

Corrigé du devoir surveillé 1

Exercice : Expressions littérales

- 1► a► Pour $y = 4$, $2y + 3 = 2 \times y + 3 = 2 \times 4 + 3 = 8 + 3 = 11$
b► Pour $x = 2$, $3x^2 + 4x - 3 = 3 \times x \times x + 4 \times x - 3 = 3 \times 2 \times 2 + 4 \times 2 - 3 = 12 + 8 - 3 = 17$
- 2► a► $7(x + 3) = 7 \times x + 7 \times 3 = 7x + 21$
b► $3x(2x - 4) = 3x \times 2x - 3x \times 4 = 6x^2 - 4 \times 3x$

Problème 1 : Tuyaux

Il s'agit de déterminer le volume à l'intérieur du tuyau : celui-ci est un cylindre de hauteur 6,5m et de diamètre 14mm (attention à soustraire l'épaisseur des deux côtés!), donc de rayon 7mm

- **Méthode 1** : On convertit les longueurs en mm et on convertit le volume en litres après.

Comme 6,5m = 6 500mm,

$$\begin{aligned}\mathcal{V}_{\text{tuyau}} &= \pi \times \text{rayon} \times \text{rayon} \times \text{hauteur} = \pi \times 7\text{mm} \times 7\text{mm} \times 6\,500\text{mm} \\ &= 318\,500\pi\text{mm}^3 \approx 1\,000\,597,26\text{mm}^3 > 1\,000\,597\text{mm}^3\end{aligned}$$

On utilise le tableau de conversion :

m ³			dm ³			cm ³			mm ³		
					L	dL	cL	mL			
					1	0	0	0	5	9	7

Ainsi, $\mathcal{V}_{\text{tuyau}} > 1\,000\,597\text{mm}^3 = 1,000\,597\text{dm}^3 = 1,000\,597\text{L} > 1\text{L}$.

- **Méthode 2** : On convertit les longueurs en dm pour directement avoir un volume en dm³, c'est-à-dire en litre.

Comme 6,5m = 65dm et 7mm = 0,07dm,

$$\begin{aligned}\mathcal{V}_{\text{tuyau}} &= \pi \times \text{rayon} \times \text{rayon} \times \text{hauteur} = \pi \times 0,07\text{dm} \times 0,07\text{dm} \times 65\text{dm} = 0,3185\pi\text{dm}^3 \\ &= 0,3185\text{L} \approx 1,000\,597,26\text{L} > 1\text{L}\end{aligned}$$

Donc oui, on peut (tout juste !) rentrer 1L dans ce tuyau.

Problème 2 : Chauffage d'une maison

1► Chauffage du corps de la maison

- a► Le corps de la maison est un pavé droit, de longueur 10m, de largeur 8m, et de hauteur 3m.
b► Son volume est $\mathcal{V}_{\text{corps}} = 3\text{m} \times 8\text{m} \times 10\text{m} = 240\text{m}^3$.
c► Tout d'abord, $\mathcal{V}_{\text{corps}} = 240\text{m}^3 = 240 \times 1\text{m}^3 = 240 \times 1000\text{dm}^3 = 240\,000\text{dm}^3 = 240\,000\text{L}$. S'il faut à la pompe à chaleur 1 minute pour chauffer 5L d'air, alors il lui faudra $\frac{240\,000}{5} = 48\,000$ minutes pour chauffer le corps de la maison.

2► Isolation du toit

- a► Le toit est un prisme droit (à base triangulaire).
b► La hauteur du prisme est 10m. Sa base est un triangle, calculons son aire :

$$\mathcal{A}_{\text{triangle}} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} = \frac{8\text{m} \times (7\text{m} - 3\text{m})}{2} = 16\text{m}^2$$

Ainsi,

$$\mathcal{V}_{\text{toit}} = \mathcal{A}_{\text{triangle}} \times \text{hauteur} = 16\text{m}^2 \times 10\text{m} = 160\text{m}^3$$

Remplir entièrement les combles coûterait donc $15 \times 160 = 2\,400\text{€}$.

- c► Les parois des combles sont deux triangles d'aire 16m^2 chacun (comme on a calculé précédemment pour calculer le volume du toit), et deux rectangles d'aires $5\text{m} \times 10\text{m} = 50\text{m}^2$. La surface totale (sans compter le sol) est donc $16\text{m}^2 + 16\text{m}^2 + 50\text{m}^2 + 50\text{m}^2 = 132\text{m}^2$. La deuxième solution coûte donc $20 \times 132 = 2\,640\text{€}$.
- d► La solution la moins chère est donc la première, entièrement remplir les combles.

3► Isolation des murs

- a► Les murs de la maison sont deux rectangles d'aire $3\text{m} \times 10\text{m} = 30\text{m}^2$, et deux rectangles d'aire $3\text{m} \times 8\text{m} = 24\text{m}^2$. La surface totale des murs est donc $30\text{m}^2 + 30\text{m}^2 + 24\text{m}^2 + 24\text{m}^2 = 108\text{m}^2$.
- b► Il faut passer deux couches, donc il y aura au total $2 \times 108\text{m}^2 = 216\text{m}^2$ à couvrir. Un pot couvrant 10m^2 , il faudra 22 pots, ce qui coûtera $22 \times 90 = 1\,980\text{€}$.

Problème 3 : Squelette de cube

- 1► Le squelette de taille 3 contient 20 cubes, et celui de taille 4 contient 32 cubes.
- 2►
 - a► Un cube possède 12 arêtes et 8 sommets.
 - b► Chaque arête contient autant de cubes que la taille du squelette. Autrement dit, une arête d'un squelette de taille n contient n cubes.
 - c► En un sommet d'un cube, 3 arêtes se rejoignent.
 - d► Pour compter le nombre de cubes dans le squelette de taille n , on peut commencer par compter le nombre de cubes sur chaque arête. Avec 12 arêtes contenant chacune n cubes, on compte $12 \times n = 12n$ cubes. Cependant, de cette manière, on a compté 3 fois chaque cube des sommets (car 3 arêtes se rejoignent en un sommet), il faut donc soustraire les cubes comptés en trop : il faut soustraire $2 \times 8 = 16$ cubes. Finalement, le squelette de taille n contient $12n - 16$ cubes.
- 3► Le squelette de taille 10 contient $12 \times 10 - 16 = 104$ cubes, et celui de taille 15 contient $12 \times 15 - 16 = 194$ cubes.
- 4► On imagine bien que le nombre de petits cubes est d'autant plus grand que le squelette est grand. Comme $104 < 128 < 194$, d'après la question précédente, on cherche un squelette dont la taille est entre 10 et 15. On teste des valeurs en appliquant la formule. Taille 11 : $12 \times 11 - 16 = 116$. Taille 12 : $12 \times 12 - 16 = 128$. On peut donc construire le squelette de taille 12.
- 5►
 - a► Un seul cube a un volume de $2\text{cm} \times 2\text{cm} \times 2\text{cm} = 8\text{cm}^3$. D'après ce qui précède, le volume du squelette de taille n est donc :

$$\mathcal{V}_{\text{squelette}} = (12n - 16) \times 8\text{cm}^3$$

- b► On convertit le volume en m^3 :

$$\mathcal{V}_{\text{squelette}} = (12n - 16) \times 8\text{cm}^3 = (12n - 16) \times 8 \times \frac{1}{1\,000\,000}\text{m}^3 = \frac{8(12n - 16)}{1\,000\,000}\text{m}^3$$

Le squelette de taille n pèse donc $M_{\text{squelette}} = \mathcal{V}_{\text{squelette}} \times 1\,400\text{kg} = \frac{8(12n - 16)}{1\,000\,000} \times 1\,400\text{kg}$, le squelette

de taille n coûte donc $\boxed{\frac{8(12n - 16)}{1\,000\,000} \times 1\,400\text{€}}$.