

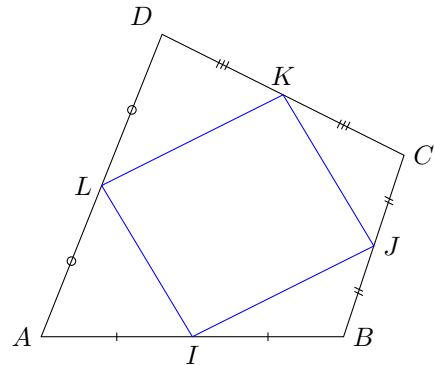
Sujet du devoir maison 7

L'objectif de ce problème est de démontrer le théorème de Varignon :

Théorème de Varignon

Soit $ABCD$ un quadrilatère quelconque.
En reliant les milieux des côtés de $ABCD$, on obtient un parallélogramme.

On peut faire un schéma pour se donner une idée de la situation :



Cas 1 : $ABCD$ non croisé

On suppose $ABCD$ non croisé, c'est à-dire que ses côtés ne se croisent pas, comme sur le schéma précédent. On garde les notations du schéma ci-dessus. On trace la diagonale $[AC]$ pour nous aider par la suite.

- 1► Démontrez que (AC) est parallèle à (KL) .
- 2► Justifiez que (AC) est parallèle à (IJ) .
- 3► Justifiez que (IJ) et (KL) sont parallèles.
- 4► Expliquer comment on pourrait justifier (sans rédiger les détails) que (IL) et (KJ) sont parallèles.

Cas 2 : $ABCD$ croisé

On suppose $ABCD$ croisé, c'est à dire que deux côtés de $ABCD$ se croisent, pour former comme un papillon, ou un sablier déformé.

- 1► Refaire un schéma avec $ABCD$ croisé, faire apparaître $IJKL$ le parallélogramme recherché.
- 2► Tracez $[AC]$, puis expliquez comment on pourrait adapter la rédaction du Cas 1 (sans rédiger les détails) pour démontrer le théorème de Varignon dans ce cas-là.

Cas 3... ?

Le théorème de Varignon vous semble-t-il vérifié dans des quadrilatères comme le suivant (non croisés, avec un creux) ? Démontrez ou réfutez votre conjecture.

