

Corrigé du test de leçon 7 (sujet A)

Exercice 1

Pour calculer une puissance de 10 :

- ▶ Si la puissance est positive, on écrit un 1 (pas un 10, attention à celles et ceux qui ont fait l'erreur) suivi d'autant de 0 que l'exposant. Exemple : $10^3 = 1\,000 \rightarrow$ un 1 suivi de 3 zéros.
- ▶ Si la puissance est négative, on écrit un 0,00...01 avec autant de 0 que (la distance à zéro de) l'exposant. **Attention**, il faut compter le 0 avant la virgule ! Exemple : $10^{-3} = 0,001 \rightarrow$ un 1 précédé de 3 zéros.

▶ $10^5 = 100\,000$

▶ $10^{-3} = 0,001$

▶ $10^{15} = 1\,000\,000\,000\,000\,000$

▶ $10^{-11} = 0,000\,000\,000\,001$

Exercice 2

Pour trouver la bonne puissance de 10, on compte le nombre de zéros, puis on met un exposant positif si le nombre est grand, et négatif s'il est petit.

▶ $100\,000\,000\,000 = 10^{11}$
(11 zéros + grand nombre $\rightarrow$ exposant +11)

▶ $0,01 = 10^{-2}$
(2 zéros + petit nombre $\rightarrow$ exposant -2)

▶ $0,000\,001 = 10^{-6}$

▶ Dix millions = 10^7
(Un million = 1 000 000 donc dix millions = 10 000 000)

Exercice 3

Attention, ici, on ne travaille plus avec les puissances de 10 ! Il faut se poser deux questions : quel nombre est répété (en multiplications), et combien de fois il est répété. Exemple : dans $4 \times 4 \times 4$, le nombre 4 est répété 3 fois, il s'écrit donc 4^3 .

Pour la deuxième question, il faut utiliser la règle de calcul sur les puissances, ou tout simplement se faire la réflexion suivante : dans $7^9 \times 7^3$, on répète le nombre d'abord 9 fois, puis 3 fois, donc $9 + 3 = 12$ fois au total.

▶ $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^6$

▶ $7^9 \times 7^3 = 7^{9+3} = 7^{12}$

▶ $2,3 \times 2,3 \times 2,3 = 2,3^3$

Exercice 4

Une écriture scientifique, c'est un nombre ≥ 1 et < 10 multiplié par une puissance de 10. Ici il n'y avait pas de pièges, il suffisait de vérifier si le premier nombre était entre 1 et 10.

456

$3,5 \times 10^3$

458,6

$0,6 \times 10^{-3}$

4×10^{-7}

Exercice 5

Trois étapes :

- 1▶ On décale la virgule de sorte à obtenir un nombre entre 1 et 10 (s'il n'y a pas de virgule apparente, alors celle-ci est à droite du nombre),
- 2▶ On compte de combien de crans on a décalé la virgule (cela sert à construire l'exposant),
- 3▶ Si le nombre est grand, alors l'exposant est positif, et si le nombre est petit, alors l'exposant est négatif.

À la fin de ce procédé, on peut supprimer les zéros inutiles pour simplifier l'écriture.

- ▶ $4\,500\,000 = 4,500\,000 \times 10^6 = 4,5 \times 10^6$
- ▶ $0,0089 = 8,9 \times 10^{-3}$
- ▶ $58 \text{ milliards} = 58\,000\,000\,000 = 5,8000000000 \times 10^{10} = 5,8 \times 10^{10}$
- ▶ $0,00009 = 9 \times 10^{-5}$

Exercice 6

Décalez la virgule d'autant de crans que l'exposant – s'il est positif, alors décalez vers droite (exposant positif → le nombre devient grand); s'il est négatif, alors décalez vers gauche (exposant négatif → le nombre devient petit). N'essayer pas d'appliquer des méthodes magiques en mettant le nombre et en ajoutant des zéros, ou je ne sais quoi... ça ne marchera pas.

- ▶ $5,6 \times 10^3 = 5\,600$
- ▶ $4,37 \times 10^{-2} = 0,0437$
- ▶ $1,65 \times 10^{12} = 1\,650\,000\,000\,000$
- ▶ $8,97 \times 10^{-9} = 0,000\,000\,008\,97$

Exercice 7

Le cœur humain bat environ 75 fois par minute. Une personne vit en moyenne 80 ans. On ignorera les années bissextiles.

À l'aide de l'écriture scientifique, donnez un ordre de grandeur du nombre moyen de battements de cœur dans une vie.

(Ici, le raisonnement est extrêmement détaillé – je n'en attendais pas autant.)

On commence par trouver le nombre de minutes dans une vie. *(Inutile de calculer!!! Ce qui nous intéresse pour le moment, c'est le calcul, pas le résultat.)*

$$\begin{aligned}
 1 \text{ vie} &= 80 \text{ ans} \\
 &= 80 \times 365 \text{ jours} \\
 &= 80 \times 365 \times 24 \text{ heures} \\
 &= 80 \times 365 \times 24 \times 60 \text{ minutes}
 \end{aligned}$$

Un cœur bat en moyenne 75 fois par minute, donc un cœur bat en moyenne $80 \times 365 \times 24 \times 60 \times 75$ dans une vie.

Pour simplifier les calculs, on fait quelques arrondis (*car on demande un « ordre de grandeur », c'est-à-dire une valeur approchée; moins on fera d'arrondis, plus le résultat sera précis, et inversement.*) : on va dire que $365 \approx 400$, que $24 \approx 25$ et que $75 \approx 80$. On réécrit le calcul avec ces valeurs arrondies, puis on passe en écriture scientifique (à part le 25, c'est une petite astuce pour gagner du temps, vous allez voir) :

$$\begin{aligned}
 &80 \times 400 \times 25 \times 60 \times 80 \\
 &= 8 \times 10^1 \times 4 \times 10^2 \times 25 \times 6 \times 10^1 \times 8 \times 10^1
 \end{aligned}$$

On regroupe d'un côté les mantisses; on peut également se permettre de petits arrondis entre temps :

$$\begin{aligned}
 &8 \times \underbrace{4 \times 25}_{=100} \times \underbrace{6 \times 8}_{=48 \approx 50} \\
 &\approx 8 \times 100 \times 50 \\
 &= 40000 = 4 \times 10^4
 \end{aligned}$$

On réintroduit ce calcul dans le précédent, et il ne nous reste plus qu'à traiter les puissances de 10 :

$$\begin{aligned}
 &8 \times 10^1 \times 4 \times 10^2 \times 25 \times 6 \times 10^1 \times 8 \times 10^1 \\
 &\approx 4 \times 10^4 \times 10^1 \times 10^2 \times 10^1 \times 10^1 \\
 &= 4 \times 10^{4+1+2+1+1} \\
 &= 4 \times 10^9
 \end{aligned}$$

Donc un cœur bat environ 4 milliards de fois dans une vie.
(Le vrai résultat est proche 3,2 milliards : on ne tombe pas si loin que ça !)

Exercice 8

Un éléphant d'Afrique pèse 8×10^3 kg. Une abeille pèse 4×10^{-4} kg. Dans une ruche, il y a 40 000 abeilles. Combien faut-il de ruches pour égaler la masse d'un éléphant ?

(Ici, on pouvait carrément se débarrasser des écritures scientifiques et travailler sans. On va les garder au début du raisonnement pour les abeilles parce que c'est plus pratique.)

Un éléphant pèse $8 \times 10^3 = 8000$ kg. Une ruche est composée de $40\,000 = 4 \times 10^4$ abeilles, et une abeille pèse 4×10^{-4} kg, donc une ruche pèse :

$$\begin{aligned} & 40\,000 \times (4 \times 10^{-4}) \text{ kg} \\ &= 4 \times 10^4 \times 4 \times 10^{-4} \text{ kg} \\ &= 4 \times 4 \times 10^{-4} \times 10^4 \text{ kg} \\ &= 4 \times 4 \times 10^{(-4)+4} \text{ kg} \\ &= 16 \times 10^0 \text{ kg} \\ &= 16 \text{ kg} \end{aligned}$$

On veut trouver combien de ruches on doit prendre pour égaler la masse d'un éléphant. Autrement dit, on cherche combien de fois la masse d'une ruche doit-elle être comptée pour égaler la masse d'un éléphant. On cherche donc à compléter la multiplication à trou $16 \text{ kg} \times \dots = 8000 \text{ kg}$.

Autre rédaction : si on appelle x le nombre de ruches nécessaires pour égaler la masse d'un éléphant, alors on peut écrire l'égalité $x \times 16 \text{ kg} = 8000 \text{ kg}$.

Le nombre de ruches est alors :

$$\begin{aligned} 8000 \div 16 &= \frac{8000}{16} \\ &= \frac{8000 \div 8}{16 \div 8} \\ &= \frac{1000}{2} = 500 \end{aligned}$$

Il faut donc 500 ruches pour égaler la masse d'un éléphant.

Corrigé du test de leçon 7 (sujet B)

Exercice 1

Pour calculer une puissance de 10 :

- ▶ Si la puissance est positive, on écrit un 1 (pas un 10, attention à celles et ceux qui ont fait l'erreur) suivi d'autant de 0 que l'exposant. Exemple : $10^3 = 1\,000 \rightarrow$ un 1 suivi de 3 zéros.
- ▶ Si la puissance est négative, on écrit un 0,00...01 avec autant de 0 que (la distance à zéro de) l'exposant. **Attention**, il faut compter le 0 avant la virgule ! Exemple : $10^{-3} = 0,001 \rightarrow$ un 1 précédé de 3 zéros.

▶ $10^6 = 1\,000\,000$

▶ $10^{-4} = 0,000\,1$

▶ $10^{14} = 100\,000\,000\,000\,000$

▶ $10^{-12} = 0,000\,000\,000\,001$

Exercice 2

Pour trouver la bonne puissance de 10, on compte le nombre de zéros, puis on met un exposant positif si le nombre est grand, et négatif s'il est petit.

▶ $10\,000\,000\,000 = 10^{10}$

(10 zéros + grand nombre $\rightarrow$ exposant +10)

▶ $0,000\,000\,01 = 10^{-8}$

▶ $0,001 = 10^{-3}$

(3 zéros + petit nombre $\rightarrow$ exposant -3)

▶ Dix milliards = 10^{10}

(Un milliard = 1 000 000 000 donc dix milliards = 10 000 000 000)

Exercice 3

Attention, ici, on ne travaille plus avec les puissances de 10 ! Il faut se poser deux questions : quel nombre est répété (en multiplications), et combien de fois il est répété. Exemple : dans $4 \times 4 \times 4$, le nombre 4 est répété 3 fois, il s'écrit donc 4^3 .

Pour la deuxième question, il faut utiliser la règle de calcul sur les puissances, ou tout simplement se faire la réflexion suivante : dans $9^7 \times 9^4$, on répète le nombre d'abord 7 fois, puis 4 fois, donc $7 + 4 = 11$ fois au total.

▶ $6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 6^5$

▶ $9^7 \times 9^4 = 9^{7+4} = 9^{11}$

▶ $1,4 \times 1,4 \times 1,4 \times 1,4 = 1,4^4$

Exercice 4

Une écriture scientifique, c'est un nombre ≥ 1 et < 10 multiplié par une puissance de 10. Ici il n'y avait pas de pièges, il suffisait de vérifier si le premier nombre était entre 1 et 10.

2×10^{-5}

387

$5,3 \times 10^7$

258,4

$0,7 \times 10^{-5}$

Exercice 5

Trois étapes :

- 1▶ On décale la virgule de sorte à obtenir un nombre entre 1 et 10 (s'il n'y a pas de virgule apparente, alors celle-ci est à droite du nombre),
- 2▶ On compte de combien de crans on a décalé la virgule (cela sert à construire l'exposant),
- 3▶ Si le nombre est grand, alors l'exposant est positif, et si le nombre est petit, alors l'exposant est négatif.

À la fin de ce procédé, on peut supprimer les zéros inutiles pour simplifier l'écriture.

- ▶ $5\,400\,000 = 5,400\,000 \times 10^{+6} = 5,4 \times 10^6$
- ▶ $0,009\,8 = 9,8 \times 10^{-3}$
- ▶ $85\text{ millions} = 85\,000\,000 = 8,5000000 \times 10^{+7} = 8,5 \times 10^7$
- ▶ $0,000\,04 = 4 \times 10^{-5}$

Exercice 6

Décalez la virgule d'autant de crans que l'exposant – s'il est positif, alors décalez vers droite (exposant positif → le nombre devient grand); s'il est négatif, alors décalez vers gauche (exposant négatif → le nombre devient petit). N'essayer pas d'appliquer des méthodes magiques en mettant le nombre et en ajoutant des zéros, ou je ne sais quoi... ça ne marchera pas.

- ▶ $6,5 \times 10^3 = 6\,500$
- ▶ $7,34 \times 10^{-2} = 0,073\,4$
- ▶ $5,61 \times 10^{12} = 5\,610\,000\,000\,000$
- ▶ $7,98 \times 10^{-9} = 0,000\,000\,007\,98$

Exercice 7

Le cœur humain bat environ 75 fois par minute. Une personne vit en moyenne 80 ans. On ignorera les années bissextiles.

À l'aide de l'écriture scientifique, donnez un ordre de grandeur du nombre moyen de battements de cœur dans une vie.

(Ici, le raisonnement est extrêmement détaillé – je n'en attendais pas autant.)

On commence par trouver le nombre de minutes dans une vie. *(Inutile de calculer!!! Ce qui nous intéresse pour le moment, c'est le calcul, pas le résultat.)*

$$\begin{aligned}
 1 \text{ vie} &= 80 \text{ ans} \\
 &= 80 \times 365 \text{ jours} \\
 &= 80 \times 365 \times 24 \text{ heures} \\
 &= 80 \times 365 \times 24 \times 60 \text{ minutes}
 \end{aligned}$$

Un cœur bat en moyenne 75 fois par minute, donc un cœur bat en moyenne $80 \times 365 \times 24 \times 60 \times 75$ dans une vie.

Pour simplifier les calculs, on fait quelques arrondis (*car on demande un « ordre de grandeur », c'est-à-dire une valeur approchée; moins on fera d'arrondis, plus le résultat sera précis, et inversement.*) : on va dire que $365 \approx 400$, que $24 \approx 25$ et que $75 \approx 80$. On réécrit le calcul avec ces valeurs arrondies, puis on passe en écriture scientifique (à part le 25, c'est une petite astuce pour gagner du temps, vous allez voir) :

$$\begin{aligned}
 &80 \times 400 \times 25 \times 60 \times 80 \\
 &= 8 \times 10^1 \times 4 \times 10^2 \times 25 \times 6 \times 10^1 \times 8 \times 10^1
 \end{aligned}$$

On regroupe d'un côté les mantisses; on peut également se permettre de petits arrondis entre temps :

$$\begin{aligned}
 &8 \times \underbrace{4 \times 25}_{=100} \times \underbrace{6 \times 8}_{=48 \approx 50} \\
 &\approx 8 \times 100 \times 50 \\
 &= 40000 = 4 \times 10^4
 \end{aligned}$$

On réintroduit ce calcul dans le précédent, et il ne nous reste plus qu'à traiter les puissances de 10 :

$$\begin{aligned}
 &8 \times 10^1 \times 4 \times 10^2 \times 25 \times 6 \times 10^1 \times 8 \times 10^1 \\
 &\approx 4 \times 10^4 \times 10^1 \times 10^2 \times 10^1 \times 10^1 \\
 &= 4 \times 10^{4+1+2+1+1} \\
 &= 4 \times 10^9
 \end{aligned}$$

Donc un cœur bat environ 4 milliards de fois dans une vie.

(Le vrai résultat est proche 3,2 milliards : on ne tombe pas si loin que ça !)

Exercice 8

Un éléphant d'Afrique pèse 8×10^3 kg. Une abeille pèse 4×10^{-4} kg. Dans une ruche, il y a 40 000 abeilles. Combien faut-il de ruches pour égaler la masse d'un éléphant ?

(Ici, on pouvait carrément se débarrasser des écritures scientifiques et travailler sans. On va les garder au début du raisonnement pour les abeilles parce que c'est plus pratique.)

Un éléphant pèse $8 \times 10^3 = 8\,000$ kg. Une ruche est composée de $40\,000 = 4 \times 10^4$ abeilles, et une abeille pèse 4×10^{-4} kg, donc une ruche pèse :

$$\begin{aligned} & 40\,000 \times (4 \times 10^{-4}) \text{ kg} \\ &= 4 \times 10^{-4} \times 4 \times 10^4 \text{ kg} \\ &= 4 \times 4 \times 10^{-4} \times 10^4 \text{ kg} \\ &= 4 \times 4 \times 10^{(-4)+4} \text{ kg} \\ &= 16 \times 10^0 \text{ kg} \\ &= 16 \text{ kg} \end{aligned}$$

On veut trouver combien de ruches on doit prendre pour égaler la masse d'un éléphant. Autrement dit, on cherche combien de *fois* la masse d'une ruche doit-elle être comptée pour égaler la masse d'un éléphant. On cherche donc à compléter la multiplication à trou $16 \text{ kg} \times \dots = 8\,000 \text{ kg}$.

Autre rédaction : si on appelle x le nombre de ruches nécessaires pour égaler la masse d'un éléphant, alors on peut écrire l'égalité $x \times 16 \text{ kg} = 8\,000 \text{ kg}$.

Le nombre de ruches est alors :

$$\begin{aligned} 8\,000 \div 16 &= \frac{8\,000}{16} \\ &= \frac{8\,000 \div 8}{16 \div 8} \\ &= \frac{1\,000}{2} = 500 \end{aligned}$$

Il faut donc 500 ruches pour égaler la masse d'un éléphant.