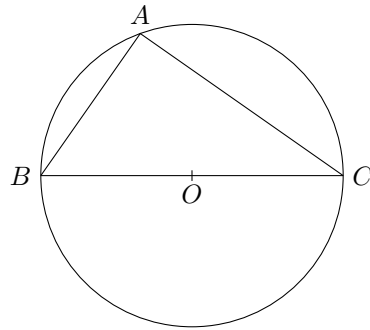
Application

On considère une figure construite comme suit :



ÉTAPE 1 : On trace un cercle dont on note O le centre.

ÉTAPE 2 : On trace un rayon $[BC]$ de ce cercle.



ÉTAPE 3 : On forme un triangle ABC en choisissant un point A sur le cercle.

L'objectif de cette partie est de démontrer la proposition suivante :

Proposition : Dans le programme de construction ci-dessus, ABC est forcément rectangle en A .

- 1► Reproduisez la figure du programme de construction sur votre copie, et tracez $[OA]$.
- 2► Que peut-on dire des longueurs BO , OA et OC ?
- 3► Que peut-on dire des mesures des angles à la base d'un triangle isocèle ?
- 4► Justifiez que $\widehat{BAC} = \widehat{OBA} + \widehat{OCA}$.
- 5► Expliquez en quoi ce raisonnement permet de démontrer la proposition.