

Mathématiques 6ème

E. Suong

25 mai 2024

Cours de sixième

1	Nombres entiers	4
1	Numération décimale de position	5
2	Comparaison, encadrement et représentation des nombres entiers	6
3	Opérations	7
4	Arithmétique	8
2	Solides	9
1	Notion de solide, vocabulaire	9
2	Représentation d'un solide en perspective cavalière	10
3	Patron d'un solide	11
4	Solides usuels	13
3	Fractions	16
1	Introduction à la notion de fraction comme partage d'une quantité	17
2	Décomposition, encadrement, comparaison de fractions	18
4	Nombres décimaux	20
1	Numération décimale de position	21
2	Comparaison et encadrement des nombres décimaux	23
3	Calculer avec les nombres décimaux	24
5	Cercles et triangles	26
1	Distances et cercles	26
2	Triangles	28
3	Un mot sur les dessins à main levée...	30
6	Divisions	31
1	Division euclidienne	31
2	Division décimale	31
7	Droites du plan	33
1	Positions de droites	34
2	Droites et distances	36
8	Pourcentages	38
1	(R-)Échauffement : fractions décimales et nombres décimaux	38
2	Pourcentages	40
9	Angles	44
1	Angle formé par deux demi-droites	44
2	Le rapporteur : mesurer et construire des angles	47
10	Fractions (bis)	52
1	De la fraction-partage à la fraction-quotient	54
2	Comparaison de fractions	57
3	Multiplication d'un nombre par une fraction	59

11 Proportionnalité	62
1 Situation de proportionnalité	62
2 Quatrième proportionnelle	64
3 Proportionnalité et pourcentages	65
4 Échelles et agrandissements	67
5 Diagrammes circulaires	67
12 Périmètre	68
1 Périmètre d'un polygone	68
2 Périmètre d'un cercle	70
3 Conversion d'unités de longueur	71
13 Aire	72
1 Notion d'aire d'une figure	72
2 Mesure(s) de l'aire d'une figure	73
3 Aires des figures usuelles	74
14 Symétrie axiale	78
1 Symétrique d'un point par rapport à une droite	78
2 Propriétés de la symétrie axiale	82
15 Polygones particuliers	84
1 Triangles particuliers	84
2 Quadrilatères particuliers	85
16 Volumes	88
1 Volume d'un pavé droit	88
2 Unités de volume et conversions	89

Chapitre 1: Nombres entiers

Règles d'orthographe

Trois règles pour écrire un nombre en toutes lettres :

- ▶ Si un nombre est constitué de plusieurs mots, alors ceux-ci sont reliés par des traits d'union.
- ▶ «Vingt» et «cent» se terminent par un s quand ils sont multipliés et terminent le nombre.
- ▶ «Million» et «milliard» s'accordent toujours en nombre.
- ▶ Exception : «Mille» est invariable

Exemple :

- ▶ 155 : "cent-cinquante-cinq"
- ▶ 190 : "cent-quatre-vingt-dix"
- ▶ 171 : "cent-soixante-et-onze"
- ▶ 261 : "deux-cent-soixante-et-un"
- ▶ 200 : "deux-cents"
- ▶ 85 : "quatre-vingt-cinq"
- ▶ 80 : "quatre-vingts"
- ▶ 280 : "deux-cent-quatre-vingts"
- ▶ 285 : "deux-cent-quatre-vingt-cinq"

Exceptions :

- ▶ 2000 : "deux-mille"
- ▶ 2023 : "deux-mille-vingt-trois"



Le plus grand nombre que l'on peut écrire avec ces cartes est cinq-cent-quatre-vingt-trois-millions.



Téléthon

CM2

Activité
1

Le Téléthon est une émission dont le but est de récolter des fonds pour financer des projets de recherche sur les maladies génétiques.

1. Wassim a regardé la fin de l'émission de 2016 (écran ci-contre), au moment où la somme récoltée s'affiche, mais il ne parvient pas à prononcer ce nombre.

Aider Wassim à lire oralement ce nombre, puis l'écrire en toutes lettres, tel qu'il figurera sur le chèque qui sera donné à l'association.

2. Quel est le rôle des deux points qui figurent dans le nombre affiché ?

3. Le record de l'émission date de 2006 avec 101 472 581 euros de promesses de dons. Wassim affirme que ce record a dépassé le milliard d'euros. A-t-il raison ?

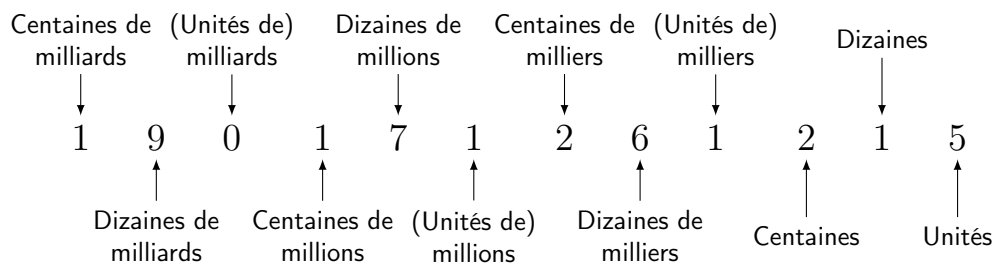


- 1► Ce nombre s'écrit quatre-vingt-millions-trois-cent-dix-neuf-mille-cent-treize.
- 2► Les points servent à séparer les chiffres par groupes de trois pour faciliter la lecture.
- 3► Wassim a tort car 101 472 581 est plus petit que un milliard.

1– Numération décimale de position

Définition : Les nombres entiers sont ceux qui interviennent lorsque l'on veut compter des objets. Ils s'écrivent avec les chiffres de 0 à 9.

Vocabulaire :



Remarque : Les noms associés à chaque position viennent de l'écriture suivante, appelée décomposition d'un entier :

$$4062 = 4 \times 1000 + 0 \times 100 + 6 \times 10 + 2 \times 1$$

Proposition :

- Un millier est égal à mille unités.
- Un milliard est égal à mille millions.
- Un million est égal à mille milliers.
- Un milliard est égal à un million de milliers.

Remarque : «Le chiffre des» et «le nombre de» ne signifient pas la même chose. Par exemple, dans 214, le chiffre des dizaines est 1, mais le nombre de dizaines est 21.

Méthode : Pour faciliter la lecture, on regroupe les chiffres par paquets de trois en partant des unités.

Exemple : On écrit 12 345 678 plutôt que 12345678.

2– Comparaison, encadrement et représentation des nombres entiers

Définition :

- ▶ Comparer deux nombres, c'est dire lequel est le plus grand et lequel est le plus petit.
- ▶ Ranger des nombres dans l'ordre croissant, c'est les tirer du plus petit au plus grand.
- ▶ Ranger des nombres dans l'ordre décroissant, c'est les trier du plus grand au plus petit.

Exercice: Complétez avec le symbole $\leq$ ou $\geq$:

a▶ $987\,465\,312 \geq 798\,465\,312$

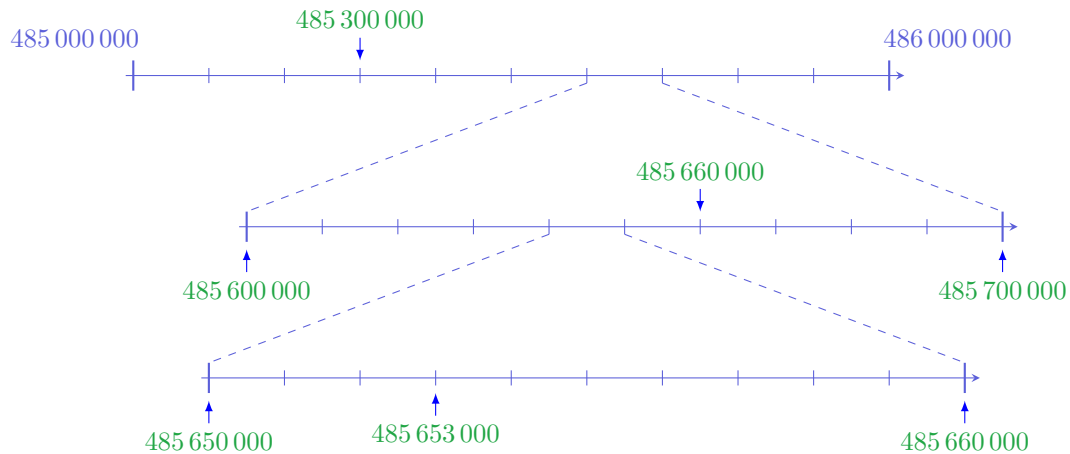
c▶ $4\,312\,678 \leq 43\,126\,789$

b▶ $8\,974\,651\,320 \leq 8\,984\,983\,652$

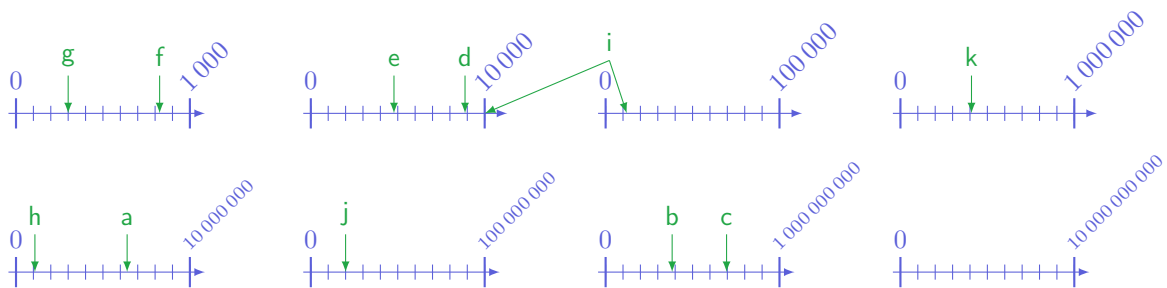
d▶ $897\,465\,879 \geq 897\,465\,312$

Exercice: À l'aide des graduations (régulières), déterminer les nombres pointés par les flèches.

✓



Exercice:



En choisissant l'échelle la plus pertinente (en mètres) parmi celles ci-dessus, placez approximativement les grandeurs suivantes :

a▶ Rayon de la Terre : 6 371 000m

f▶ Hauteur du Burj Khalifa : 828m

b▶ Distance Terre-Lune : 384 400 000m

g▶ Hauteur de la Tour Eiffel : 300m

c▶ Rayon du Soleil : 696 340 000m

h▶ Distance entre Menton et Porspoder (communes les plus éloignées de France métropolitaine) : 1 083 000m

d▶ Hauteur du mont Everest : 8 849m

e▶ Hauteur du Mont-Blanc : 4 809m

i ▶ Altitude de vol des avions : 10 000m

j ▶ Altitude de l'orbite des satellites GPS : 20 200 000m

k ▶ Altitude de l'orbite de la station spatiale internationale : 408 000m

3– Opérations

Définitions :

Opération	Symbole	Nombre de gauche	Nombre de droite	Résultat
Addition	+	Terme	Terme	Somme
Soustraction	−	Terme	Terme	Différence
Multiplication	×	Facteur	Facteur	Produit
Division	/	Dividende	Diviseur	Quotient

Propriété :

- ▶ Dans une addition, on peut échanger les termes sans changer le résultat.
- ▶ Dans une multiplication, on peut échanger les facteurs sans changer le résultat.
- ▶ Dans une soustraction ou une division, on ne peut pas effectuer un tel échange.

Propriété (Priorités des opérations) : Dans une ligne de calcul, on ne peut en général pas appliquer les opérations dans n'importe quel ordre. Il faut respecter l'ordre de priorités suivant :

- 1 ▶ On calcule d'abord ce qui est entre **P**arenthèses,
- 2 ▶ On calcule ensuite les **M**ultiplications et les **D**ivisions, de gauche à droite,
- 3 ▶ Enfin, on calcule les **A**dditions et les **S**oustractions, de gauche à droite.

Cette règle est souvent résumée par l'acronyme «PMDAS».

Remarque : Pour faciliter la lecture, on peut remplacer les parenthèses par des crochets, ou ajouter des parenthèses inutiles.

Exercice:

$$\begin{aligned}
 & 1 + (8 \times 9 - 5 \times [4 + \underbrace{2 \times 3}_6] + 6) \times 2 \\
 &= 1 + (8 \times 9 - 5 \times [4 + 6] + 6) \times 2 \\
 &= 1 + (\underbrace{8 \times 9}_{72} - 5 \times 10 + 6) \times 2 \\
 &= 1 + (72 - 5 \times 10 + 6) \times 2 \\
 &= 1 + (\underbrace{72 - 50}_{22} + 6) \times 2 \\
 &= 1 + (\underbrace{22 + 6}_{28}) \times 2 \\
 &= 1 + \underbrace{28 \times 2}_{56} \\
 &= \underbrace{1 + 56}_{57} \\
 &= 57
 \end{aligned}$$

Propriété : Dans une somme de plus de deux termes, on peut calculer les sommes dans l'ordre que l'on veut. C'est la même chose pour les produits de plus de deux facteurs.

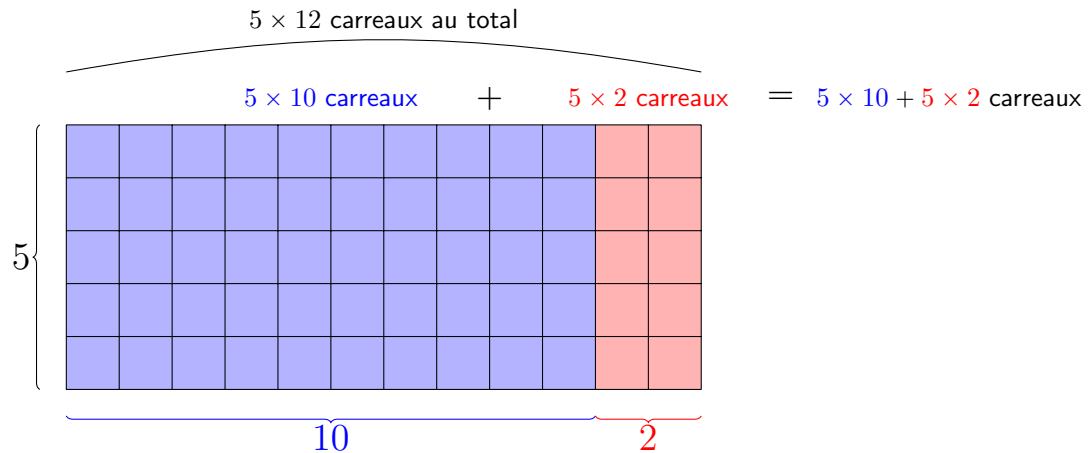
Propriété (distributivité simple) : Pour calculer $57 \times (20 + 3)$, on peut écrire :

$$57 \times (20 + 3) = 57 \times 20 + 57 \times 3$$

Exemple :

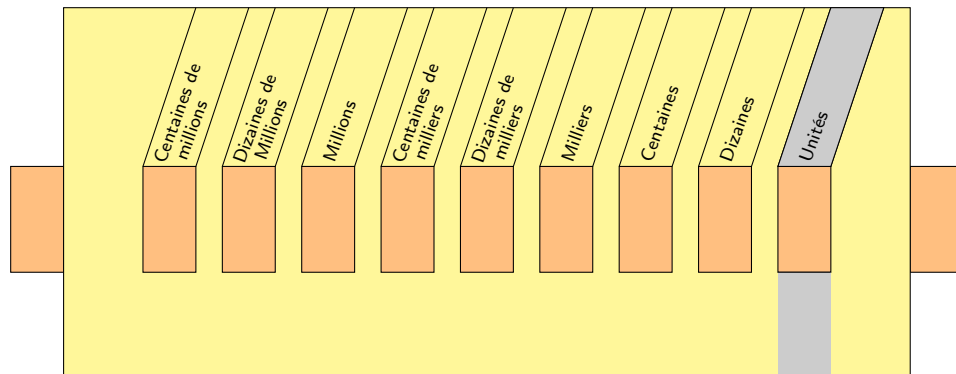
- ▶ $23 \times 12 = 23 \times (10 + 2) = 23 \times 10 + 23 \times 2$
- ▶ $17 \times 18 + 17 \times 2 = 17 \times (18 + 2) = 17 \times 20$

Remarque : On peut représenter la situation avec un dessin :



Astuces de calcul :

- ▶ Pour multiplier par 10, 100, 1 000, ..., on peut utiliser le tableau suivant (appelé « glisse-nombre ») :



- ▶ Pour multiplier par 5, on peut multiplier par 10 et diviser par 2.
- ▶ Pour multiplier par 25, on peut multiplier par 100 et diviser par 4.

4– Arithmétique

Définition : Comme le reste de la division euclidienne de 45 par 9 est 0, on dit que :

- ▶ 45 est un multiple de 9
- ▶ 9 est un diviseur de 45
- ▶ 45 est divisible par 9

Proposition : Un nombre entier est divisible par :

- ▶ 2 si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.
- ▶ 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- ▶ 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5.
- ▶ 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
- ▶ 10 si son chiffre des unités est 0.

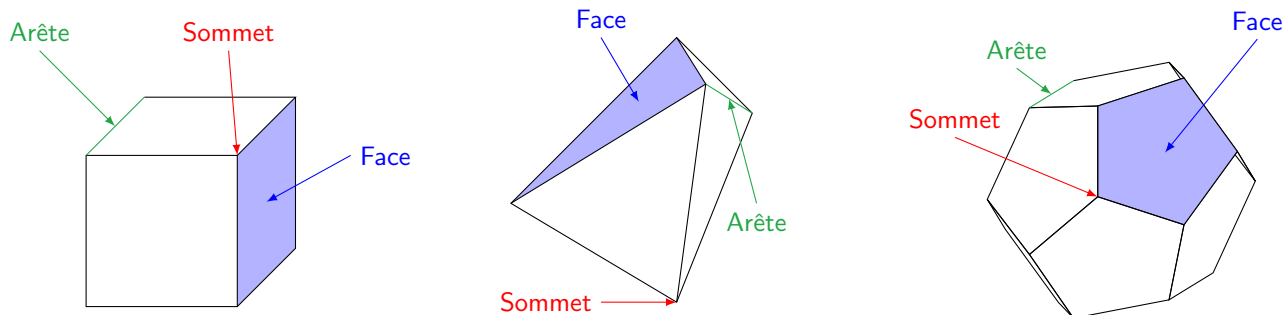
Chapitre 2: Solides

1– Notion de solide, vocabulaire

Définitions :

- ▶ Un solide est une forme géométrique qui correspond à la forme d'un objet de la vie réelle.
- ▶ Une arête est un bord du solide, une démarcation que l'on peut sentir avec le doigt.
- ▶ Une face est une surface lisse sur le solide. Les arêtes séparent les faces.
- ▶ Un sommet est un coin du solide, une pointe que l'on peut sentir avec le doigt. Un sommet est donc le point de rencontre de plusieurs arêtes.

Exemple :

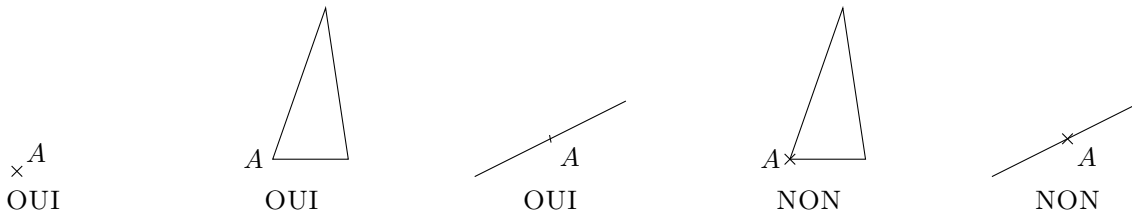


Définition :

- ▶ Un point est l'intersection de deux droites, c'est-à-dire l'endroit où elles se croisent.
- ▶ Un segment est un trait reliant directement deux points.

Notation : Le segment reliant deux points A et B est noté $[AB]$.

Représenter un point :

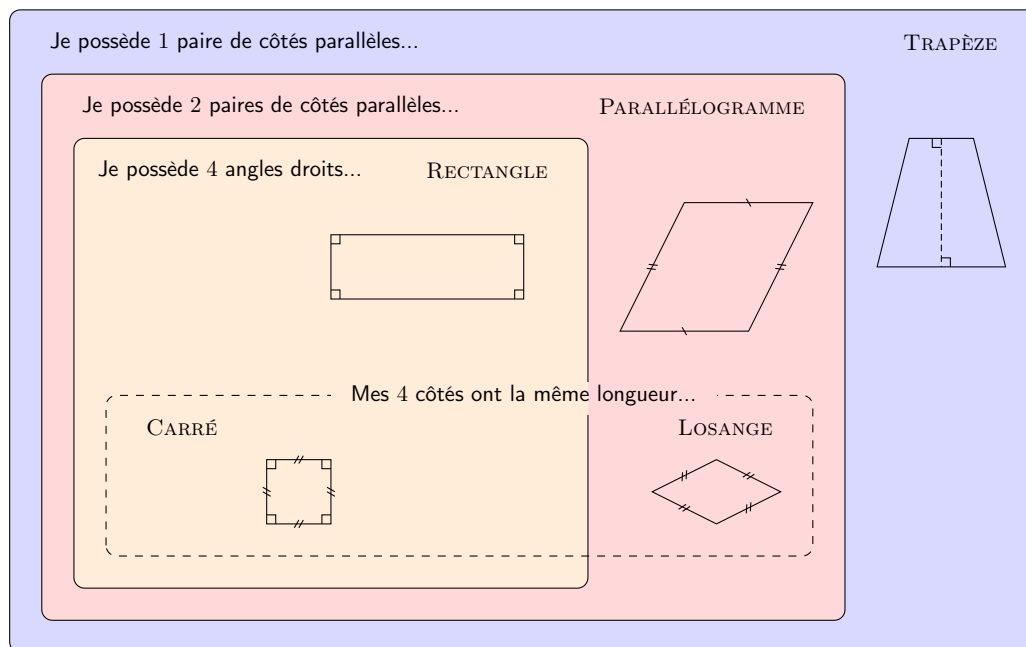


Propriété :

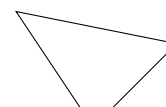
- ▶ Les sommets d'un solide sont des points.
- ▶ Les arêtes droites d'un solide sont des segments.

Définition : Un (solide) polyèdre est un solide dont les faces sont des polygones.

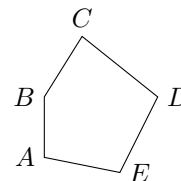
Définition : La nature d'une face est sa forme (un carré, un disque, un triangle, un pentagone, ...)

Rappel :

QUADRILATÈRE QUELCONQUE

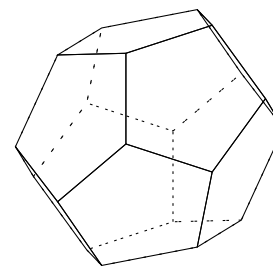
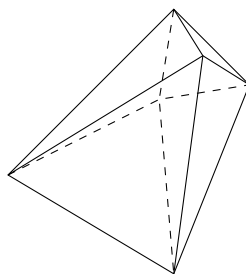
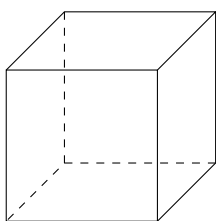


Rappel : Pour nommer un polygone, on lit le nom de ses sommets et tournant dans un sens ou dans l'autre. Par exemple, le polygone ci-contre peut être nommé $ABCDE$, ou $BAEDC$ par exemple.



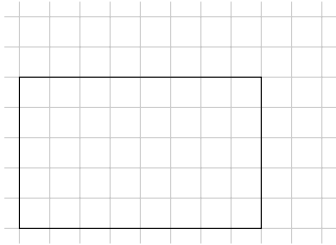
2– Représentation d'un solide en perspective cavalière

Définition : La perspective cavalière est une méthode de représentation des solides. Le parallélisme est conservé entre la réalité et le dessin. Les arêtes qui sont cachées par des faces sont représentées en pointillés.

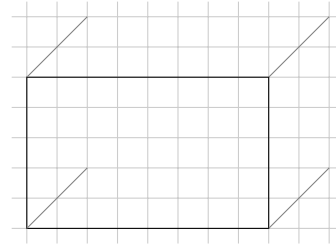


Remarque : La perspective cavalière respecte le parallélisme, mais par les formes : en effet, par exemple, la face supérieure d'un cube est un carré, mais quand on la dessine en perspective cavalière, on trace un parallélogramme qui n'est pas un carré.

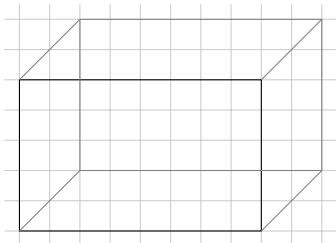
Méthode : Tracé d'un pavé droit en perspective cavalière



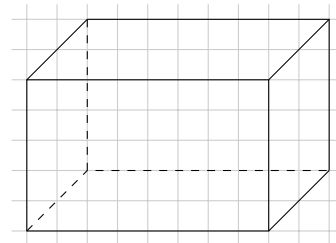
ÉTAPE 1 : On trace la face avant en taille réelle



ÉTAPE 2 : **Au crayon à papier**, on trace les arêtes dites fuyantes, celles qui partent en profondeur. **Elles doivent être parallèles et de même longueur⁽¹⁾**. Pour assurer le parallélisme, on utilise les carreaux de la feuille si possible, sinon on utilise un rapporteur.



ÉTAPE 3 : **Au crayon à papier**, on relie les sommets des arêtes fuyantes de sorte à tracer la face arrière.⁽²⁾



ÉTAPE 4 : **Au stylo**, on repasse en traits pleins les arêtes visibles et en traits pointillés les arêtes cachées. On efface ensuite les traits de construction tracés au crayon à papier.⁽³⁾

(1) : La perspective cavalière ne respecte pas la longueur des arêtes fuyantes, donc en principe on peut les faire de n'importe quelle longueur. Cependant, il est coutume de les tracer à la moitié de leur longueur réelle, pour donner un aspect plus réaliste au dessin final en termes de proportions.

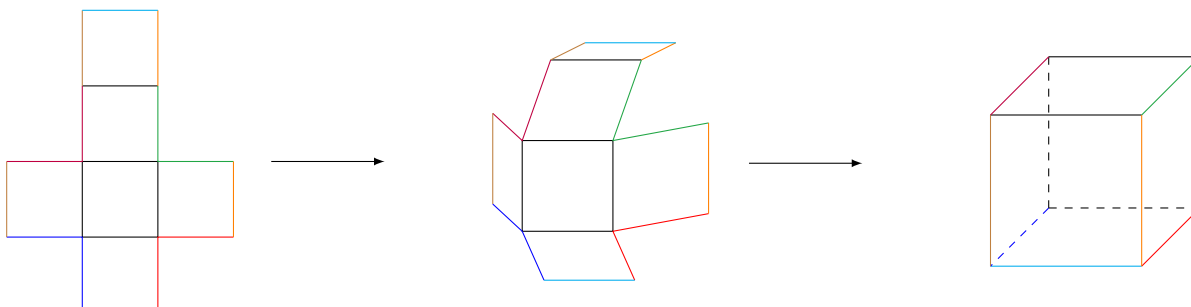
(2) : La face arrière est aussi en taille réelle. Si la face arrière n'est pas une copie déplacée de la face avant, c'est qu'on s'est trompé dans le dessin des arêtes fuyantes.

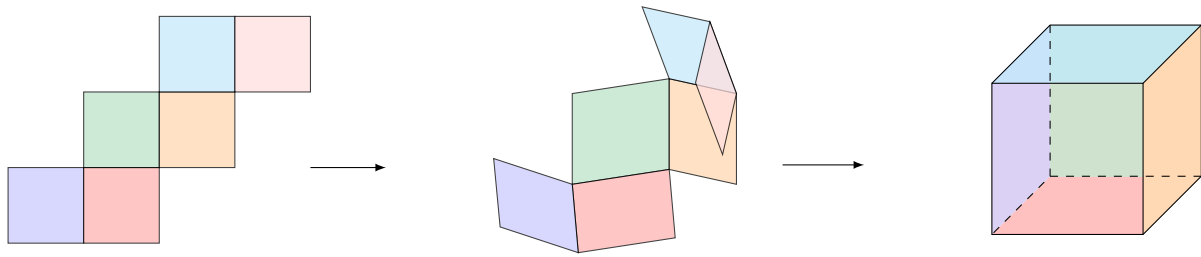
(3) : Astuce : attendez quelques secondes que l'encre du stylo sèche, sinon le passage de la gomme risque de créer des bavures !

3– Patron d'un solide

Définition : Un patron d'un solide est une représentation plane de ce solide dans laquelle les faces sont représentées en taille réelle. En pliant le patron le long des segments correspondant aux sommets du solide, on obtient le solide d'origine.

Exemple : Deux patrons du cube :

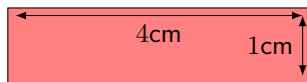
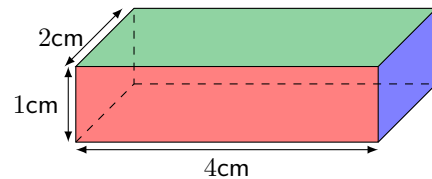




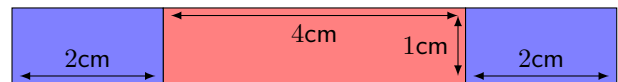
Remarque : Tous les polyèdres possèdent au moins un patron, mais les solides non polyèdres ne possèdent pas tous de patron. Par exemple, la sphère ne possède pas de patron.

Méthode : Patron d'un pavé droit

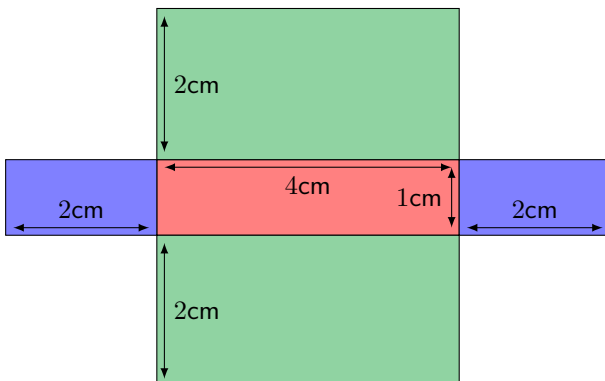
On veut tracer un patron du pavé droit ci-contre, dont les paires faces opposées ont été colorées de la même couleur pour aider à la visualisation :



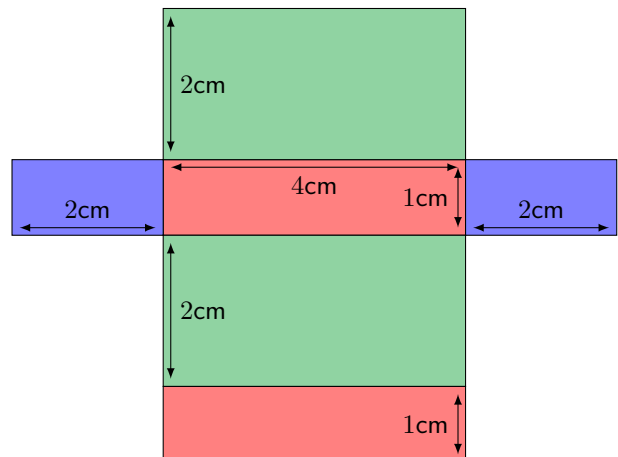
ÉTAPE 1 : On trace la face avant en taille réelle



ÉTAPE 2 : On ajoute à droite et à gauche du rectangle que l'on vient de tracer les faces droite et gauche du pavé droit, en taille réelle, en respectant les côtés partagés entre ces différents rectangles



ÉTAPE 3 : On ajoute en haut et en bas du rectangle correspondant à la face avant les faces du dessus et du dessous en taille réelle

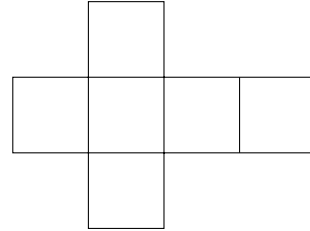
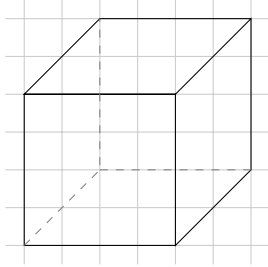


ÉTAPE 4 : On ajoute le rectangle correspondant à la face arrière accolé à l'un des rectangles correspondant aux faces du dessus ou du dessous et taille réelle

4– Solides usuels

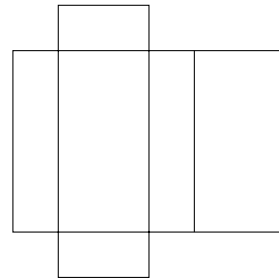
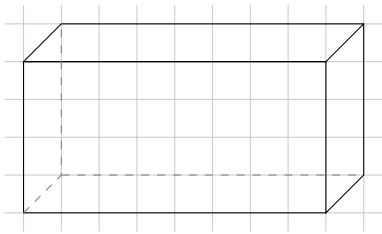
Définition : Les faces planes sont les faces qui peuvent être posées à plat sur une table, et les faces courbes sont les autres, celles qui ont du relief quand on les caresse avec le doigt.

Exemple : Les faces des polyèdres sont des faces planes. La face d'une boule est une face courbe.



CUBE

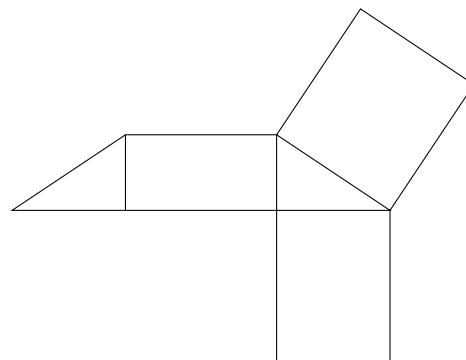
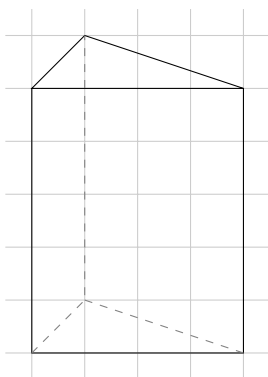
- ▶ Nombre de sommets : 8
- ▶ Nombre d'arêtes : 12
- ▶ Faces : 6 carrés
- ▶ C'est un polyèdre



PAVÉ DROIT

- ▶ Nombre de sommets : 8
- ▶ Nombre d'arêtes : 12
- ▶ Faces : 6 rectangles
- ▶ C'est un polyèdre

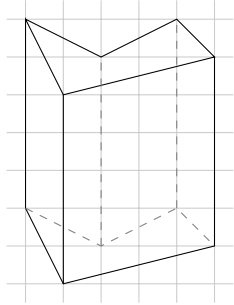
Remarque : Un cube est un type particulier de pavé droit, dont les faces sont des carrés.



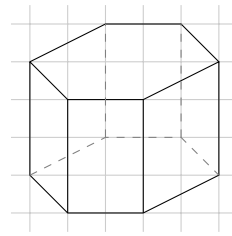
PRISME DROIT (À BASE TRIANGULAIRE)

- ▶ Nombre de sommets : 6
- ▶ Nombre d'arêtes : 9
- ▶ Faces : 2 triangles et 3 rectangles
- ▶ C'est un polyèdre

Définition : De manière générale, un prisme droit est un solide obtenu en prenant un polygone, appelé base du prisme droit, en élevant une copie de ce même polygone au-dessus du premier, et en reliant les côtés correspondants de ces deux polygones par des rectangles.

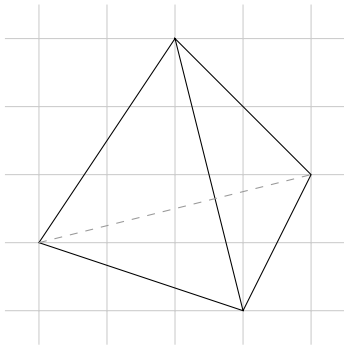


PRISME DROIT À BASE PENTAGONALE

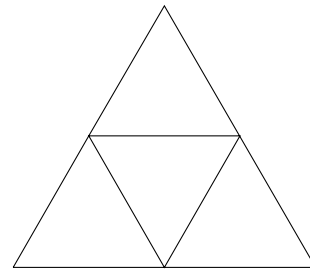


PRISME DROIT À BASE HEXAGONALE

Remarque : Un pavé droit est un type particulier de prisme droit, à base rectangulaire.

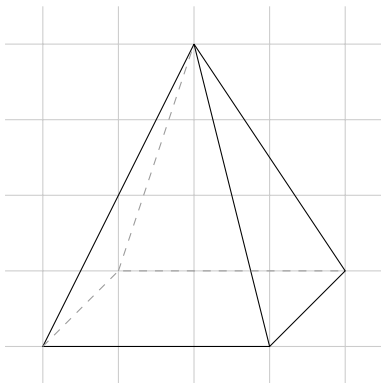


TÉTRAÈDRE RÉGULIER

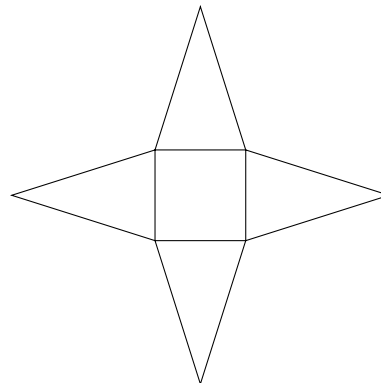


- Nombre de sommets : 4
- Nombre d'arêtes : 6

- Faces : 4 triangles équilatéraux
- C'est un polyèdre



PYRAMIDE À BASE CARRÉE

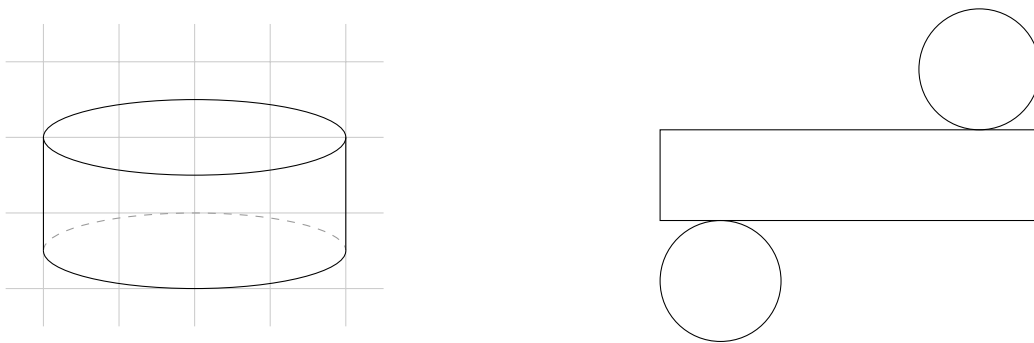


- Nombre de sommets : 5
- Nombre d'arêtes : 8

- Faces : 4 triangles et 1 carré
- C'est un polyèdre

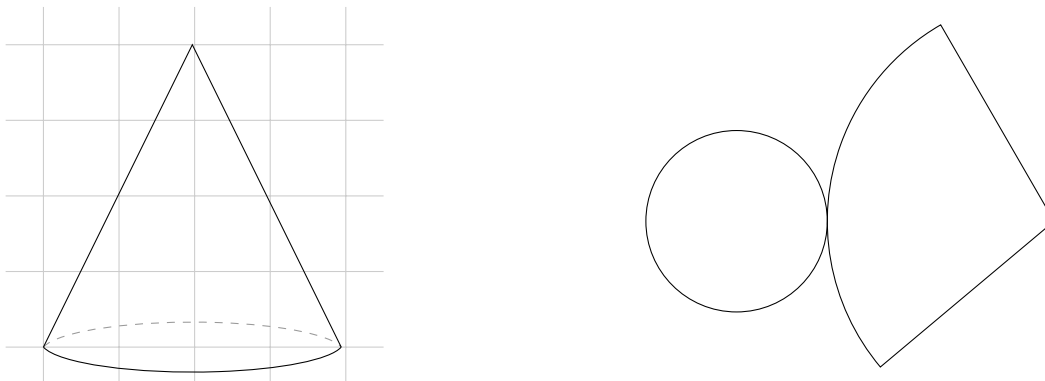
Définition : De manière générale, une pyramide est un solide obtenu en prenant un polygone, appelé base de la pyramide, et en reliant ses côtés à un autre point, appelé sommet de la pyramide, pour former des faces triangulaires.

Remarque : Un tétraèdre régulier est un type particulier de pyramide, à base triangulaire.



CYLINDRE (DE RÉVOLUTION)

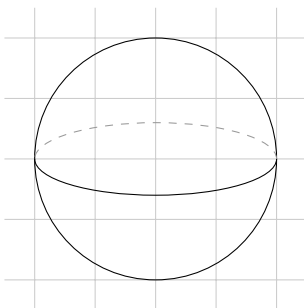
- ▶ Nombre de sommets : 0
- ▶ Nombre d'arêtes : 2
- ▶ Faces : 2 disques et 1 face courbe
- ▶ Ce n'est pas un polyèdre



CÔNE (DE RÉVOLUTION)

- ▶ Nombre de sommets : 0
- ▶ Nombre d'arêtes : 1
- ▶ Faces : 1 disque et 1 face courbe
- ▶ Ce n'est pas un polyèdre

Définition : Une sphère est l'ensemble des points à distance donnée (appelée rayon de la sphère) d'un certain point (appelé centre de la sphère). Une boule est l'ensemble des points à distance inférieure ou égale à une distance donnée (appelée rayon de la boule) d'un certain point (appelé centre de la boule).



Pas de patron

BOULE/SPHÈRE

- ▶ Nombre de sommets : 0
- ▶ Nombre d'arêtes : 0
- ▶ Faces : 1 face courbe
- ▶ Ce n'est pas un polyèdre

Chapitre 3: Fractions

Activité 3 Les éprouvettes

Lors du cours de physique-chimie, chaque élève reçoit une éprouvette graduée que le professeur a rempli d'un liquide bleu.

1. Exprimer le niveau de liquide de chaque éprouvette par une fraction.

2. Encadrer chacune de ces fractions par deux entiers consécutifs.

Vocabulaire

Consécutifs : qui se suivent immédiatement sans interruption.

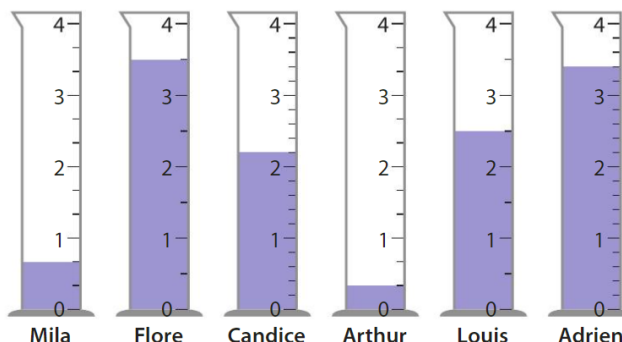
3. Dans chacun des cas suivants, répondre à la question en observant les éprouvettes, puis écrire une comparaison de fractions qui correspond à cette observation.

a. Qui a le plus de liquide entre Mila et Arthur ?

b. Qui a le plus de liquide entre Flore et Louis ?

c. Qui a le plus de liquide entre Candice et Adrien ?

4. Plus généralement, comment peut-on comparer deux fractions qui ont le même dénominateur ?



- 1►
 - Mila : l'unité est divisé en trois petites graduations, donc une petite graduation correspond au tiers d'une unité. On compte 1 petites graduations, c'est-à-dire deux tiers d'une unité ($\frac{2}{3}$).
 - Flore : l'unité est divisé en deux petites graduations, donc une petite graduation correspond à la moitié d'une unité. On compte 7 petites graduations, c'est-à-dire sept demi-unités ($\frac{7}{2}$), ce qui correspond à 3 unités plus une demi-unité ($3 + \frac{1}{2}$).
 - Candice : l'unité est divisé en cinq petites graduations, donc une petite graduation correspond à un cinquième d'une unité. On compte 11 petites graduations, c'est-à-dire onze cinquièmes d'une unité ($\frac{11}{5}$), ce qui correspond à 2 unités plus un cinquième d'unité ($2 + \frac{1}{5}$).
 - Arthur : l'unité est divisé en trois petites graduations, donc une petite graduation correspond au tiers d'une unité. On compte 1 petite graduation, c'est-à-dire un tiers d'une unité ($\frac{1}{3}$).
 - Louis : l'unité est divisé en deux petites graduations, donc une petite graduation correspond à la moitié d'une unité. On compte 5 petites graduations, c'est-à-dire cinq demi-unités ($\frac{5}{2}$), ce qui correspond à 2 unités plus une demi-unité ($2 + \frac{1}{2}$).
 - Adrien : l'unité est divisé en cinq petites graduations, donc une petite graduation correspond à un cinquième d'une unité. On compte 17 petites graduations, c'est-à-dire dix-sept cinquièmes d'une unité ($\frac{17}{5}$), ce qui correspond à 3 unités plus deux cinquièmes d'unité ($3 + \frac{2}{5}$).
- 2►
 - Mila : on lit sur l'éprouvette que le niveau de liquide est entre les marques 0 et 1, donc $0 < \frac{2}{3} < 1$.
 - Flore : on lit sur l'éprouvette que le niveau de liquide est entre les marques 3 et 4, donc $3 < \frac{7}{2} < 4$ (avec l'autre écriture : $3 < 3 + \frac{1}{2} < 4$).
 - Candice : on lit sur l'éprouvette que le niveau de liquide est entre les marques 2 et 3, donc $2 < \frac{11}{5} < 3$ (avec l'autre écriture : $2 < 2 + \frac{1}{5} < 3$).
 - Arthur : on lit sur l'éprouvette que le niveau de liquide est entre les marques 0 et 1, donc $0 < \frac{1}{3} < 1$.
 - Louis : on lit sur l'éprouvette que le niveau de liquide est entre les marques 2 et 3, donc $2 < \frac{5}{2} < 3$ (avec l'autre écriture : $2 < 2 + \frac{1}{2} < 3$).

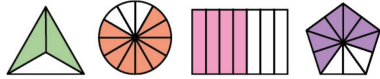
- Adrien : on lit sur l'éprouvette que le niveau de liquide est entre les marques 3 et 4, donc $3 < \frac{17}{5} < 4$ (avec l'autre écriture : $3 < 3 + \frac{2}{5} < 4$).

3► Il suffit de comparer le niveau des éprouvettes :

- a► Mila a plus de liquide qu'Arthur.
- b► Flore a plus de liquide que Louis.
- c► Candice a plus de liquide que Adrien.

4► D'après la question précédente, $\frac{2}{3} > \frac{1}{3}$, $\frac{7}{2} > \frac{5}{2}$ et $\frac{17}{5} > \frac{11}{5}$. Pour comparer deux fraction de même dénominateur, il suffit de comparer leurs numérateurs.

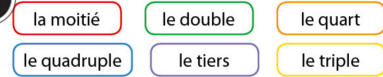
21 Dans chacun des cas suivants, quelle fraction de la surface a été coloriée ?



22 Écrire sous la forme d'une fraction :

- a. vingt-trois dixièmes
- b. treize quarts
- c. quinze demis
- d. onze vingt-cinquièmes
- e. sept cinquantièmes

23 Recopier et compléter les phrases ci-dessous avec les étiquettes suivantes.



- a. 50 est ... de 100.
- b. 48 est ... de 12.
- c. 3 est ... de 9.
- d. 24 est ... de 8.
- e. 12 est ... de 6.
- f. 5 est ... de 20.

Exercice 21p96: De gauche à droite, les surfaces coloriées représentent $\frac{2}{3}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{4}{7}$ et $\frac{7}{10}$ des figures.

Exercice 22p96:

- a► $\frac{23}{10}$
- b► $\frac{13}{4}$
- c► $\frac{15}{2}$
- d► $\frac{11}{25}$
- e► $\frac{7}{50}$

Exercice 22p96:

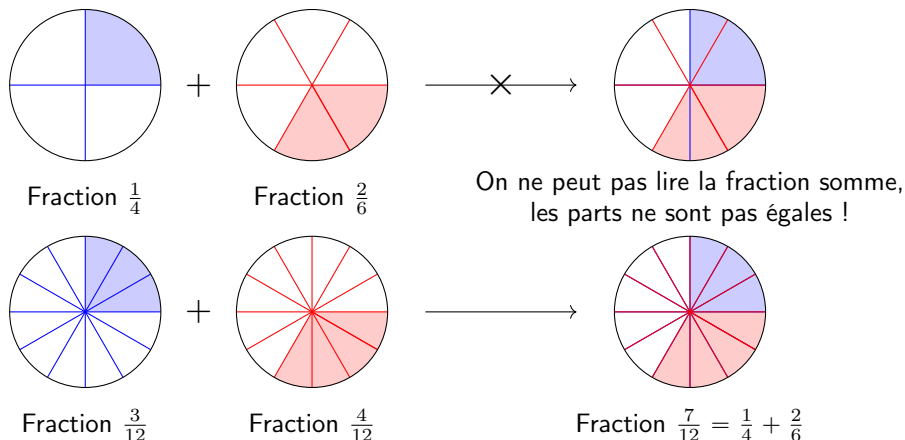
- a► 50 est la moitié de 100.
- b► 48 est le quadruple de 12.
- c► 3 est le tiers de 9.
- d► 24 est le triple de 9.
- e► 12 est le double de 6.
- f► 5 est le quart de 20.

1– Introduction à la notion de fraction comme partage d'une quantité

Définition : Dans la fraction $\frac{22}{7}$, lu «vingt-deux septièmes», ou «22 sur 7», le nombre 22 en haut est appelé numérateur, et le nombre en bas est appelé dénominateur. La fraction $\frac{22}{7}$ représente 22 parts prises d'une unité partagée en 7 parts égales.

Remarque : Quand on écrit une fraction, la barre de fraction doit être tracée sur la ligne. En particulier, un symbole = et une barre de fraction doivent être alignés : on écrit $\dots = \frac{1}{2}$ et non $\dots = \frac{1}{2}$ ou $\dots = \frac{1}{2}$.

Remarque : On dit $\frac{1}{2}$: «un demi», $\frac{5}{3}$: «cinq tiers» et $\frac{3}{4}$: «trois quarts».



Proposition :

- La fraction $\frac{2}{5}$ est strictement plus petite que 1 car $2 < 5$.
- La fraction $\frac{22}{7}$ est strictement plus grande que 1 car $22 > 7$.
- La fraction $\frac{10}{10}$ est égale à 1 car $10 = 10$ (le numérateur est égal au dénominateur).

Proposition : (Sur un exemple) $\frac{9}{1} = 9$: découper 9 gâteaux en 1 part égale, c'est prendre les 9 gâteaux en entier.

Proposition : (Sur un exemple) $\frac{22}{7} = 22 \times \frac{1}{7}$: la fraction $\frac{22}{7}$ représente 22 fois un septième d'une unité.

Définition : On appelle fraction décimale une fraction dont le dénominateur est 10, ou 100, ou 1000, ou 10 000, etc.

Exemple : Les fractions $\frac{5}{10}$, $\frac{11}{100}$, $\frac{365}{1000}$ sont des fractions décimales.

2– Décomposition, encadrement, comparaison de fractions

Proposition : Toute fraction peut s'écrire comme somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure (strictement) à 1.

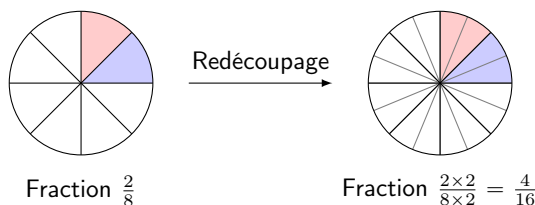
Méthode (Décomposition d'une fraction) : On veut écrire la fraction $\frac{45}{7}$ sous la forme d'un entier plus une fraction plus petite que 1. Pour cela, on calcule la division euclidienne de 45 par 7 : $45 = 7 \times 6 + 3$. Dans 45, il y a 6 paquets de 7, et il reste 3 unités, donc $\frac{45}{7} = 6 + \frac{3}{7}$.

Exercice : Écrire $\frac{53}{6}$ sous la forme d'un entier plus une fraction plus petite que 1.

Comme $53 = 6 \times 8 + 5$, on en déduit que $\frac{53}{6} = 8 + \frac{5}{6}$ (53 contient 8 paquets de 6 et 5 unités, donc en partageant en 6, on se retrouve avec 8 paquets entiers et 5 sixièmes d'unité).

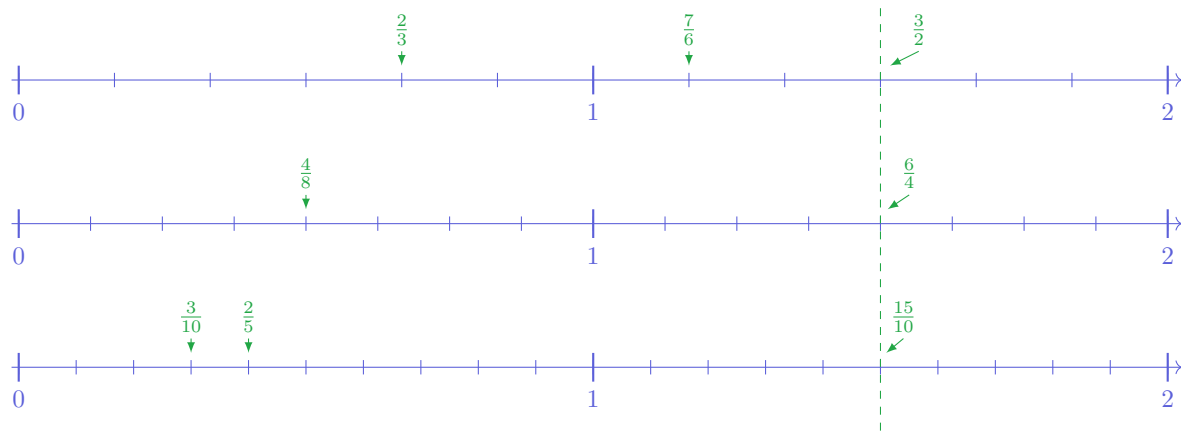
Proposition : Toute fraction est comprise entre deux nombres entiers consécutifs (c'est-à-dire qui se suivent). (On dit qu'on encadre la fraction entre deux entiers consécutifs.)

Proposition : On peut multiplier simultanément le numérateur et le dénominateur d'une fraction sans changer la valeur de celle-ci.

Remarque :

Exercice : Pour chacune des fractions suivantes, décomposez-la en la somme d'un entier et d'une fraction plus petite que 1, puis placez-la sur une demi-droite avec une graduation adaptée parmi les demi-droites graduées ci-dessous :

$\frac{3}{2}, \frac{2}{5}, \frac{4}{8}, \frac{7}{6}, \frac{3}{10}, \frac{6}{4}, \frac{2}{3}, \frac{15}{10}$



Méthode : Pour comparer deux fractions de même dénominateur, on compare leurs numérateurs.

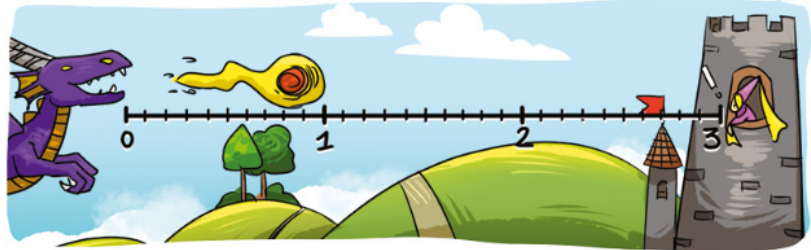
Chapitre 4: Nombres décimaux

Le jeu vidéo

CM2

Activité
1

Un dragon lance des boules de feu sur une tour. L'objectif du jeu est d'intercepter les boules de feu en moins de trois secondes, avant qu'elles n'atteignent la tour. Quand un joueur intercepte une boule de feu, son temps est marqué sur la ligne de tir.



1. Quatre amis commencent une partie :

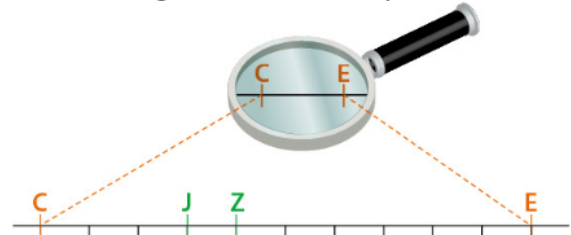
- Nina intercepte la boule en 1 seconde et 7 dixièmes ;
- Lily, en 9 dixièmes de seconde ;
- Cali, en 2 secondes et 3 dixièmes ;
- Eneko, en 2 secondes et 4 dixièmes.

Reproduire la ligne de tir et y indiquer le temps de chaque joueur (N pour Nina, L pour Lily, etc.).

2. On peut lire sur l'écran ci-dessous les scores de plusieurs joueurs avec trois écritures différentes. Recopier et compléter ce tableau.

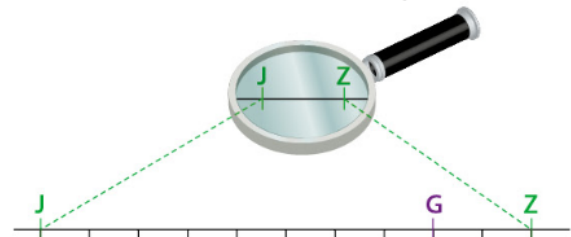
JOUEURS	SCORES		
NINA	17 dixièmes	$1 + \frac{7}{10}$	1,7
LILLY			
ENEKO			
CALI			
ANTON	14 dixièmes		
SARAH			2,8
TÉVA			1

3. Jules et Zoé ont tous les deux intercepté la boule de feu entre 2,3 et 2,4 secondes. Pour se départager, ils utilisent la loupe du jeu, qui grossit dix fois la ligne de tir. Voici ce qu'ils observent :



Donner trois écritures pour les scores de Jules et Zoé.

4. Ils utilisent à nouveau la loupe pour grossir le segment [JZ]. Ils voient alors apparaître la marque de Gilles. Donner trois écritures pour son score.



	Joueurs	Scores		
	Nina	17 dixièmes	$1 + \frac{7}{10}$	1,7
	Lilly	9 dixièmes	$0 + \frac{9}{10}$	0,9
2▶	Eneko	24 dixièmes	$2 + \frac{4}{10}$	2,4
	Cali	23 dixièmes	$2 + \frac{3}{10}$	2,3
	Anton	14 dixièmes	$1 + \frac{4}{10}$	1,4
	Sarah	28 dixièmes	$2 + \frac{8}{10}$	2,8
	Téva	10 dixièmes	$1 + \frac{0}{10}$	1

	Joueurs	Scores		
3▶	Jules	233 centièmes	$2,3 + \frac{3}{100}$	2,33
	Zoé	234 centièmes	$2,3 + \frac{4}{100}$	2,34

4▶	Joueurs	Scores		
	Giles	2 338 millièmes	$2,33 + \frac{8}{1\,000}$	2,338

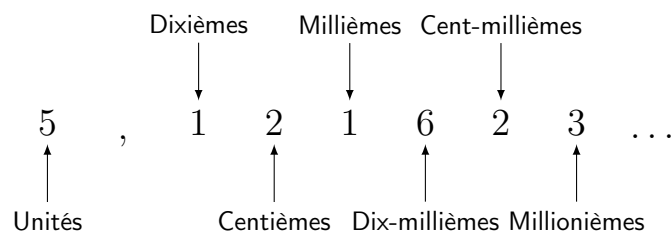
1– Numération décimale de position

Exercice du Cahier Mission Indigo : 11, 12 page 17, 20, 21 page 18

Propriété : Un nombre décimal est un nombre qui peut s'écrire comme une fraction décimale, c'est-à-dire comme une fraction sur 1, 10, 100, 1 000, ...

Méthode : Pour expliquer pourquoi un nombre est un nombre décimal, il faut l'écrire sous la forme d'une fraction décimale.

Propriété : Un nombre décimal peut s'écrire avec un nombre fini de chiffres après la virgule. Les chiffres à droite de la virgule d'un nombre sont appelés décimales de ce nombre.



Remarque : Pour faciliter la lecture des nombres avec beaucoup de décimales, on peut regrouper leurs décimales par paquets de trois en partant des dixièmes.

Exemple : 1,23456789 s'écrit 1,234 567 89.

La fraction $\frac{1}{10}$ est appelée un dixième, $\frac{1}{100}$ est appelée un centième, $\frac{1}{1\,000}$ est appelée un millième, etc., d'où les noms associés aux positions de chaque chiffre. Avec ce système d'écriture, 5,123 peut se lire «5 unités, 1 dixième, 2 centièmes et 3 millièmes», ce qui s'écrit aussi :

$$5,123 = 5 + 1 \times \frac{1}{10} + 2 \times \frac{1}{100} + 3 \times \frac{1}{1\,000}$$

que l'on peut encore écrire :

$$5,123 = 5 + \frac{1}{10} + \frac{2}{100} + \frac{3}{1\,000}$$

Remarque : On peut rajouter des 0 à droite du nombre sans le changer : par exemple, $8,16 = 8,1600$. En effet, 8 unités, 1 dixième et 6 centièmes ne changent pas si on ajoute 0 millièmes et 0 dix-millièmes. Cela sera utile pour poser les opérations.

Remarque : Cette notation à virgule ne s'est imposée qu'à partir du XVII^e siècle, mais les nombre décimaux étaient déjà connus des égyptiens antiques 3000 ans plus tôt ! Entre temps, que ce soient les grecs, les babyloniens ou les arabes, tous avaient une notation différente. Par exemple, la notation du mathématicien Stevin était originale : le nombre 9,107 s'écrivait 9①1①0②7③ avec sa notation.

Exercice: Complétez le tableau :

Le nombre...	est égal à ... unités, ... dixièmes, ... centièmes, ...	... ce qui s'écrit ...
1,2	1 unités et 2 dixièmes	$1 + \frac{2}{10}$
65,124	65 unités, 1 dixième, 2 centièmes et 4 millièmes	$65 + \frac{1}{10} + \frac{2}{100} + \frac{4}{1000}$
4,5	4 unités et 5 dixièmes	$4 + \frac{5}{10}$
465,13	465 unités et 1 dixième et 3 centièmes	$465 + \frac{1}{10} + \frac{3}{100}$
894,231	894 unités, 2 dixièmes, 3 centièmes et 1 millième	$894 + \frac{2}{10} + \frac{3}{100} + \frac{1}{1000}$
18,5	18 unités et 5 dixièmes	$18 + \frac{5}{10}$
18,05	18 unités, 0 dixièmes et 5 centièmes	$18 + \frac{0}{10} + \frac{5}{100}$
18,005	18 unités et 0 dixième, 0 centième et 5 millièmes	$18 + \frac{0}{10} + \frac{0}{100} + \frac{5}{1000}$
0,3	0 unités et 3 dixièmes	$0 + \frac{3}{10}$
20,2	20 unités et 2 dixièmes	$20 + \frac{2}{10}$
2,02	0 unités, 0 dixième et 2 centièmes	$2 + \frac{0}{10} + \frac{2}{100}$
0,202	0 unité, 2 dixièmes, 0 centième et 2 millièmes	$0 + \frac{2}{10} + \frac{0}{100} + \frac{2}{1000}$

Remarque : Un millimètre est un millième de mètre, puisque $1000\text{mm} = 1\text{m}$. Un centimètre est un centième de mètre, puisque $100\text{cm} = 1\text{m}$. Un décimètre est un dixième de mètre, puisque $10\text{dm} = 1\text{m}$. De la même manière, une milliseconde est un millième de seconde, un centilitre est un centième de litre, ...

Proposition :

- Dans 1 unité, il y a 10 dixièmes, ou encore 100 centièmes, ou encore 1 000 millièmes.
- Dans 1 dixième, il y a 10 centièmes, ou encore 100 millièmes.
- Dans 1 centième, il y a 10 millièmes.

2- Comparaison et encadrement des nombres décimaux

Exercice du Cahier Mission Indigo : 23, 25, 27 page 19

Sur le chemin du collège

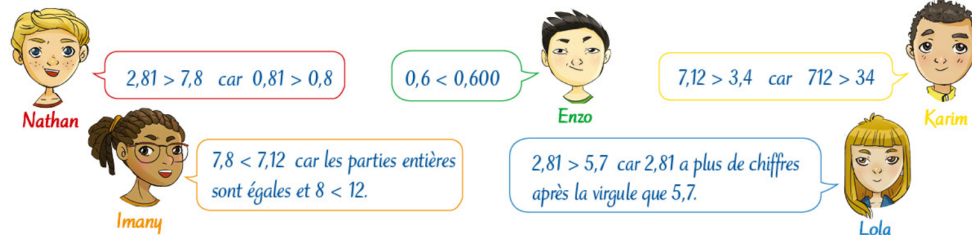
Activité 3

1. Imany a noté, sur une demi-droite graduée d'origine C (indiquant son collège), la position de ses amis dans l'ordre dans lequel elle les ramène chez eux en rentrant du collège. Elle n'a pas noté les noms des points mais elle sait que Lola habite à 5,7 km du collège, Nathan à 2,81 km, Enzo à 7,12 km, Manon à 3,4 km, Karim à 600 m. Elle-même habite à 7,8 km du collège.

Nommer les points sur la demi-droite graduée : C
L pour Lola, N pour Nathan, etc.



2. Sur le trajet, ils comparent les distances qu'ils parcourent chaque soir. Voici ce qu'ils affirment :



Dire pour chacun d'eux s'il a raison ou tort, en justifiant la réponse.



- 1▶ C K
2▶
- ▶ Nathan a tort car $2,81 < 7,8$ (le point N à 2,81km est à gauche du point I à 7,8km).
 - ▶ Enzo a tort car $0,6 = 0,600$ (le symbole $<$ signifie "inférieur et différent de").
 - ▶ Karim a tort : il a raison sur le fait que $7,12 > 3,4$ (le point E à 7,12km est à droite du point M à 3,4km), mais sa justification n'est pas bonne. En effet, $712 > 34$ mais on ne peut pas en déduire que $7,12 > 3,4$, par exemple.
 - ▶ Imany a raison.
 - ▶ Lola a tort car $2,81 < 5,7$ (le point N à 2,81km est à gauche du point L à 5,7km).

Méthode : Pour comparer deux nombres décimaux, il faut comparer les chiffres de même importance (les dizaines avec les dizaines, les unités avec les unités, ...), de gauche à droite.

Remarque : Le nombre de chiffres peut être trompeur ! Par exemple, bien qu'ayant plus de chiffres, 1,456 123 est plus petit que 3,2 !

Définition : Comme $5,12 = 5 + 0,12$ et $0 < 0,12 < 1$, on dit que 5 est la partie entière de 5,12, et 0,12 est la partie décimale de 5,12.

Exemple : $58,1 = 58 + 0,1$ et $0 < 0,1 < 1$ donc la partie entière de 58,1 est 58 et sa partie décimale est 0,1.

Définition :

- ▶ $4,18 < 4,187 < 4,19$ est un encadrement au centième de 4,187.
- ▶ $4,1 < 4,187 < 4,2$ est un encadrement au dixième de 4,187.
- ▶ $4 < 4,187 < 5$ est un encadrement à l'unité de 4,187.
- ▶ 4,18 et 4,19 sont des valeurs approchées au centième de 4,187.
- ▶ 4,1 et 4,2 sont des valeurs approchées au dixième de 4,187.

Exercice: Trouver un nombre décimal entre 18,23 et 18,24. → 18,231, ou 18,235, ou 18,2398459654, ...

Propriété : Pour comparer des fractions décimales de même dénominateur, on compare leurs numérateurs.

Exemple : $\frac{5}{10} < \frac{8}{10}$. Cela se comprend bien avec des mots : 5 dixièmes sont plus petits que 8 dixièmes.

3– Calculer avec les nombres décimaux

Exercice du Cahier Mission Indigo : 1, 2, 3, 6, 7 page 24, 10, 13, 15, 16 page 25

Méthode : Si deux fractions décimales ont le même dénominateur, alors on peut les ajouter en calculant la somme de leurs numérateurs.

Exemple : $\frac{2}{10} + \frac{3}{10} = \frac{5}{10}$, $\frac{200}{100} + \frac{50}{100} = \frac{250}{100}$

Remarque : Cela se comprend très bien quand on l'écrit avec des mots : 2 dixièmes + 3 dixièmes = 5 dixièmes, et 200 centièmes + 50 centièmes = 250 centièmes.

Méthode : Pour poser une addition ou une soustraction de nombres décimaux, on utilise la même méthode que pour les nombres entiers : on aligne les dizaines avec les dizaines, les unités avec les unités, puis les dixièmes avec les dixièmes, etc. Il est souvent utile de rajouter des 0 à droite pour que les deux nombres aient autant de chiffres après la virgule.

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \quad \textcircled{1} \\ 1 \quad 2 , 6 \quad 0 \\ + \quad \quad 7 , 5 \quad 8 \\ \hline 2 \quad 0 , 1 \quad 8 \end{array}$$

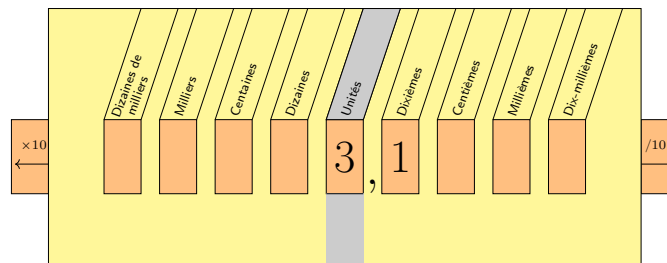
Méthode : Pour multiplier deux nombres décimaux :

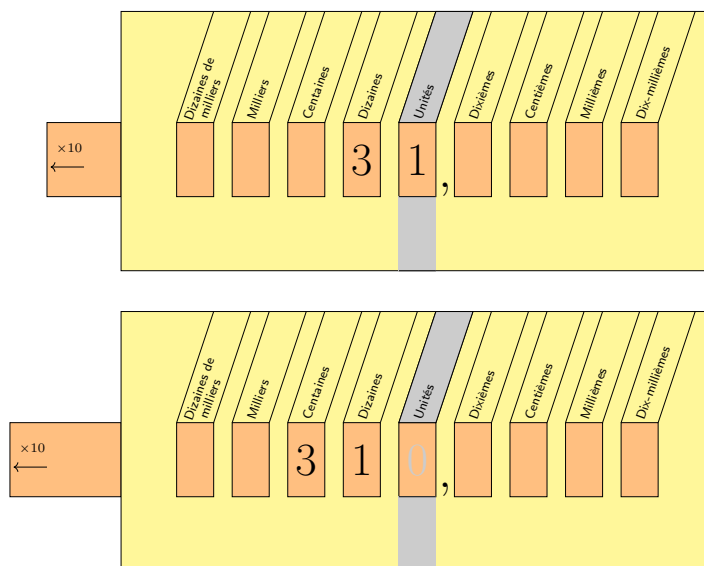
- 1► On effectue la multiplication des deux nombres comme s'ils n'avaient pas de virgule,
- 2► On place la virgule dans le résultat : par exemple, si le premier facteur a 2 chiffres après la virgule, et si l'autre facteur en a 5, alors le résultat a $2 + 5 = 7$ chiffres après la virgule.

$$\begin{array}{r} \quad \quad \quad 1 \quad 2 \quad 6 \\ \quad \quad \times \quad 7 \quad 5 \quad 8 \\ \hline 1 \quad 0 \quad 0 \quad 8 \quad 4 \quad 2 \quad 1 \\ + \quad \quad 6 \quad 3 \quad 0 \quad 3 \quad 1 \\ + \quad 8 \quad 8 \quad 2 \quad 0 \quad 0 \quad 4 \quad 1 \\ \hline 9 \quad 5 , 5 \quad 0 \quad 8 \end{array}$$

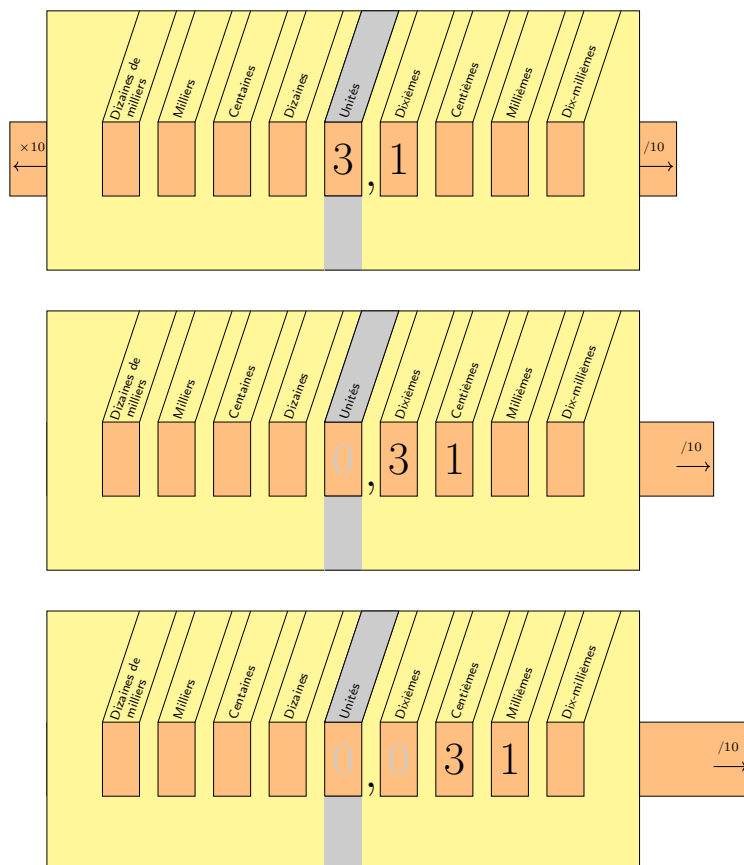
Quand on multiplie un nombre décimal par 10, son chiffre des unités devient celui des dizaines, le chiffre des dixièmes devient celui des unités, etc. C'est l'inverse quand on divise par 10.

Méthode : Pour multiplier ou diviser un nombre décimal par 10, 100, 1 000, ..., on peut utiliser le glisse-nombre :





Calcul de $3,1 \times 100 = 310$ en glissant de deux crans vers la gauche



Calcul de $3,1/100 = 0,031$ en glissant de deux crans vers la droite

Chapitre 5: Cercles et triangles

Activité:

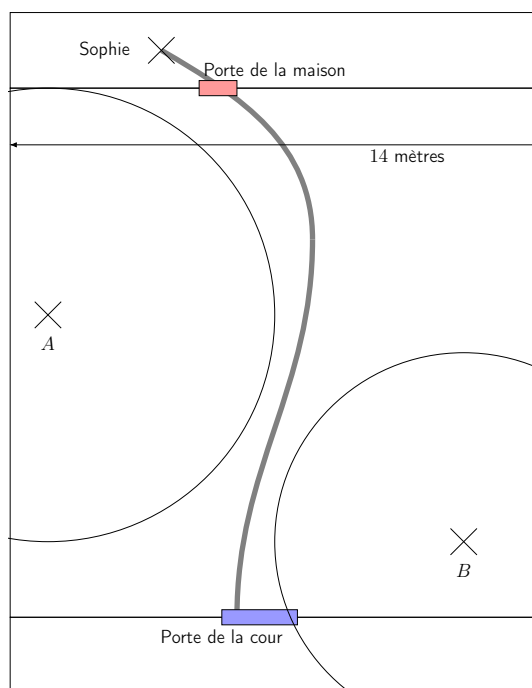
Sophie doit aller chercher du lait à la ferme dont la cour est représentée par le schéma ci-dessous. En A et en B sont attachés deux chiens agressifs :

- ▶ en A , Azor avec une chaîne de 6m,
- ▶ en B , Balthazar avec une chaîne de 5m.

Sophie pourra-t-elle aller jusqu'à la porte de la ferme sans se faire mordre ?

Si oui, tracer un chemin qu'elle pourra emprunter sans risque...

Sur le dessin ci-contre, 1cm représente 2m dans la réalité.



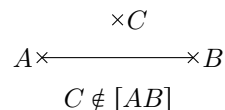
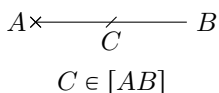
1– Distances et cercles

Définition : Soient A , B et C trois points.

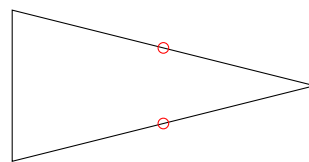
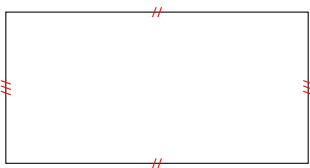
On dit que C appartient à $[AB]$, et on note $C \in [AB]$, si le point C est sur le segment $[AB]$.

Sinon, on dit que C n'appartient pas à $[AB]$, et on note $C \notin [AB]$.

Le symbole $\in$ ("appartient à") peut aussi être utilisé dans d'autres contextes : un point qui appartient à un disque, à un triangle, à une droite, ...



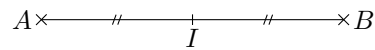
Méthode : Dans une figure, pour indiquer que deux longueurs sont les mêmes, on peut les coder avec un même symbole.



Définition : La distance entre deux points A et B est la longueur du segment $[AB]$. On la note AB .

Exemple : $A \times \text{---} \times B$ On mesure : on trouve $AB = 2\text{cm}$.

Définition : Le milieu d'un segment $[AB]$ est le point $I \in [AB]$ qui est à la même distance de A et de B .

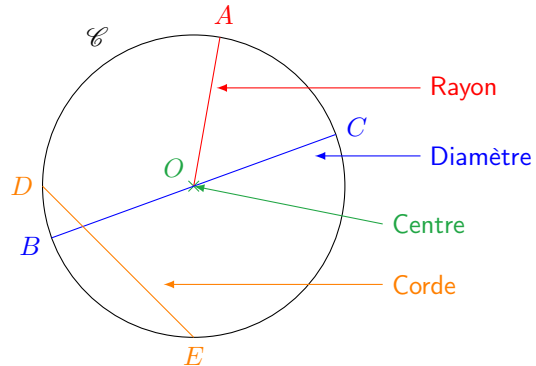


Définition : Soient O un point et r un nombre positif.

- ▶ Le cercle de centre O et de rayon r est l'ensemble des points à distance r du point O .
- ▶ Le disque de centre O et de rayon r est l'ensemble des points à distance inférieure ou égale à r du point O .

Vocabulaire : Dans le cercle $\mathcal{C}$ ci-contre :

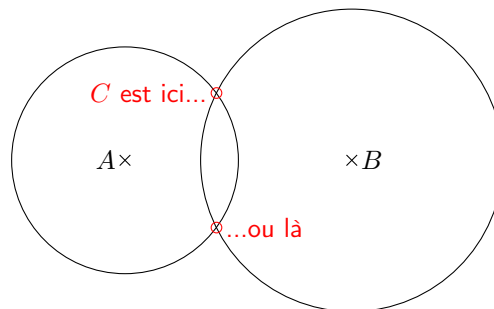
- ▶ Le point O est le centre du cercle,
- ▶ Le segment $[OA]$ est appelé un rayon du cercle,
- ▶ LE rayon du cercle est 3cm,
- ▶ Le segment $[BC]$ est appelé un diamètre du cercle,
- ▶ LE diamètre du cercle est 6cm car diamètre = $2 \times$ rayon,
- ▶ Le segment $[DE]$ est appelé une corde du cercle.



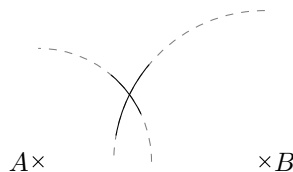
Méthode : Pour tracer un cercle, on utilise un compas.

Soient A , B et C trois points. Si le point C est à 2cm de A , alors il se trouve sur le cercle de centre A et de rayon 2cm. Si le point C est aussi à 3cm de B , alors il se trouve sur le cercle de centre B et de rayon 3cm. Le point C se trouve donc à l'intersection de ces deux cercles.

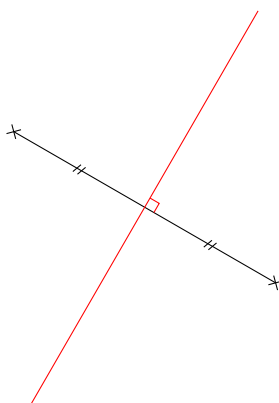
Méthode : Si on connaît les distances entre C et A , et entre C et B , alors pour trouver le point C , on trace deux cercles (avec un compas).



Remarque : On n'est pas obligé de tracer les cercles en entier pour trouver C !

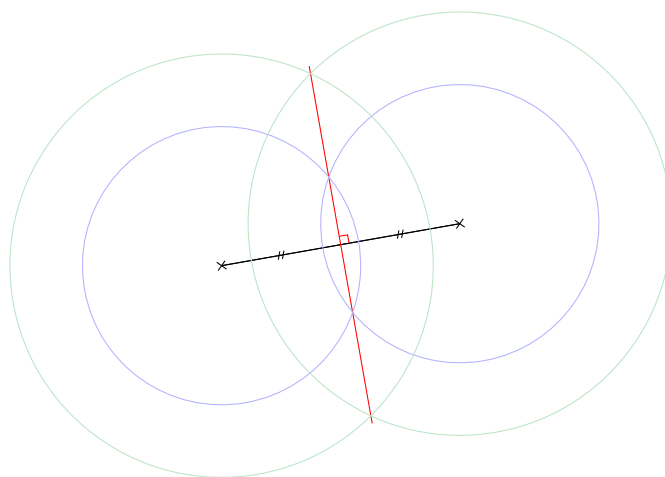


Définition : La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment et passant par son milieu.



Proposition : La médiatrice d'un segment $[AB]$ est l'ensemble des points à égale distance de A et de B .

Méthode : Pour tracer la médiatrice d'un segment $[AB]$, on peut tracer deux cercles de même rayon (pas trop petit) de centres A et B , et tracer la droite passant par leurs deux points d'intersection.



2– Triangles

Constructions

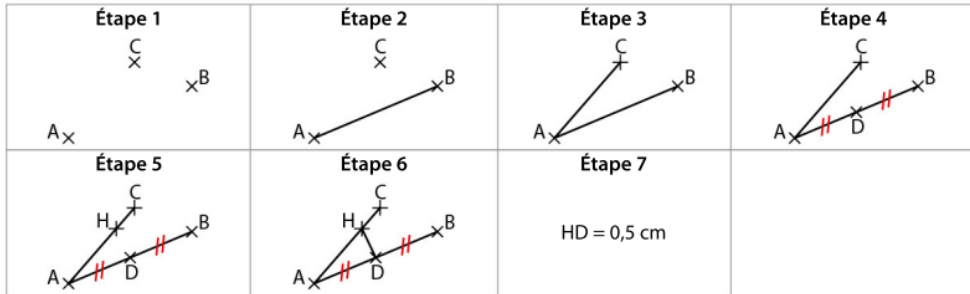
CM2

Activité
1

Gabriel est en 6^e. Chacun de ses cours de géométrie commence par une construction. Son professeur projette au tableau des étiquettes, l'une après l'autre, sur lesquelles sont notées les consignes de construction. Les élèves réalisent ainsi la construction étape par étape. Le professeur possède les étiquettes suivantes :

① Placer le point H, milieu du segment $[AC]$.	② Placer un point D sur le segment $[AC]$.	③ Tracer le segment $[AC]$.	④ Mesurer la longueur du segment $[CD]$.
⑤ Placer le point D, milieu du segment $[AB]$.	⑥ Placer trois points alignés A, B et C.	⑦ Tracer la droite passant par A et B.	⑧ Placer trois points non alignés A, B et C.
⑨ Placer le point H, milieu du segment $[AB]$.	⑩ Tracer le segment d'extrémités A et B.	⑪ Mesurer la longueur du segment $[HD]$.	⑫ Tracer le segment $[HD]$.
⑬ Tracer la droite (AC) .	⑭ Tracer un segment $[AC]$ de longueur 7 cm.	⑮ Placer un point H sur le segment $[AC]$.	

1. Voici la construction de Gabriel, étape par étape :



Citer, dans l'ordre, les étiquettes que le professeur a projetées.

2. Le jour suivant, le professeur projette, dans cet ordre, les étiquettes ci-dessous.

- | | | | |
|--|--|--|--|
| ⑭ Tracer un segment [AC] de longueur 7 cm. | ② Placer un point D sur le segment [AC]. | ① Placer le point H, milieu du segment [AC]. | ⑪ Mesurer la longueur du segment [HD]. |
|--|--|--|--|

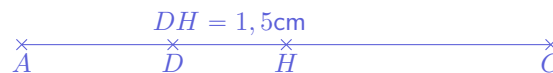
Suivre les consignes données par le professeur.

Activité:

1► Les étiquettes sont les suivantes :

Étape 1	Étape 2	Étape 3	Étape 4	Étape 5	Étape 6	Étape 7
Étiquette 6	Étiquette 10	Étiquette 3	Étiquette 5	Étiquette 15	Étiquette 12	Étiquette 11

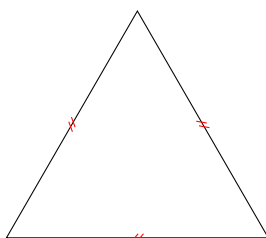
2►



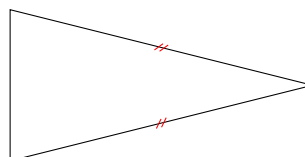
Définition : Un polygone est une figure fermée dont les côtés sont des segments. Les extrémités de ces segments sont appelées sommets du polygone. Un polygone à trois côtés est appelé triangle.

Définition :

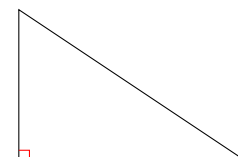
- Un triangle équilatéral est un triangle dont les trois côtés sont de même longueur.
- Un triangle isocèle est un triangle dont deux côtés ont même longueur. Plus précisément, si $AB = AC$, alors on dit que ABC est isocèle en A. Le point A est appelé sommet principal du triangle, et $[BC]$ est appelée base du triangle.
- Un triangle rectangle est un triangle dont l'un des angles est droit. Plus précisément, si l'angle en A est droit, alors on dit que ABC est rectangle en A.



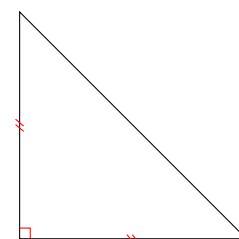
ÉQUILATÉRAL



ISOCÈLE



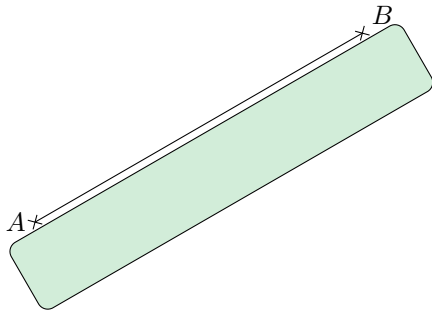
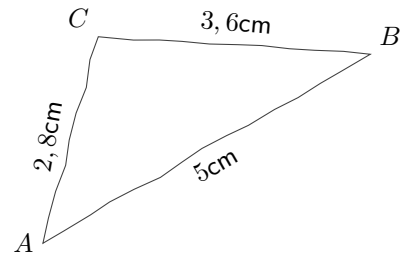
RECTANGLE



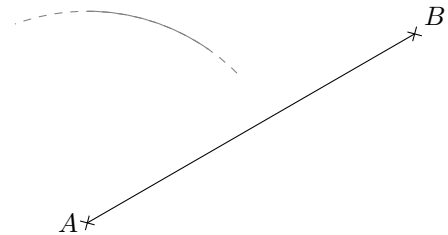
ISOCÈLE RECTANGLE

Remarque : Un triangle équilatéral est isocèle (en chacun de ses sommets), et il existe des triangles à la fois isocèles et rectangles, que l'on dit alors isocèles rectangles.

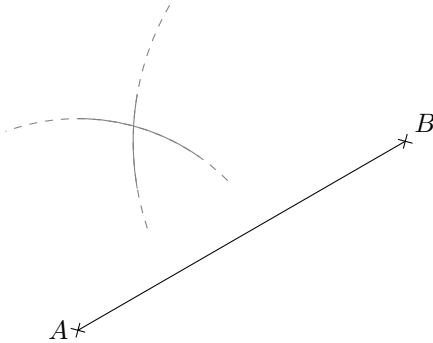
Méthode (tracer un triangle dont on connaît les 3 longueurs) : On souhaite tracer le triangle ABC tel que $AB = 5\text{cm}$, $BC = 3,6\text{cm}$ et $AC = 2,8\text{cm}$ (comme représenté sur le dessin à main levée ci-contre).



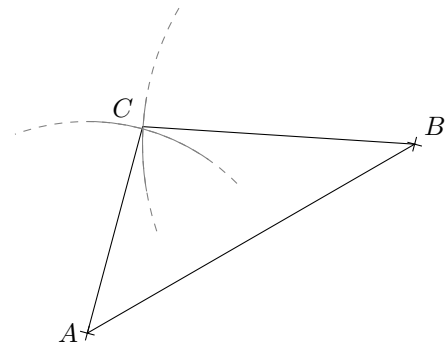
ÉTAPE 1 : On trace $[AB]$ avec une règle



ÉTAPE 2 : Le point C est à $2,8\text{cm}$ de A : il se trouve donc sur le cercle de centre A et de rayon $2,8\text{cm}$, que l'on trace (on n'est pas obligé de le tracer entièrement)



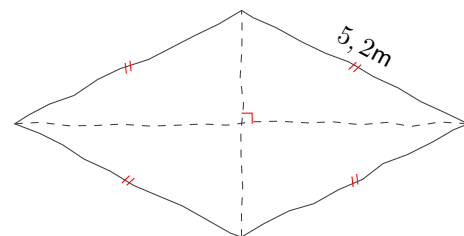
ÉTAPE 3 : Le point C est aussi à $3,6\text{cm}$ de B : il se trouve donc sur le cercle de centre B et de rayon $3,6\text{cm}$, que l'on trace aussi (on n'est pas obligé de le tracer en entier).



ÉTAPE 4 : Le point C est l'un des points d'intersection des deux cercles : pour terminer, on trace $[AC]$ et $[BC]$ à la règle.

3– Un mot sur les dessins à main levée...

Un dessin à main levée est un dessin fait sans outils que l'on code pour représenter une figure. On ne peut rien mesurer sur un dessin à main levée : il ne représente pas les figures dans leur taille ni leur forme réelles. On ne peut se fier qu'au codage.



Chapitre 6: Divisions

1– Division euclidienne

Trouver la division euclidienne d'un nombre entier par un autre, disons par exemple de 34 par 5, c'est trouver combien de paquets de 5 rentrent dans 34, et combien il reste après ça. Ici, 34 contient 6 paquets de 5, et il reste 4, donc on écrit $34 = 6 \times 5 + 4$. Dans cette division euclidienne, 34 est appelé dividende, 5 est appelé diviseur, 6 est appelé quotient et 4 est appelé reste.

Méthode (poser une division euclidienne avec un diviseur à 1 chiffre) :

$$\begin{array}{r} 5 \ 8 \ 1 \ | \ 4 \\ - \ 4 \ \downarrow \quad \quad \quad 1 \ 4 \ 5 \\ \hline 1 \ 8 \quad \quad \quad \downarrow \\ - \ 1 \ 6 \quad \quad \quad \downarrow \\ \hline 2 \ 1 \quad \quad \quad \downarrow \\ - \ 2 \ 0 \\ \hline 1 \end{array}$$

Méthode (poser une division euclidienne avec un diviseur qui a plusieurs chiffres) : On fait comme dans le cas avec 1 seul chiffre, sauf qu'à la première étape, on regroupe les chiffres les plus à gauche du dividende, autant que le diviseur a de chiffres (on les place sous un chapeau) :

$$\begin{array}{r} \widehat{5 \ 8 \ 1} \ | \ 1 \ 2 \\ - \ 4 \ 8 \ \downarrow \quad \quad \quad 4 \ 8 \\ \hline 1 \ 0 \ 1 \quad \quad \quad \downarrow \\ - \ 9 \ 6 \\ \hline 5 \end{array}$$

Exercice: Combien font 609h en semaines, jours et heures? Combien font 34 990s en heures, minutes et secondes?

La division euclidienne de 34 990 par 60 est $34\,990 = 60 \times 583 + 10$. Donc $34\,990s = 583min$ et $10s$.

La division euclidienne de 583 par 60 est $583 = 60 \times 9 + 43$. Donc $583min = 9h$ et $43min$.

Finalement, $34\,990s = 9h$, $43min$ et $10s$.

2– Division décimale

Méthode : On peut adapter l'algorithme de division euclidienne pour diviser un nombre décimal par un nombre entier (on parle alors de division décimale). Pour cela :

- 1► On fait comme si le dividende n'avait pas de virgule, et on déroule la division euclidienne comme on sait le faire,
- 2► On rajoute une virgule au quotient de manière à ce qu'il ait autant de chiffres après la virgule que le dividende.

$$\begin{array}{r}
 581,00 \quad | \quad 4 \\
 - 4 \\
 \hline
 18 \\
 - 16 \\
 \hline
 21 \\
 - 20 \\
 \hline
 10 \\
 - 8 \\
 \hline
 20 \\
 - 20 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 659,38 \quad | \quad 8 \\
 - 0 \\
 \hline
 65 \\
 - 64 \\
 \hline
 19 \\
 - 16 \\
 \hline
 33 \\
 - 32 \\
 \hline
 18 \\
 - 16 \\
 \hline
 2
 \end{array}$$

Remarque : On peut également poursuivre une division décimale en ajoutant des zéros à droite pour améliorer la précision du quotient et, avec un peu de chance, éliminer le reste.

$$\begin{array}{r}
 659,3800 \quad | \quad 8 \\
 - 0 \\
 \hline
 65 \\
 - 64 \\
 \hline
 19 \\
 - 16 \\
 \hline
 33 \\
 - 32 \\
 \hline
 18 \\
 - 16 \\
 \hline
 20 \\
 - 16 \\
 \hline
 40 \\
 - 40 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1,000000 \quad | \quad 3 \\
 - 0 \\
 \hline
 10 \\
 - 9 \\
 \hline
 10 \\
 - 9 \\
 \hline
 10 \\
 - 9 \\
 \hline
 10 \\
 - 9 \\
 \hline
 10 \\
 - 9 \\
 \hline
 1
 \end{array}$$

Exercice: À l'aide d'une division décimale, déterminer les deux premières décimales de $22 \div 7$ et les six premières décimales de $355 \div 113$.

$22 \div 7 \approx 3,14$ et $355 \div 113 \approx 3,141592$.

Chapitre 7: Droites du plan

Suspension lumineuse

CM2

Activité
1

Dans la suspension lumineuse ci-contre, les câbles noirs mesurent 30 cm. Ils sont reliés à une barre fixée au plafond. L'espacement entre deux fixations est de 8 cm.



1. Que peut-on dire de la position de chaque câble noir par rapport à la barre fixée au plafond ?
2. Que peut-on dire de la position des trois câbles noirs les uns par rapport aux autres ?
3. Peut-on modifier la longueur des câbles noirs de façon à conserver l'alignement de ces trois ampoules, mais pas sur une ligne horizontale ? Si oui, faire une figure.

Activité:

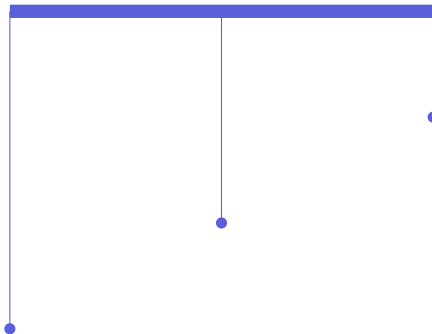
- 1► Les câbles noirs forment un angle droit avec la barre au plafond.

On dit que les câbles noirs sont perpendiculaires à la barre au plafond.

- 2► Si on allongeait les câbles noirs, même d'une longueur infinie, alors ils ne se toucheraient jamais.

On dit que les câbles noirs sont parallèles entre eux.

- 3► Par exemple, on peut allonger le premier câble de 10cm et raccourcir le troisième de 10cm :

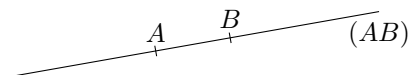


Définition : Trois points sont alignés lorsqu'on peut tracer une ligne droite passant par ces trois points.



Définition : Soient A et B deux points. La droite passant par A et B , notée (AB) , est l'ensemble des points alignés avec A et B .

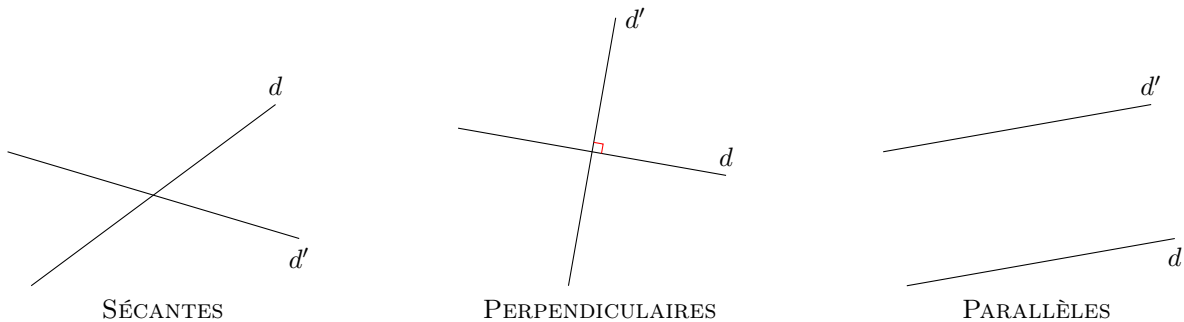
Remarque : Parfois, on note la droite juste avec une lettre, qu'il est d'usage de mettre entre parenthèses (mais ce n'est pas obligatoire).



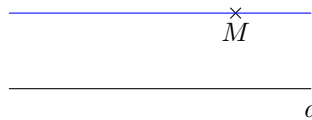
1– Positions de droites

Définition : Soient d et d' (on lit « d -prime») deux droites. On dit que d et d' sont...

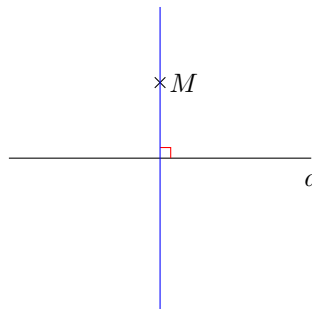
- ▶ ... sécantes lorsqu'elles se coupent en un seul point, appelé point d'intersection de d et d' .
- ▶ ... perpendiculaires lorsqu'elles sont sécantes et forment un angle droit en leur point d'intersection. On note $d \perp d'$.
- ▶ ... parallèles lorsqu'elles ne sont pas sécantes. On note $d // d'$.



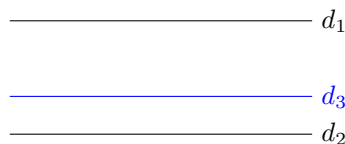
Propriété : Soient d une droite et M un point. Il existe une et une seule droite parallèle à d passant par M . On dit que c'est LA parallèle à d passant par M .



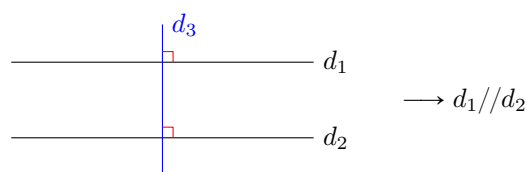
Propriété : Soient d une droite et M un point. Il existe une et une seule droite perpendiculaire à d passant par M . On dit que c'est LA perpendiculaire à d passant par M .



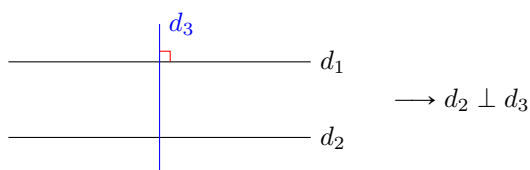
Proposition : Si deux droites sont parallèles à une autre droite, alors ces droites sont parallèles entre elles. Autrement dit, si d_1 , d_2 et d_3 sont trois droites telles que $d_1 // d_2$ et $d_2 // d_3$, alors $d_1 // d_3$.



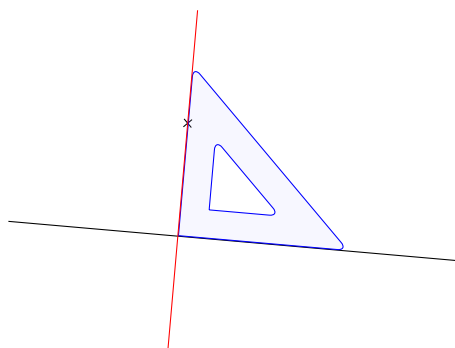
Proposition : Si deux droites sont perpendiculaires à une autre droite, alors ces droites sont parallèles entre elles. Autrement dit, si d_1 , d_2 et d_3 sont trois droites telles que $d_1 \perp d_2$ et $d_2 \perp d_3$, alors $d_1 // d_3$.



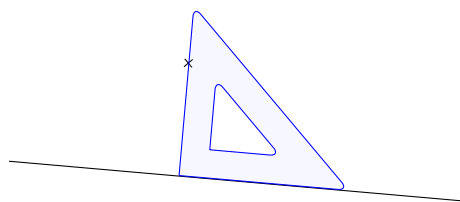
Proposition : Si deux droites sont parallèles, et si une troisième droite est perpendiculaire à la première, alors elle est aussi perpendiculaire à l'autre. Autrement dit, si d_1 , d_2 et d_3 sont trois droites telles que $d_1 // d_3$ et $d_1 \perp d_2$, alors $d_2 \perp d_3$.



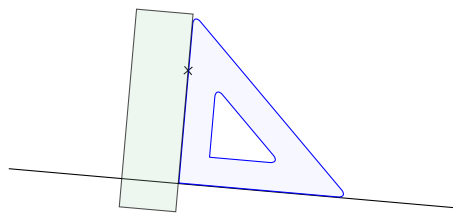
Méthode : Pour tracer la perpendiculaire passant par un point, on peut utiliser une équerre.



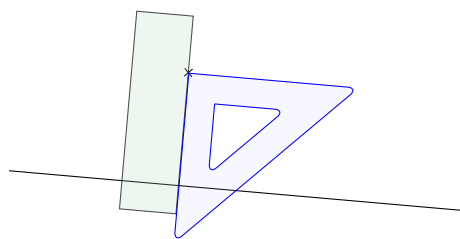
Méthode (Tracer une parallèle passant par un point) :



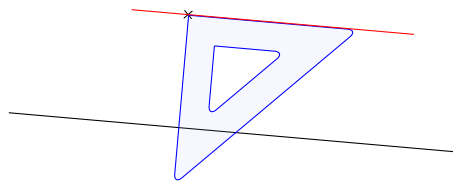
ÉTAPE 1 : On place l'équerre le long de la droite, et passant par le point voulu



ÉTAPE 2 : On place la règle le long de l'équerre



ÉTAPE 3 : On tourne l'équerre, et on la glisse le long de la règle jusqu'à ce qu'elle passe par le point



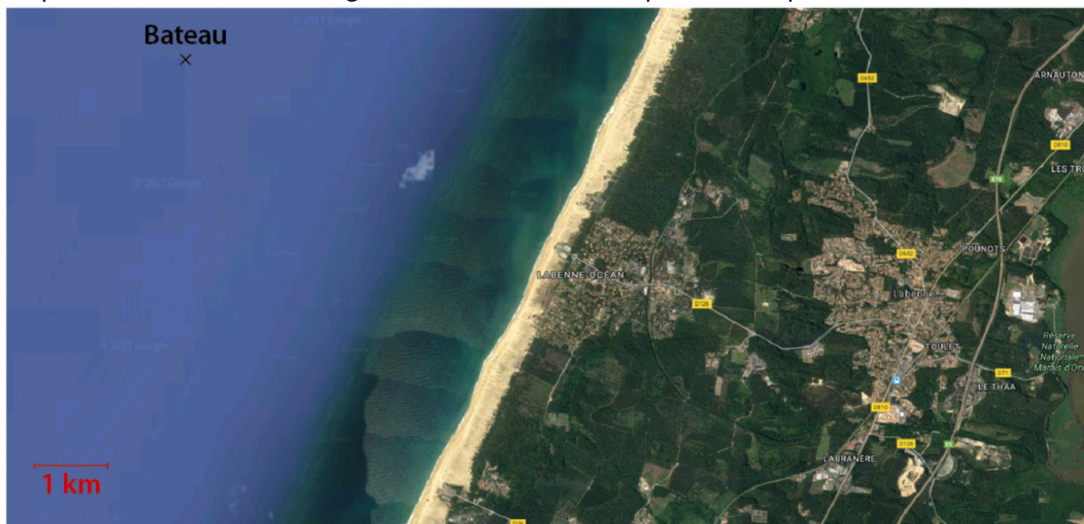
ÉTAPE 4 : On trace la droite parallèle grâce à l'équerre

2– Droites et distances

Distance point-droite

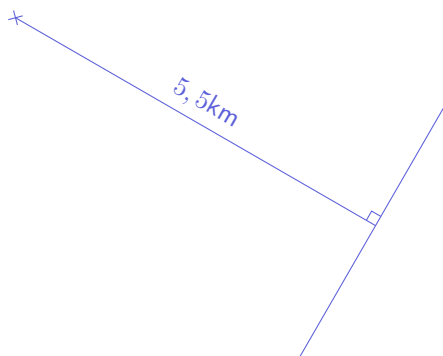
Activité
3

Voici une photo satellite de la côte atlantique au niveau de la ville de Labenne, dans les Landes. La position d'un bateau naviguant sur l'océan Atlantique est marquée d'une croix.



- Quelle est la distance entre le bateau et la plage marquée d'une longue bande de sable jaune ? Expliquer la méthode utilisée pour la trouver.

Activité : On représente la plage par une droite. On mesure le long de la perpendiculaire à la plage passant par le bateau : on trouve 5,5km à l'échelle environ.

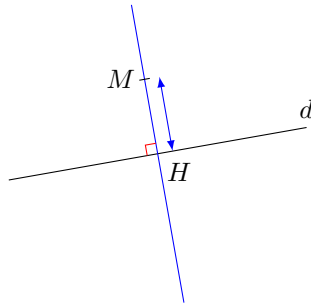


Définition : La distance entre deux points A et B est la longueur du segment $[AB]$. On la note AB .

$A \times \text{-----} \times B$

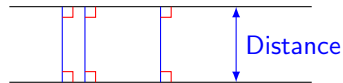
$$AB = 2\text{cm}.$$

Définition : Soient d une droite et M un point. La distance entre M et d se mesure sur la perpendiculaire à d passant par M .



Remarque : Le point H est le point de d le plus proche de M .

Proposition : Si deux droites sont parallèles et non confondues, alors tous les segments qui relient ces deux droites et qui leur sont perpendiculaires ont même longueur, que l'on appelle distance entre des deux droites.



Chapitre 8: Pourcentages

1– (R)-Échauffement : fractions décimales et nombres décimaux

A– Écriture décimale et fractions décimales

Exercice: Complétez les égalités suivantes :

$$48 \times 10 = 480$$

$$9,7 \times 100 = 970$$

$$100 \times 521 = 52100$$

$$12,3 \times 1000 = 12300$$

$$0,24 \times 1000 = 240$$

$$28,7 \times 10 = 287$$

$$100 \times 0,0031 = 0,31$$

$$4,729 \times 10 = 47,29$$

$$7,03 \times 100 = 703$$

$$432 \times 10 = 4320$$

$$0,7 \times 1000 = 700$$

$$0,0206 \times 10 = 0,206$$

$$100 \times 3,143 = 314,3$$

$$6,47 \times 1000 = 6470$$

$$1000 \times 0,18 = 180$$

Exercice: Écrivez les nombres suivants sous forme décimale :

$$\triangleright \frac{27}{10} = 2,7$$

$$\triangleright \frac{315}{100} = 3,15$$

$$\triangleright \frac{1}{10} = 0,1$$

$$\triangleright \frac{12431}{1000} = 12,431$$

$$\triangleright \frac{81}{100} = 0,81$$

$$\triangleright \frac{133}{100} = 1,33$$

Rappel : $2,7 = \frac{27}{10} = \frac{270}{100}$: ces trois écritures désignent le même nombre. La première est l'écriture décimale, les deux autres sont des écritures fractionnaires.

Rappel :

$$\triangleright \frac{1}{10} = 0,1$$

$$\triangleright \frac{1}{100} = 0,01$$

$$\triangleright \frac{1}{1000} = 0,001$$

Il y a plusieurs manières de voir le nombre «trente-sept dixièmes» :

$$\triangleright \text{La fraction } \frac{37}{10},$$

$$\triangleright 37 \text{ fois un dixième : } 37 \times \frac{1}{10},$$

$$\triangleright \text{Le nombre décimal } 3,7.$$

De plus, $\frac{1}{10} = 0,1$, donc trente-sept dixièmes est aussi le résultat de $37 \times 0,1$. Pour résumer :

$$\frac{37}{10} = 37 \times \frac{1}{10} = 37 \times 0,1 = 3,7$$

Bilan :

$$\triangleright \text{Multiplier par } \frac{1}{10} \text{ revient à diviser par } 10.$$

$$\triangleright \text{Multiplier par } \frac{1}{100} \text{ revient à diviser par } 100.$$

► ...

Exercice: Complétez les égalités suivantes avec un nombre décimal.

$$\triangleright 63 \times \frac{1}{10} = \frac{63}{10} = 6,3$$

$$\triangleright 591 \times 0,1 = 591 \times \frac{1}{10} = \frac{591}{10} = 59,1$$

$$\triangleright 27 \times \frac{1}{100} = \frac{27}{100} = 0,27$$

$$\triangleright 612,8 \times 0,01 = 6,128$$

$$\triangleright 0,05 = 5 \times \frac{1}{100}$$

$$\triangleright 12,7 \times \frac{1}{100} = 0,127$$

Exercice: Entourez le nombre qui n'est pas égal aux trois autres.

$$\triangleright \frac{5}{10} \quad \boxed{50} \quad 0,5 \quad \frac{50}{100}$$

$$\triangleright \frac{4000}{1000} \quad 400 \times \frac{1}{100} \quad \boxed{40} \quad 400 \times 0,01$$

$$\triangleright 20 \times \frac{1}{100} \quad 0,2 \quad \boxed{0,02} \quad \frac{2}{10}$$

$$\triangleright \frac{9}{10} \quad 0,9 \quad \boxed{\frac{900}{100}} \quad 9 \times 0,1$$

$$\triangleright \frac{33}{100} \quad \boxed{\frac{330}{10}} \quad 33 \times 0,01 \quad 0,33$$

B– Multiplier un nombre par une fraction décimale

On a vu que pour calculer, par exemple, $1,2 \times 7$, on calcule d'abord 12×7 , puis on place la virgule. Ici, on garde 1 chiffre après la virgule : cela revient à diviser par 10, ou encore multiplier par $\frac{1}{10}$. On a donc :

$$1,2 \times 7 = 12 \times 7 \times \frac{1}{10} = \frac{12 \times 7}{10}$$

Autre exemple : pour calculer, $1,5 \times 3,12$, on calcule d'abord 15×312 , puis on place la virgule. Ici, on garde 3 = 1 + 2 chiffres après la virgule : cela revient à diviser par 1 000, ou encore multiplier par $\frac{1}{1000}$. On a donc :

$$1,5 \times 3,12 = 15 \times 312 \times \frac{1}{1000} = \frac{15 \times 312}{1000}$$

Exercice: Complétez selon les modèles ci-dessus (c'est-à-dire une écriture fractionnaire, puis le résultat sous forme décimale).

$$\triangleright 0,9 \times 0,3 = 9 \times 3 \times \frac{1}{100} = \frac{9 \times 3}{100}$$

$$\triangleright 0,8 \times 125 = 8 \times 125 \times \frac{1}{10} = \frac{8 \times 125}{10}$$

$$\triangleright 4 \times 0,25 = 4 \times 25 \times \frac{1}{100} = \frac{4 \times 25}{100}$$

$$\triangleright 13 \times 0,03 = 13 \times 3 \times \frac{1}{100} = \frac{13 \times 3}{100}$$

$$\triangleright 101 \times 0,07 = 101 \times 7 \times \frac{1}{100} = \frac{101 \times 7}{100}$$

$$\triangleright 12,1 \times 0,4 = 121 \times 4 \times \frac{1}{100} = \frac{121 \times 4}{100}$$

Exemple-Propriété : On peut arranger la multiplication d'un nombre par une fraction décimale :

$$\triangleright 17 \times \frac{3}{100} = \frac{17 \times 3}{100} = \frac{17}{100} \times 3$$

$$\triangleright 5 \times \frac{21}{10} = \frac{5 \times 21}{10} = \frac{5}{10} \times 21$$

Rappel :

- Si le numérateur d'une fraction est plus grand que son dénominateur, alors cette fraction est plus grande que 1.
- Si le numérateur d'une fraction est plus petit que son dénominateur, alors cette fraction est plus petite que 1.

Exemple : $\frac{8}{5} > 1$, $\frac{253}{100} > 1$, $\frac{6}{9} < 1$, $\frac{64}{1000} < 1$

Propriété :

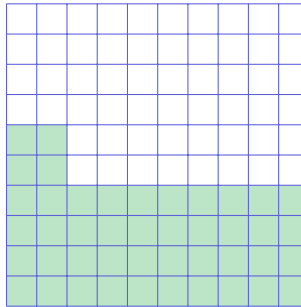
- ▶ Quand on multiplie par un nombre plus grand que 1, le résultat augmente.
Exemple : 1,2 est plus grand que 1, et $3 \times 1,2 = 3,6$ est plus grand que 3.
- ▶ Quand on multiplie par un nombre entre 0 et 1, le résultat diminue.
Exemple : 0,5 est entre 0 et 1, et $8 \times 0,5 = 4$ est plus petit que 8.

Exercice : Sans faire de calcul (mais en justifiant), entourez la bonne réponse parmi les deux proposées :

- ▶ $5,8 \times 2,6 =$ 7,28 ou 2,38 : 2,6 est plus grand que 1, donc le résultat est plus grand que 5,8.
- ▶ $23,15 \times 0,99 =$ 22,9185 ou 93,6585 : 0,99 est plus petit que 1, donc le résultat est plus petit que 23,15.
- ▶ $681 \times 1,01 = 6,81$ ou 687,81 : 1,01 est plus grand que 1, donc le résultat est plus grand que 681.
- ▶ $0,2 \times 0,3 = 0,60$ ou 0,06 : 0,3 est plus petit que 1, donc le résultat est plus petit que 0,2.

2– Pourcentages

Activité : On considère une grille de 100 carreaux de même taille dont certains sont verts.



- 1▶ Si la grille représente 144g de sucre, que représente 1 seul carreau ?

Si 100 carreaux représentent 144g, alors un seul carreau représente $144 \div 100 = 1,44$ g.

Vocabulaire : Un seul carreau représente un centième de la grille : on dit qu'un seul carreau représente «1 pour cent» de la grille, ce que l'on note 1%.

- 2▶ À quelle masse de sucre correspond la partie verte ?

La partie verte compte 44 carreaux, donc elle représente $44 \times 1,44 = 63,36$ g.

- 3▶ Complétez la phrase : «la partie verte représente ...pour cent de la grille, ce que l'on note ...%»

La partie verte représente 44 pour cent de la grille, ce que l'on note 44%.

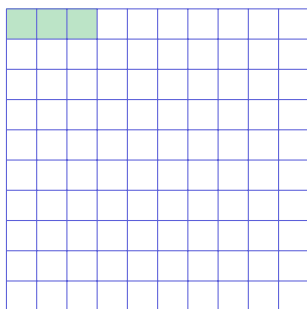
Vocabulaire : Un pourcentage est une proportion par rapport à 100.

Par exemple, dans l'activité précédente, le pourcentage de la grille qui est en vert est 44%, puisque le vert représente $\frac{44}{100}$ de la grille.

Exercice : Chacune des grilles représente 25g de sucre. Déterminer la masse de la partie verte, et le pourcentage de la grille qu'elle représente (écrivez vos calculs).

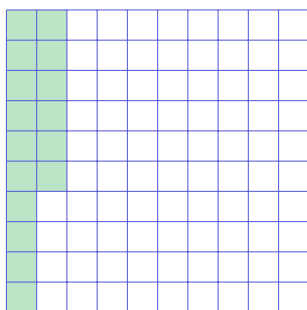
La grille fait 100 carreaux et pèse 25g, donc pour trouver combien pèse 1 carreau, on divise par 100 : ainsi, 1 carreau pèse $\frac{25}{100} = 0,25$ g. Pour trouver combien pèse la partie verte, il suffit alors de compter combien il y a de carreaux dans la partie verte, et multiplier par la masse d'un carreau.

Pour trouver le pourcentage, il suffit de compter les carreaux PARCE QUE la grille fait 100 carreaux au total. Si par exemple la partie verte fait 12 carreaux, alors la partie verte représente $\frac{12}{100}$ de la grille, c'est-à-dire 12%.



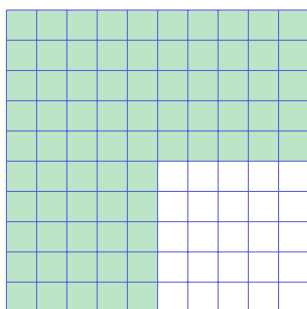
Partie verte : $3 \times 0,25 = 0,75\text{g}$

Pourcentage : 3%



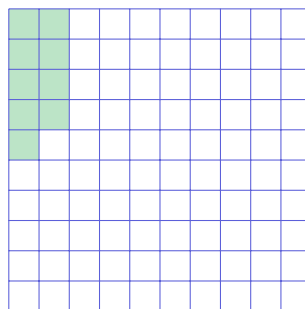
Partie verte : $16 \times 0,25 = 4\text{g}$

Pourcentage : 16%



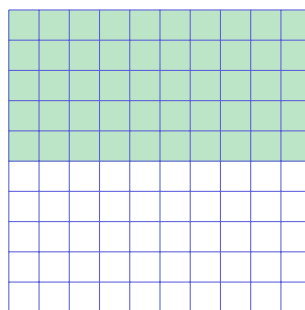
Partie verte : $75 \times 0,25 = 18,75\text{g}$

Pourcentage : 75%



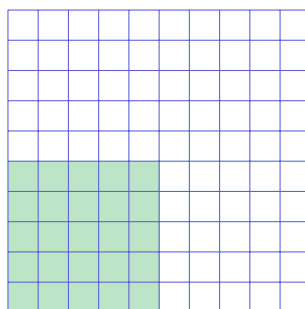
Partie verte : $9 \times 0,25 = 2,25\text{g}$

Pourcentage : 9%



Partie verte : $50 \times 0,25 = 12,5\text{g}$

Pourcentage : 50%



Partie verte : $25 \times 0,25 = 6,25\text{g}$

Pourcentage : 25%

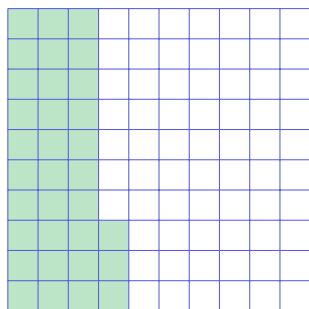
Remarque :

- 25%, c'est aussi le quart : dans l'exercice, 25% de 25 sont aussi un quart de 25g, c'est-à-dire $\frac{25}{4}$.
- 50%, c'est aussi la moitié : dans l'exercice, 50% de 25 sont aussi la moitié de 25g, c'est-à-dire $\frac{25}{2}$.
- 75%, c'est aussi trois quarts : dans l'exercice, 75% de 25 sont aussi trois quarts de 25g, c'est-à-dire $25 \times \frac{3}{4}$.

Bon à savoir également :

- 10%, c'est aussi le dixième : 10% de 50 sont aussi un dixième de 50, c'est-à-dire $\frac{50}{10} = 5$.
- 20%, c'est aussi la cinquième : 20% de 50 sont aussi le cinquième de 50, c'est-à-dire $\frac{50}{5} = 10$.

Exercice: Une grille représente une certaine dépense. Coloriez la partie de la grille correspondant au pourcentage donnée de la dépense, et calculez la valeur de ce pourcentage.

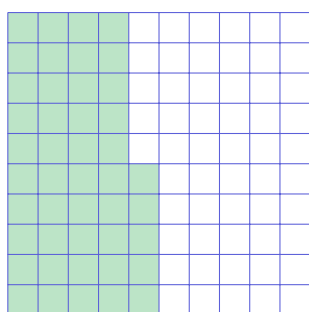


Dépense totale : 160€

→ 1 carreau correspond à $\frac{160}{100} = 1,6€$

Pourcentage : 32%

Partie verte : $32 \times 1,6 = 51,2€$

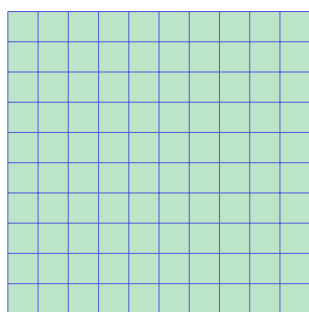


Dépense totale : 3 020€

→ 1 carreau correspond à $\frac{3\,020}{100} = 30,2€$

Pourcentage : 45%

Partie verte : $45 \times 30,2 = 1\,359€$

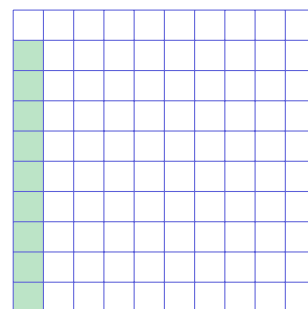


Dépense totale : 53,45€

→ 1 carreau correspond à $\frac{53,45}{100} = 0,5345€$

Pourcentage : 100%

Partie verte : $100 \times 0,5345 = 53,45€$

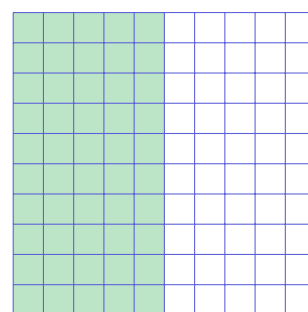


Dépense totale : 5 500€

→ 1 carreau correspond à $\frac{5\,500}{100} = 55€$

Pourcentage : 9%

Partie verte : $9 \times 55 = 495€$

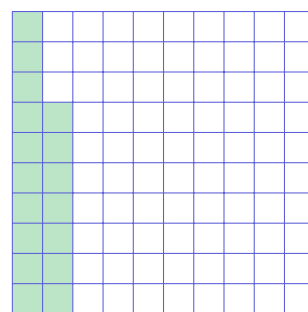


Dépense totale : 147,80€

→ 1 carreau correspond à $\frac{147,80}{100} = 1,478€$

Pourcentage : 50%

Partie verte : $50 \times 1,478 = 73,9€$



Dépense totale : 1 247€

→ 1 carreau correspond à $\frac{1\,247}{100} = 12,47€$

Pourcentage : 17%

Partie verte : $17 \times 12,47 = 211,99€$

Pour calculer un pourcentage, à chaque fois on calcule la valeur de 1 carreau, c'est-à-dire de 1 pourcent, en divisant le total par 100. Ensuite, on multiplie cette valeur par le nombre de carreaux verts, par exemple, pour trouver 32 pourcent quand on connaît la valeur de 1 pourcent, on multiplie par 32.

Bilan : Pour calculer un pourcentage d'une quantité, on divise cette quantité par 100 puis on multiplie pour obtenir le pourcentage souhaité.

Exemple : Pour calculer 12% de 53, on calcule $12 \times \frac{53}{100}$.

Remarque : On a vu précédemment que $12 \times \frac{53}{100} = 12 \times 0,53 = 12 \times 53 \times \frac{1}{100} = \frac{12 \times 53}{100}$. En particulier, $12 \times \frac{53}{100} = \frac{12}{100} \times 53$.

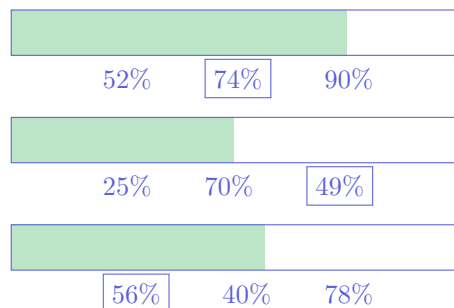
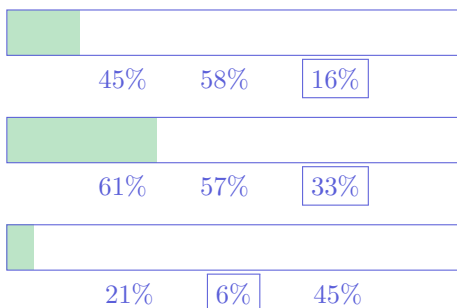
Méthode : Pour calculer le pourcentage d'un nombre, on le multiplie par la fraction sur 100 correspondant au pourcentage.

Autrement dit, pour calculer $n\%$ d'un nombre, on multiplie ce nombre par $\frac{n}{100}$.

Exemple :

- Pour calculer 3% de 25g, on calcule $25 \times \frac{3}{100}$. Comme $\frac{3}{100} = 0,03$, on peut aussi calculer $25 \times 0,03$.
- Pour calculer 32% de 160€, on calcule $160 \times \frac{32}{100}$. Comme $\frac{32}{100} = 0,32$, on peut aussi calculer $160 \times 0,32$.

Activité: Pour chacune des barres de chargement ci-dessous, entourez le pourcentage le plus cohérent parmi les trois proposés.



Chapitre 9: Angles

1– Angle formé par deux demi-droites

Ordinateur portable

CM2

Activité
1

Lou s’amuse à ouvrir et fermer son ordinateur portable.
Elle a pris des photographies de son écran dans différentes positions.



Photo 1



Photo 2



Photo 3



Photo 4



Photo 5



Photo 6

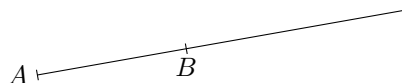
1. Sur quelle photographie son ordinateur est-il le plus ouvert ?
2. Sur quelle(s) photographie(s) son écran d'ordinateur forme-t-il :
 - a. un angle obtus avec le clavier ?
 - b. un angle aigu avec le clavier ?
 - c. un angle droit avec le clavier ?
3. Ranger ces photographies de l'écran le plus ouvert à l'écran le plus fermé.
4. Lou pense que, si elle prend un ordinateur portable avec un écran plus grand, les angles seront alors plus grands. A-t-elle raison ?

Activité:

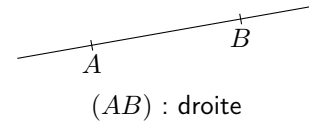
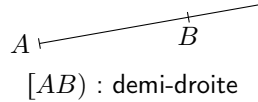
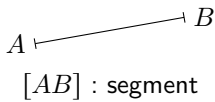
- 1► La photo 6 ✓
- 2► a► Obtus : Photos 3 et 6 ✓
b► Aigu : Photos 1, 2, 5 ✓
c► Droit : Photo 4 ✓
- 3► Photo 6 – Photo 3 – Photo 4 – Photo 5 – Photo 1 – Photo 2 ✓
- 4► Non : un angle rend compte d'un écartement. Qu'importe si l'écran est plus grand, l'écartement par rapport au clavier est le même. ✓

A– Définition et notations

Définition : Soient A et B deux points du plan. La portion de la droite (AB) délimitée par A et contenant le point B est appelée demi-droite d'origine A et passant par B . On la note $[AB)$.



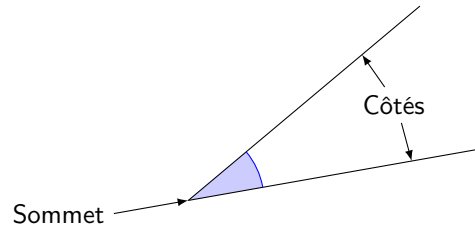
Remarque : Des notations différentes désignent des objets différents :



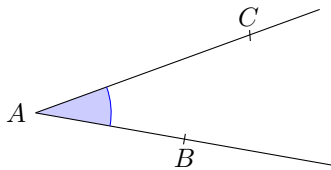
Définition :

- ▶ Un angle est une portion du plan délimitée par deux demi-droites qui ont la même origine.
- ▶ Cette origine commune est appelée sommet de l'angle,
- ▶ Les deux demi-droites sont appelées côtés de l'angle.

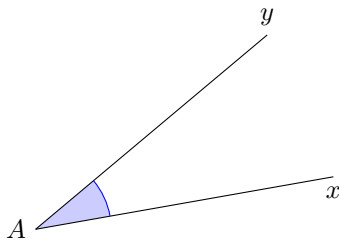
On trace un arc de cercle pour indiquer l'angle qu'on est en train de regarder.



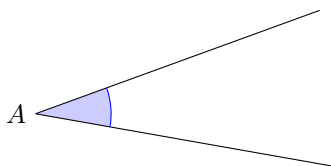
Notations : Il y a plusieurs manières de noter un angle :



On note cet angle $\widehat{BAC}$ ou $\widehat{CAB}$ (le sommet de l'angle est au milieu).

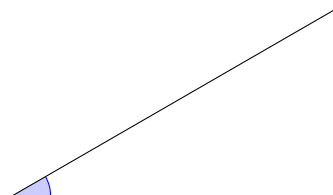
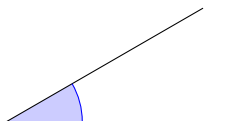


On note cet angle $\widehat{xAy}$ ou $\widehat{yAx}$ (le sommet de l'angle est au milieu).



Quand il n'y a aucune ambiguïté sur les demi-droites, on peut noter $\hat{A}$ (uniquement le sommet de l'angle).

Remarque : Attention, les deux angles ci-dessous sont identiques !

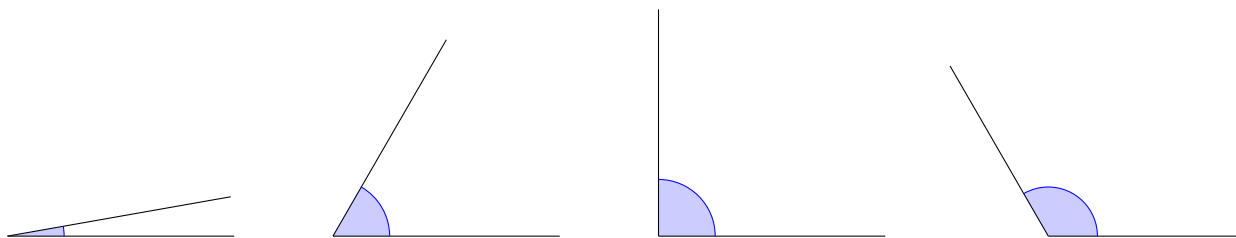


Un angle rend compte de l'écartement entre deux demi-droites, donc peu importe si on trace des petits ou des grands côtés, peu importe la taille de l'arc de cercle, ça ne change pas l'angle.

B– Comparer des angles

Définition : On dit qu'un angle est plus grand qu'un autre s'il est plus «ouvert».

Exemple : Les angles ci-dessous sont rangés du plus petit au plus grand :



Méthode 1 : Pour comparer deux angles, on peut utiliser un gabarit (un demi-disque régulièrement découpé) :



(Sur cet exemple, l'angle de droite est plus grand que l'angle de gauche.)

Méthode 2 : Pour comparer deux angles, on peut utiliser un calque :



(Sur cet exemple, l'angle de droite est plus grand que l'angle de gauche.)

2- Le rapporteur : mesurer et construire des angles

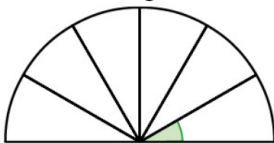
A- Mesurer un angle en degrés

Mesurons !

Activité 2

Pour construire l'hexagone régulier ci-contre, Célia a tracé un cercle, puis a reporté six fois le rayon à partir d'un point du cercle.

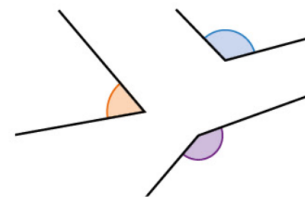
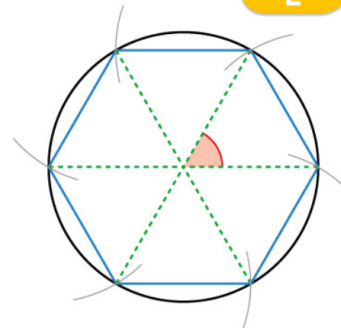
1. Réaliser cette figure en prenant pour rayon 5 cm.
2. Sachant qu'un tour complet correspond à un angle de 360° , quelle est la mesure en degrés de l'angle rouge ?
3. Découper la moitié supérieure de la figure. Puis, par pliage, partager chacun de ces trois angles en deux angles de même mesure, de façon à obtenir la figure suivante.



Vocabulaire

Gabarit : Appareil de mesure qui sert à vérifier des dimensions

4. À l'aide de l'un de ces six angles, on crée une unité d'angle, que l'on appelle un « gabarit ». Donner la mesure de chacun des angles ci-contre, dans cette unité d'angle.
5. Quelle est la mesure en degrés de l'angle vert de la question 3. ?
6. Donner alors la mesure en degrés des trois angles ci-contre.



Activité:

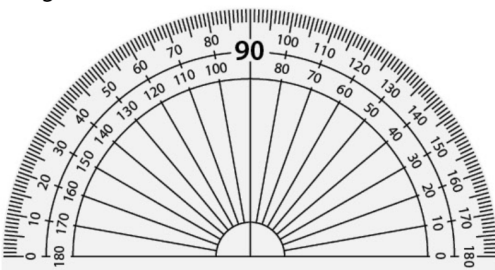
2. On a partagé le tour complet en 6 parts égales, donc l'angle rouge correspond à 1 sixième du tour complet, c'est-à-dire $360^\circ / 6 = 60^\circ$.
4. L'angle orange fait 2 unités d'angle, le bleu en fait 4, et le violet en fait 5.
5. Une unité d'angle vient du partage de l'angle rouge en deux angles égaux, donc mesure 30° . L'angle orange mesure donc $2 \times 30^\circ = 60^\circ$, le bleu mesure $4 \times 30^\circ = 120^\circ$, et le violet mesure $5 \times 30^\circ = 150^\circ$.

Mesurons plus précisément !

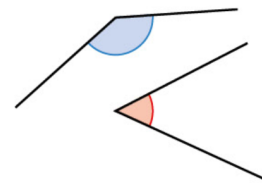
Activité 3

Erwan a compris qu'un rapporteur est un gabarit.

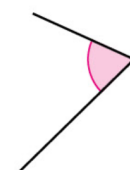
1. a. En combien de petites parts ce demi-disque est-il partagé ?
b. Que représente alors chacune des petites graduations ?



2. À l'aide d'un rapporteur, mesurer chacun des angles ci-contre.



3. Célia a trouvé 112° pour l'angle ci-contre. Pourtant, elle est sûre d'avoir faux.
a. Comment le sait-elle ?
b. Quelle erreur a-t-elle commise ?
c. Mesurer correctement cet angle.



Activité:

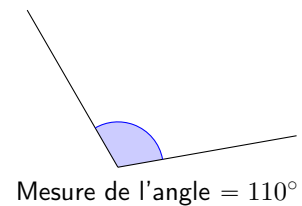
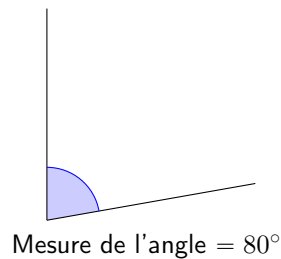
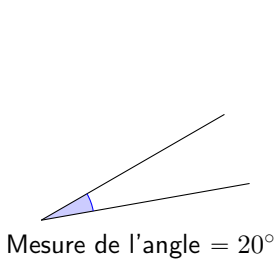
1. a. Il est divisé en 180 petites parts.

- b► Un tour complet fait 360° , donc un demi-tour mesure 180° . Les graduations divisent le demi-disque en 180 parts égales, donc une graduation mesure 1° .
- 2► L'angle bleu mesure 140° , l'angle rouge mesure 53° .
- 3► a► Un angle droit mesure 90° . Cet angle est aigu (plus petit qu'un angle droit), mais elle a trouvé une mesure plus grande que 90° .
 - b► Elle a lu les mauvaises graduations sur le rapporteur.
 - c► L'angle mesure 68° .

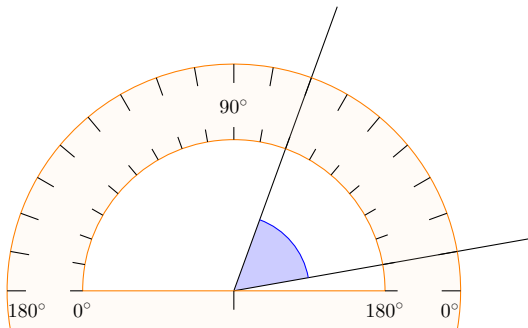
Définition : La mesure d'un angle est une valeur numérique qui représente l'ouverture de cet angle. Plus un angle est grand, plus sa mesure est grande.

La mesure d'un angle s'exprime en degrés, notés $^\circ$.

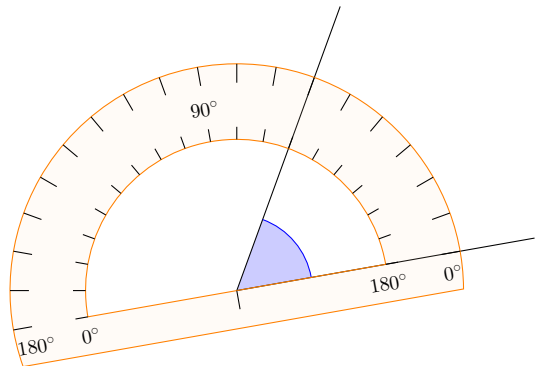
Exemple :



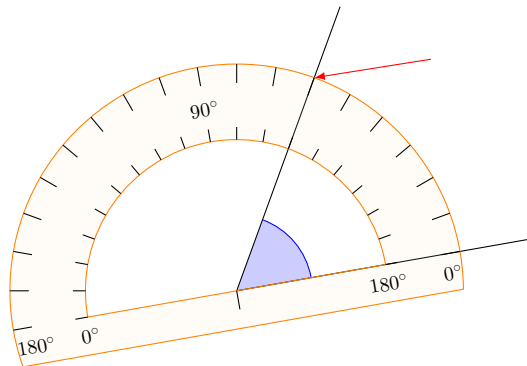
Méthode : Pour mesurer un angle, on peut utiliser un rapporteur :



ÉTAPE 1 : On place le centre du rapporteur au sommet de l'angle (il est marqué par un trou ou par une croix)

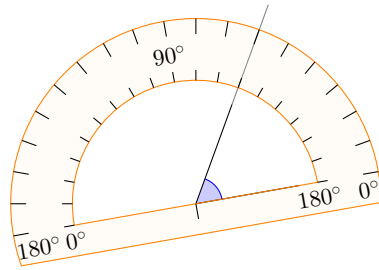


ÉTAPE 2 : On aligne la graduation 0° avec l'un des côtés de l'angle.

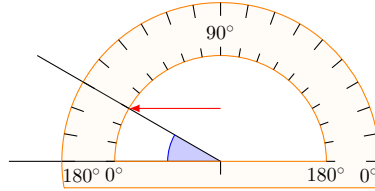


ÉTAPE 3 : On lit la graduation par laquelle passe l'autre côté de l'angle.

Remarque : Parfois, le rapporteur est trop grand et les côtés n'atteignent pas les graduations : il suffit de les prolonger.



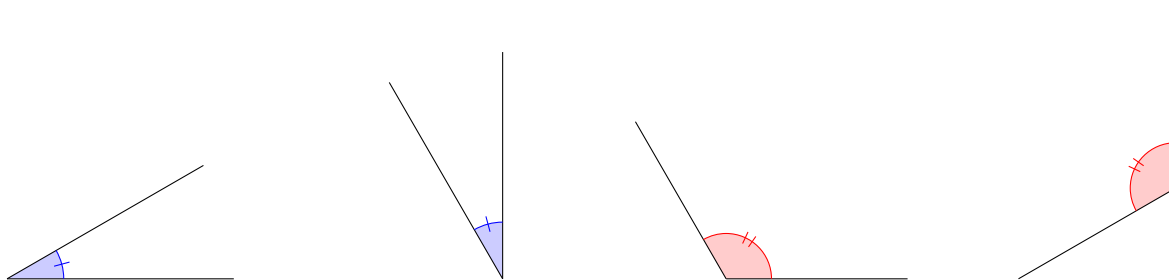
Remarque : Parfois, l'angle est du « mauvais côté » du rapporteur : dans ce cas, il faut utiliser les graduations à l'intérieur du rapporteur.



Vocabulaire :

Angle					
Mesure de $\widehat{BAC}$	0°	Entre 0° et 90°	90°	Entre 90° et 180°	180°
Nom	Nul	Aigu	Droit	Obtus	Plat

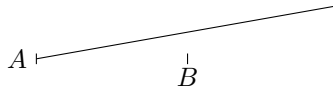
Méthode : On peut coder les angles pour indiquer qu'ils ont la même mesure :



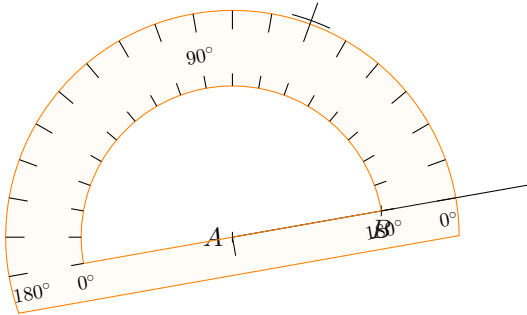
Remarque : On peut utiliser une équerre pour vérifier si un angle est droit, aigu ou obtus.

B– Construire un angle de mesure donnée

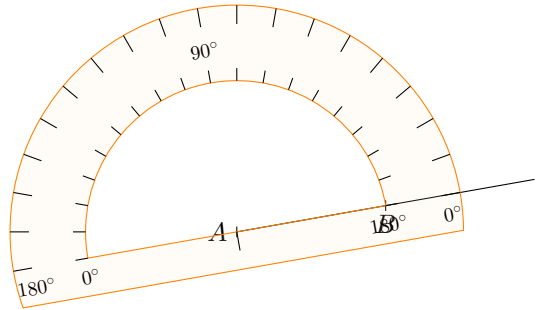
Méthode : Soient A et B deux points. On veut construire un angle de sommet A , dont $[AB)$ est l'un des côtés, et de mesure 60° .



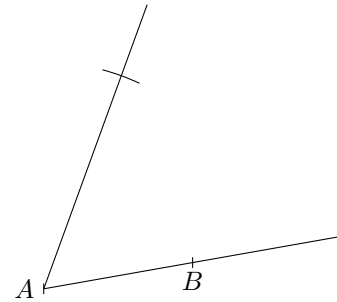
ÉTAPE 1 : On trace $[AB)$ (avec une règle).



ÉTAPE 3 : On marque 60° .



ÉTAPE 2 : On place le centre du rapporteur au sommet de l'angle (ici, en A), et on aligne la graduation 0° avec $[AB)$.

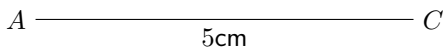


ÉTAPE 4 : On relie A à la marque (avec une règle).

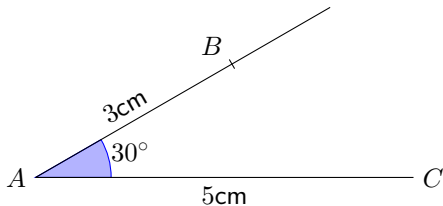
Remarque : On peut utiliser une équerre pour tracer un angle droit.

Méthode 1 : Tracer un triangle avec 2 longueurs et 1 angle.

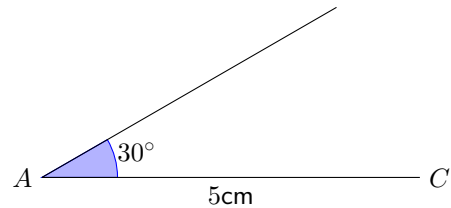
On souhaite construire le triangle ABC tel que $AC = 5\text{cm}$, $AB = 3\text{cm}$ et $\widehat{BAC} = 30^\circ$.



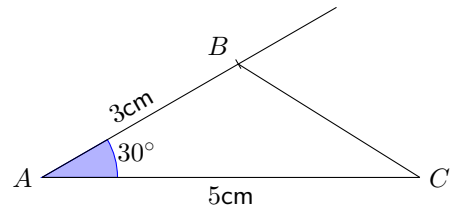
ÉTAPE 1 : On trace $[AC)$



ÉTAPE 3 : On mesure AB sur la demi-droite que l'on vient de tracer (on peut la prolonger si besoin)



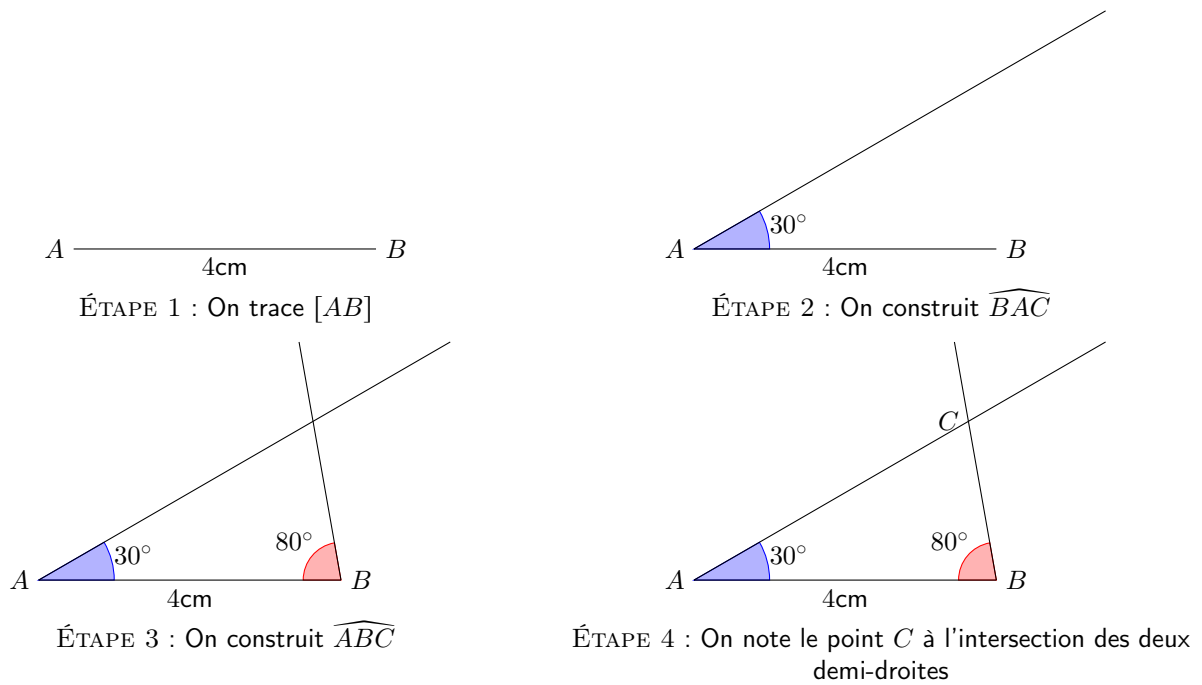
ÉTAPE 2 : On construit $\widehat{BAC}$



ÉTAPE 4 : On ferme le triangle

Méthode 2 : Tracer un triangle avec 1 longueur et 2 angles.

On souhaite construire le triangle ABC tel que $AB = 4\text{cm}$, $\widehat{BAC} = 30^\circ$ et $\widehat{ABC} = 80^\circ$.

Exercice:

- Construire le triangle ABC tel que $AB = 3\text{cm}$, $AC = 5\text{cm}$ et $\widehat{BAC} = 30^\circ$.
- Construire le triangle ABC tel que $\widehat{ABC} = 80^\circ$, $\widehat{BAC} = 30^\circ$ et $AB = 4\text{cm}$.

Chapitre 10: Fractions (bis)

Exercice 1: Voici une situation : « Lors d'un tournoi de football, il y a 176 joueurs inscrits, c'est-à-dire 16 équipes de 11 joueurs. »

Écris trois problèmes reprenant cette situation en utilisant deux nombres de l'énoncé et de sorte que le troisième nombre soit la réponse au problème.

Pour chaque problème, écris le calcul qui permet d'obtenir la réponse.

- 1► Dans un tournoi de football, il y a 16 équipes de 11 joueurs. Combien y a-t-il de joueurs au total ?
Calcul : 16×11
- 2► Dans un tournoi de football, les 176 participants sont répartis en 16 équipes qui contiennent le même nombre de joueurs. Combien y a-t-il de joueurs dans chaque équipe ?
Calcul : $176 \div 16$
- 3► Dans un tournoi de football, les 176 participants forment des équipes de 11 joueurs. Combien y a-t-il d'équipes ?
Calcul : $176 \div 11$

Exercice 2: Voici une situation : « Un lot de cahiers coûte 12€, il contient 24 cahiers à 0,50€ l'un. »

Écris trois problèmes reprenant cette situation en utilisant deux nombres de l'énoncé et de sorte que le troisième nombre soit la réponse au problème.

Pour chaque problème, écris le calcul qui permet d'obtenir la réponse.

- 1► On achète 24 cahiers à 0,5€. Combien paye-t-on ?
Calcul : $24 \times 0,5$
- 2► Un lot de 24 cahiers coûte 12€. Combien coûte 1 cahier ?
Calcul : $12 \div 24$
- 3► On achète des cahiers à 0,5€ l'unité, et on paye 12€. Combien a-t-on acheté de cahiers ?
Calcul : $12 \div 0,5$

Exercice 3: Voici des problèmes. Pour chacun d'eux, trouve, sans l'effectuer, parmi les calculs proposés celui qui donne la bonne réponse au problème.

Écris ensuite comment tu peux vérifier que cette réponse est juste.

Énoncé du problème	Entourez le calcul qui conduit à la réponse	Expliquez comment faire pour savoir si c'est juste
10 rochers chocolatés tous identiques coûtent 5€. Quel est le prix d'un rocher chocolaté ?	$5 \div 10$ $10 \div 5$ 5×10	On vérifie si $10 \times \text{prix à l'unité} = 5$
Je vends mes œufs par boîtes de 12. J'ai 96 œufs à vendre aujourd'hui. Combien me faut-il de boîtes ?	$12 \div 96$ $96 \div 12$ 12×96	On vérifie si $12 \times \text{nombre de boîtes} = 96$
Je veux faire 7 paquets identiques de 98 dragées chacun. Combien me faut-il de dragées ?	$7 \div 98$ $98 \div 7$ 7×98	On vérifie si $7 \times 98 = \text{nombre de dragées}$
1 mètre de câble vaut 6€. Combien de mètres mesure un câble qui vaut 750€ ?	$1 \div 6$ $1 \div 750$ $6 \div 750$ $750 \div 6$ $6 \div 1$ $750 \div 1$ $1 \times 6 \times 750$	On vérifie si $6 \times \text{longueur du câble} = 750$
32 000 grains de sable (tous identiques) pèsent 800 grammes. Combien pèse un seul grain de sable ?	$32000 \div 800$ $800 \div 32000$ 32000×800	On vérifie si $32000 \times \text{masse d'un seul grain} = 800$

Exercice 4 : Voici des opérations à trou appelées aussi équations. Il s'agit de trouver le nombre inconnu. Écris le calcul qui permet de trouver ce nombre. Avec la calculatrice, effectue ce calcul ainsi que la vérification.

	Calcul à effectuer pour trouver le nombre manquant	Vérification
$2 \times \dots = 6$	$6 \div 2 = 3$	$2 \times \boxed{3} = 6$
$3 + \dots = 7$	$7 - 3 = 4$	$3 + \boxed{4} = 7$
$\dots - 3 = 15$	$15 + 3 = 18$	$\boxed{18} - 3 = 15$
$\dots \div 2 = 10$	$10 \times 2 = 20$	$\boxed{20} \div 2 = 10$
$0,4 \times \dots = 5$	$5 \div 0,4 = 12,5$	$0,4 \times \boxed{12,5} = 5$
$\dots \times 50 = 0,8$	$0,8 \div 50 = 0,016$	$\boxed{0,016} \times 50 = 0,8$
$35,8 \times \dots = 229,12$	$229,12 \div 35,8 = 6,4$	$35,8 \times \boxed{6,4} = 229,12$
$\dots \div 4 = 6,4$	$6,4 \times 4 = 25,6$	$25,6 \div 4 = 6,4$
$\dots + 12,5 = 40$	$40 - 12,5 = 27,5$	$\boxed{27,5} + 12,5 = 40$
$\dots \times 4,5 = 90$	$90 \div 4,5 = 20$	$\boxed{20} \times 4,5 = 90$
$56 \times \dots = 716,8$	$716,8 \div 56 = 12,8$	$56 \times \boxed{12,8} = 716,8$
$\dots \div 0,14 = 7$	$7 \times 0,14 = 0,98$	$\boxed{0,98} \div 0,14 = 7$

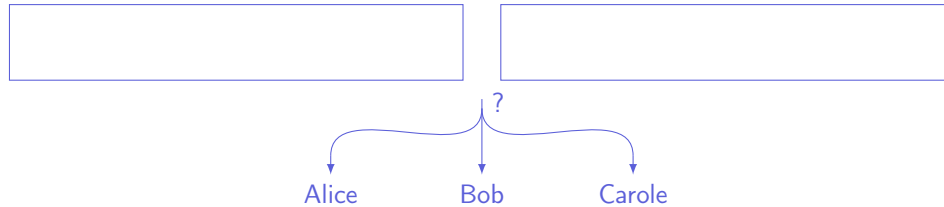
Bilan :

- Pour compléter une addition à trou, on fait une soustraction.
- Pour compléter une multiplication à trou, on fait une division.

1– De la fraction-partage à la fraction-quotient

Activité:

- 1► Alice, Bob et Carole achètent des «bonbons-rubans» (des longues bandes très sucrées – on représentera les bonbons par des rectangles). Malheureusement, ils se sont trompés... ils ont acheté seulement 2 bonbons, alors qu'ils sont trois ! Aidez-les à partager équitablement ces bonbons.



- 2► David et Eve partent acheter des bonbons-rubans spéciaux. David achète un bonbon qui fait 3 unités de longueur, et Eve en achète un qui fait 8 unités de longueurs. Le bonbon de Eve est long comme combien de fois le bonbon de David ?



- 1► On peut partager chaque bonbon en 3 parts égales, puis donner deux parts à chacun.



Autre méthode : on peut accoler les deux bonbons pour faire un grand bonbon, et diviser ce grand bonbon en trois parts égales.



- 2► On veut compléter la multiplication à trou Bonbon de Eve = ... × Bonbon de David. Autrement dit, on veut compléter $8 = \dots \times 3$. On a vu que pour cela, il faut faire une division : on calcule $8 \div 3$. La calculatrice donne $8 \div 3 = 2,666666667$. On vérifie qu'on ne s'est pas trompé en complétant l'égalité à trou : la calculatrice donne $2,666666667 \times 3 = 8,000000001$: ce n'est pas exactement 8 !

Bilan : Pour certaines divisions, on ne peut pas écrire le résultat exact sous forme décimale. On les écrit alors sous la forme d'une fraction : le résultat de $8 \div 3$ est noté $\frac{8}{3}$.

Le bonbon de Eve est donc $\frac{8}{3}$ fois plus grand que le bonbon de David.

Définition : Soient a et b deux nombres, avec $b \neq 0$.

Le quotient de a par b , c'est-à-dire le résultat de la division de a par b , est le nombre noté $\frac{a}{b}$ qui, multiplié par b , donne a . Autrement dit :

$$b \times \frac{a}{b} = a$$

Exemple : $3 \times \frac{2}{3} = 2$, $11 \times \frac{56}{11} = 56$

Définition :

- L'écriture $\frac{a}{b}$ est appelée écriture fractionnaire.
- Lorsque a et b sont des nombres entiers, on dit que $\frac{a}{b}$ est une fraction.

Exemple : $\frac{6}{2}$ et $\frac{1,3}{5}$ sont deux écritures fractionnaires, mais $\frac{1,3}{5}$ n'est pas une fraction.

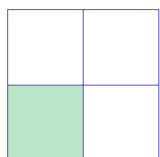
Remarque : Quelle est la différence entre $3 \div 4$ et $\frac{3}{4}$? Réponse : le premier est une opération, et le deuxième est un nombre !

En effet, $3 \div 4$ désigne l'opération de division de 3 par 4, et $\frac{3}{4}$ désigne le résultat de cette opération, c'est-à-dire $\frac{3}{4} = 0,75$.

Méthode : Pour trouver l'écriture décimale d'un nombre à partir d'une écriture fractionnaire, on pose une division décimale, ou on utilise la calculatrice.

Activité : Pour chaque situation, complétez en écrivant vos calculs (sans oublier les unités). S'il s'agit d'une division, écrire le résultat sous forme fractionnaire et sous forme décimale. Enfin, écrire une égalité du type $b \times \frac{a}{b} = a$.

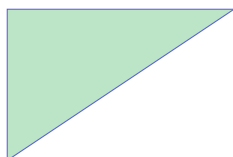
Exemple :



Prix de la tablette : 5€

Prix d'un carré : $\frac{5}{4} \text{€} = 1,25 \text{€}$

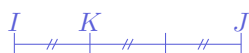
Égalité : $4 \times \frac{5}{4} \text{€} = 5 \text{€}$



Aire totale : 1 unité

Aire verte : $\frac{1}{2} \text{ unité} = 0,5 \text{ unité}$

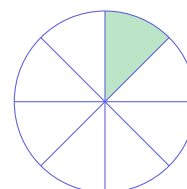
Égalité : $2 \times \frac{1}{2} = 1$



$IJ = 5 \text{ km}$

$IK = 5 \div 3 \text{ km} = \frac{5}{3} \text{ km} \approx 1,666666 \text{ km}$

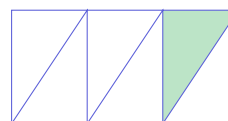
Égalité : $3 \times \frac{5}{3} = 5$



Prix du gâteau : 50€

Prix d'une part : $50 \div 8 \text{€} = \frac{50}{8} \text{€} = 6,25 \text{€}$

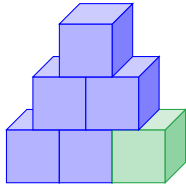
Égalité : $8 \times \frac{50}{8} = 50$



Aire totale = $5 \times 1,8 \text{ unités} = 9 \text{ unités}$

Aire verte = 1,8 unités

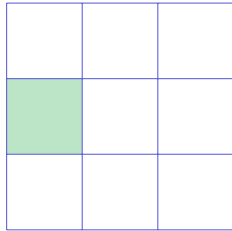
Égalité : $5 \times \frac{9}{5} = 9$



$$\text{Masse de l'empilement} = 6 \times 17,3\text{kg} = 103,8\text{kg}$$

$$\text{Masse d'un cube} = 17,3\text{g}$$

$$\text{Égalité : } 6 \times \frac{103,8}{6} = 103,8$$



$$\text{Prix de la tablette} = 3,6\text{€}$$

$$\text{Prix d'un carré} = 3,6 \div 9 = \frac{3,6}{9} = 0,4\text{€}$$

$$\text{Égalité : } 9 \times \frac{3,6}{9} = 3,6$$



$$\text{Contenance totale} = 14\text{L}$$

$$\text{Volume vert} = 14 \div 5 = \frac{14}{5} = 2,8\text{L}$$

$$\text{Égalité : } 5 \times \frac{14}{5} = 14$$



$$\text{Aire totale} = 4 \times 15,2 = 60,8 \text{ unités}$$

$$\text{Aire verte} = 15,2 \text{ unités}$$

$$\text{Égalité : } 4 \times \frac{60,8}{4} = 60,8$$

Remarque : Il existe plusieurs manières d'écrire un même nombre : par exemple, l'écriture fractionnaire $\frac{1}{2}$ et l'écriture décimale 0,5 sont deux manières d'écrire le même nombre. Une autre manière de l'écrire est $\frac{5}{10}$.

Activité : Complétez le tableau suivant :

Lecture de la fraction	Écriture fractionnaire	Écriture décimale exacte si possible,	OU	2 autres écritures fractionnaires
			Écr. décimale approchée avec 9 chiffres après la virgule	
un cinquième	$\frac{1}{5}$	0,2		$\frac{2}{10}, \frac{20}{100}$
un demi	$\frac{1}{2}$	0,5		$\frac{5}{10}, \frac{50}{100}$
trois demis	$\frac{3}{2}$	1,5		$\frac{15}{10}, \frac{150}{100}$
un sixième	$\frac{1}{6}$		0,166666666	$\frac{2}{12}, \frac{3}{18}$
trois quarts	$\frac{3}{4}$	0,75		$\frac{75}{100}, \frac{6}{8}$
cinq tiers	$\frac{5}{3}$		1,666666666	$\frac{10}{6}, \frac{50}{30}$
neuf septièmes	$\frac{9}{7}$		1,285714286	$\frac{90}{70}, \frac{900}{700}$
un huitième	$\frac{1}{8}$	0,125		$\frac{2}{16}, \frac{3}{24}$

deux-cent-quatre-vingts quarts	$\frac{280}{4}$	70		$\frac{700}{10}, \frac{35}{2}$
cent-deux onzièmes	$\frac{102}{11}$		9,272727273	$\frac{1020}{110}, \frac{10200}{1100}$
un tiers	$\frac{1}{3}$		0,3333333333	$\frac{10}{30}, \frac{2}{6}$
deux douzièmes	$\frac{2}{12}$		0,1666666666	$\frac{4}{24}, \frac{1}{6}$
cinq seizièmes	$\frac{5}{16}$	0,3125		$\frac{50}{160}, \frac{3125}{10000}$
neuf neuvièmes	$\frac{9}{9}$		1	$\frac{2}{2}, \frac{90}{90}$

Bilan : L'écriture fractionnaire permet d'écrire des nombres qui ont une écriture décimale infinie.

2– Comparaison de fractions

Proposition : Pour comparer deux fractions de même dénominateur, on peut comparer leurs numérateurs.

Exemple : $\frac{6}{4} > \frac{9}{4}$, $\frac{78}{112} < \frac{89}{112}$

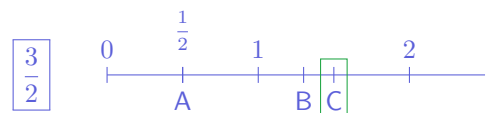
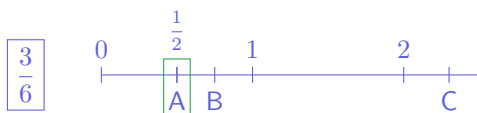
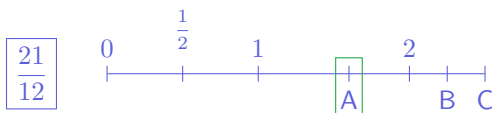
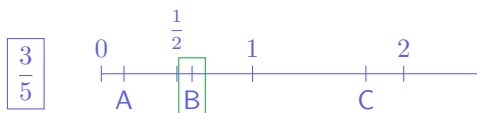
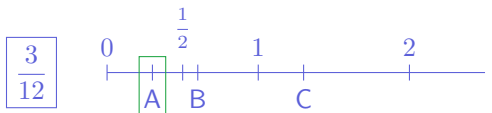
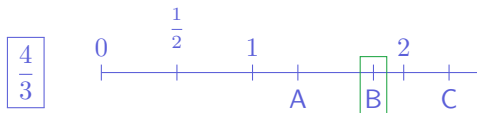
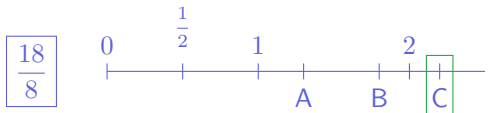
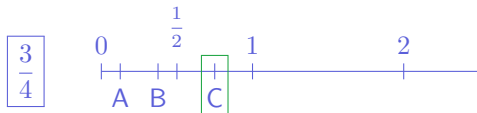
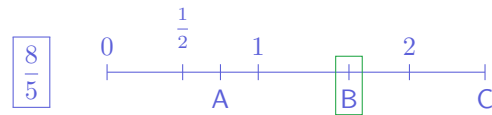
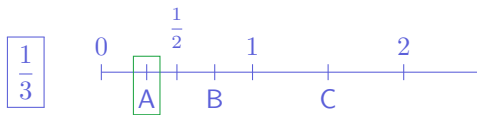
Remarque : $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{5}{10} = \frac{50}{100} = \dots$

Exercice: Mettez une croix selon si chaque fraction est plus petite que 0,5, entre 0,5 et 1, entre 1 et 2 ou plus grande que 2.

	0,5	1	2
$\frac{9}{7}$			×
$\frac{17}{5}$			×
$\frac{2}{10}$	×		
$\frac{1}{3}$	×		
$\frac{9}{8}$		×	
$\frac{3}{4}$		×	
$\frac{24}{50}$	×		
$\frac{26}{50}$		×	
$\frac{27}{13}$			×
$\frac{25}{13}$		×	

Bilan : Pour comparer une fraction avec 1, 2 ou $0,5 (= \frac{1}{2})$, on compare le dénominateur et le numérateur/au double du numérateur/à la moitié du numérateur.

Exercice: Sur chacune des droites graduées ci-dessous, trois positions A, B, et C sont proposées. Entourez celle qui correspond à la fraction.



Exercice: Encadrez chaque fraction entre deux nombres entiers consécutifs (c'est-à-dire qui se suivent).

Calculatrice interdite !

Exemple : $2 < \frac{5}{2} < 3$, et 2 et 3 sont deux nombres entiers consécutifs.

$$1 < \frac{4}{3} < 2$$

$$4 < \frac{29}{7} < 5$$

$$3 < \frac{10}{3} < 4$$

$$0 < \frac{3}{4} < 1$$

$$1 < \frac{7}{5} < 2$$

$$2 < \frac{9}{4} < 3$$

$$2 < \frac{29}{10} < 3$$

$$9 < \frac{46}{5} < 10$$

$$6 < \frac{13}{2} < 7$$

$$3 < \frac{15}{4} < 4$$

Exercice: Même exercice que le précédent, avec la calculatrice.

$$13 < \frac{119}{9} < 14$$

$$447 < \frac{6263}{14} < 448$$

$$56 < \frac{2635}{47} < 57$$

$$382 < \frac{4589}{12} < 383$$

$$6 < \frac{4299}{703} < 7$$

$$42 < \frac{901}{21} < 43$$

$$16 < \frac{12347}{769} < 17$$

$$11 < \frac{423}{37} < 12$$

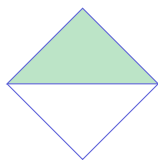
$$1 < \frac{275}{167} < 2$$

$$0 < \frac{126}{148} < 1$$

3– Multiplication d'un nombre par une fraction

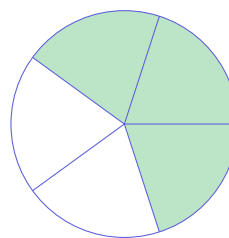
Activité: Pour chacune des figures ci-dessous, on écrit son aire totale dans une unité ua. Calculez l'aire de la partie verte.

(Les découpages sont faits en parts égales.)



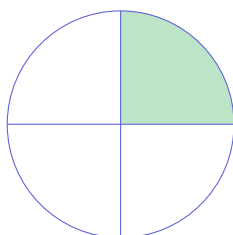
Aire totale : 6,24ua

Aire verte : $6,24 \div 2 = 3,12\text{ua}$



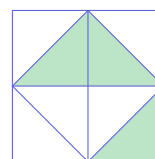
Aire totale : 1500ua

Aire verte : $(1500 \div 5) \times 3 = 900\text{ua}$



Aire totale : 14ua

Aire verte : $14 \div 4 = 3,5\text{ua}$



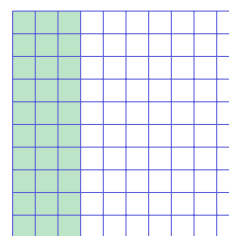
Aire totale : 16ua

Aire verte : $(16 \div 8) \times 3 = 6\text{ua}$



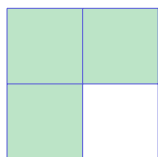
Aire totale : 11ua

Aire verte : $11 \div 5 = 2,2\text{ua}$



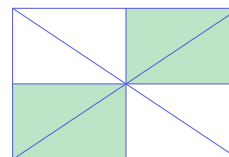
Aire totale : 2200ua

Aire verte : $(2200 \div 100) \times 30 = 660\text{ua}$



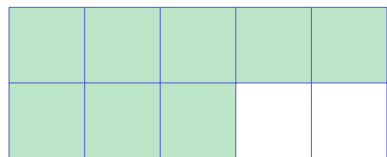
Aire totale : 880ua

Aire verte : $(880 \div 4) \times 3 = 660\text{ua}$



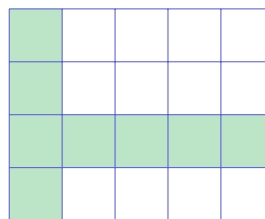
Aire totale : 12ua

Aire verte : $(12 \div 8) \times 4 = 6\text{ua}$



Aire totale : 10,2ua

Aire verte : $(10,2 \div 10) \times 8 = 8,16\text{ua}$



Aire totale : 20ua

Aire verte : $(20 \div 20) \times 8 = 8\text{ua}$

Observation 1 :

- Pour calculer la moitié d'un nombre, on divise par 2 ou on multiplie par $\frac{1}{2}$,
- Pour calculer le tiers d'un nombre, on divise par 3 ou on multiplie par $\frac{1}{3}$,
- Pour calculer le quart d'un nombre, on divise par 4 ou on multiplie par $\frac{1}{4}$,
- ...

Bilan 1 : Diviser par n , c'est la même chose que multiplier par $\frac{1}{n}$.

Exemple : $11 \div 2 = 11 \times \frac{1}{2}$, $9 \div 5 = 9 \times \frac{1}{5}$

Observation 2 : Pour calculer les trois quarts d'un nombre, on peut au choix :

- multiplier par 3 puis diviser par 4,
- diviser par 4 puis multiplier par 3,
- multiplier par $\frac{3}{4}$ (ou par 0,75 puisque $\frac{3}{4} = 0,75$)

Exemple : Pour calculer les trois quarts de 28, on peut calculer au choix :

- $(28 \times 3) \div 4$
- $(28 \div 4) \times 3$
- $28 \times \frac{3}{4}$

En écriture fractionnaire, cela correspond aux égalités :

$$\frac{28 \times 3}{4} = \frac{28}{4} \times 3 = 28 \times \frac{3}{4}$$

Exercices

Exercice: Reliez les nombres aux calculs dont ils sont le résultat exact :

$3 \bullet$

$\bullet 14 \div 10$

$\bullet 3 \div 1$

$1,4 \bullet$

$\bullet 1 \div 3$

$\bullet 3 + \frac{3}{7}$

$\frac{1}{3} \bullet$

$\bullet 3 \times \frac{3}{7}$

$\bullet 7 \times \frac{3}{7}$

$\frac{3}{7} \bullet$

$\bullet 7 \div 24$

$\bullet 24 \div 7$

$\frac{24}{7} \bullet$

$\bullet 1 \div 4$

Exercice: Complétez les opérations à trou :

$\blacktriangleright 3 \times \dots = 1$

$\blacktriangleright \dots \div \dots = \frac{2}{5}$

$\blacktriangleright \dots \times 5 = 4$

$\blacktriangleright 1000 \times \dots = 25$

$\blacktriangleright \dots \times \frac{5}{4} = 5$

$\blacktriangleright 10 \times \dots = 2$

$\blacktriangleright 14\,000 \times \dots = 14$

$\blacktriangleright \dots \times 10 = 3$

$\blacktriangleright \dots \div \dots = \frac{7}{6}$

$\blacktriangleright 3 \div 24 = \frac{\dots}{\dots}$

$\blacktriangleright 25 \div 1000 = \dots$

$\blacktriangleright \dots \div \dots = 0,8$

$\blacktriangleright \frac{8}{3} = \dots \div \dots$

$\blacktriangleright 3 \div 2 = \dots$

$\blacktriangleright 1000 \div 25 = \dots$

$\blacktriangleright \dots \times 0 = 5$

Exercice:

Énoncés	Opérations	Réponses de la vie courante
On partage de manière équitable 17 billes entre 7 personnes. Quelle est la part de chacun ?		
On partage de manière équitable 17 euros entre 7 personnes. Quelle est la part de chacun ?		
On partage de manière équitable 17 bandes-unité entre 7 personnes. Quelle est la part de chacun ?		
Un camion peut contenir 7 tonnes. Combien de voyages devra-t-il effectuer pour évacuer 17 tonnes de terre ?		
Quel est le quotient exact de 17 par 7 ?		

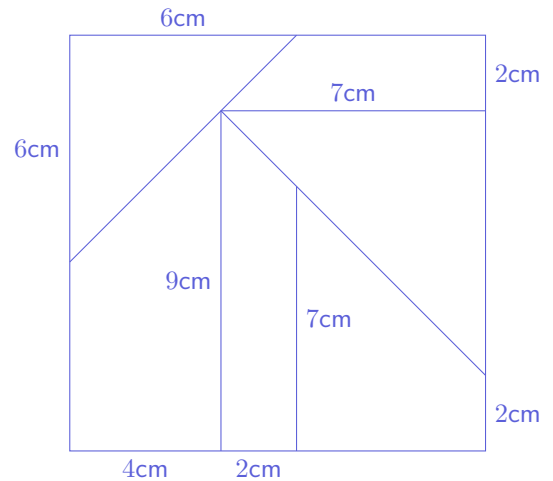
Chapitre 11: Proportionnalité

Activité vue en AP: Puzzle de Brousseau

Voici un carré dont la taille en réalité est 11cm de côté. Il est constitué de 6 pièces que l'on appelle A, B, C, D, E et F.

En groupes de 6, reproduisez un agrandissement de ce puzzle en respectant les règles suivantes :

- ▶ Un segment qui mesure 4cm devra mesurer 6cm sur l'agrandissement.
- ▶ Chaque membre du groupe doit construire une pièce (inscrivez votre nom sur vos pièces)
- ▶ AVANT la fin de l'heure, vous devez avoir collé sur une feuille A3 votre puzzle agrandi et reformé
- ▶ Sur la même feuille, expliquez la méthode utilisée et les calculs effectués pour trouver la taille des nouvelles pièces.
- ▶ Si vous avez le temps, reproduisez le puzzle initial en vraie grandeur.



Emploi saisonnier

Activité 2

Naïm a trouvé un emploi pour les vacances. Il est payé à l'heure.

Lundi, il a travaillé 5 heures et a été payé 41 €.

Mardi, il a travaillé 3 heures et a été payé 24,60 €.

1. Mercredi, il va travailler 8 heures. Combien sera-t-il payé ce jour-là ?
2. Jeudi, il va travailler 4 heures. Combien sera-t-il payé ce jour-là ?
3. Le salaire minimum horaire est d'environ 7,60 €. Naïm gagne-t-il plus que le salaire minimum ?
4. Combien gagnera-t-il pour une semaine de 35 heures de travail ?

1– Situation de proportionnalité

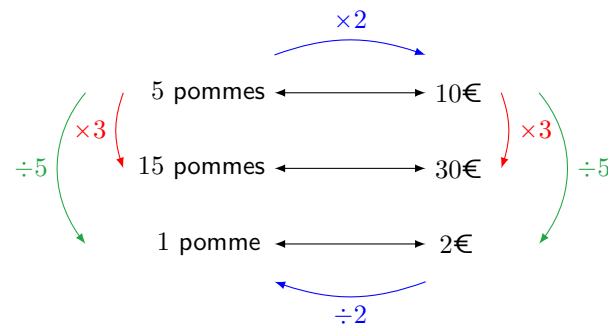
Définition : On dit que deux grandeurs sont proportionnelles si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant ou divisant l'autre par un même nombre, appelé coefficient de proportionnalité.

Méthode : Pour reconnaître une situation de proportionnalité, on peut se demander si on peut utiliser les expressions "fois plus" et "fois moins" comme dans les deux exemples suivants.

Exemple 1 : Imaginons que j'achète 5 pommes pour 10€.

- ▶ Si j'achète 15 pommes, alors je paye 30€ : en effet, si j'achète 3 fois plus de pommes, alors je dois payer 3 fois plus cher ! ($15 \text{ pommes} = 5 \text{ pommes} \times 3$ et $30€ = 10€ \times 3$),
- ▶ Si j'achète 1 pomme, alors je paye 2€ : en effet, si j'achète 5 fois moins de pommes, alors je dois payer 5 fois moins cher ! ($1 \text{ pomme} = 5 \text{ pommes} \div 5$ et $2€ = 10€ \div 5$).

Le nombre de pommes et le prix que l'on paye sont donc deux grandeurs proportionnelles. Le coefficient de proportionnalité est 2 : pour trouver le prix à payer, on multiplie le nombre de pommes par 2. Inversement, pour trouver le nombre de pommes, on divise le prix par 2. On peut le représenter avec un schéma :



Remarque : Parfois, à la place du schéma, on fait un tableau, appelé tableau de proportionnalité :

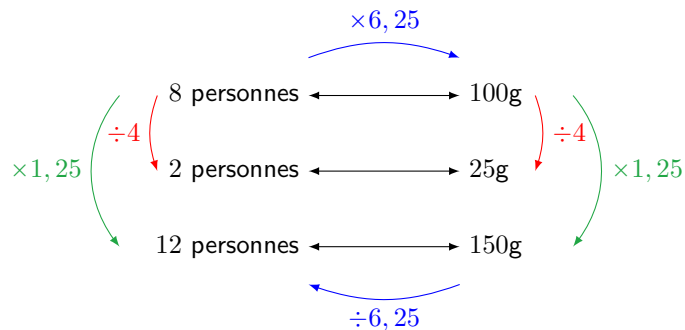
	5	15	1
Pommes	5	15	1
Prix (€)	10	30	2

Annotations:
 - From 5 to 15: $\times 3$ (red arrow)
 - From 15 to 5: $\div 3$ (green arrow)
 - From 15 to 1: $\div 15$ (green arrow)
 - From 1 to 15: $\times 15$ (green arrow)
 - From 10 to 2: $\div 5$ (blue arrow)
 - From 2 to 10: $\times 5$ (blue arrow)
 - From 5 to 10: $\times 2$ (blue arrow)
 - From 1 to 2: $\times 2$ (blue arrow)

Exemple 2 : Imaginons qu'il faut 100g de farine pour faire un gâteau pour 8 personnes.

- Si je veux cuisiner pour 12 personnes, alors je dois utiliser 150g de farine : en effet, si je cuisine pour 1,5 fois plus de personnes, alors je dois utiliser 1,5 fois plus de farine! ($12 \text{ personnes} = 8 \text{ personnes} \times 1,5$ et $150\text{g} = 100\text{g} \times 1,5$),
- Si je veux cuisiner pour 2 personnes, alors je dois utiliser 25g de farine : en effet, si je cuisine pour 4 fois moins de personnes, alors je dois utiliser 4 fois moins de farine! ($2 \text{ personnes} = 8 \text{ personnes} \div 4$ et $25\text{g} = 100\text{g} \div 4$).

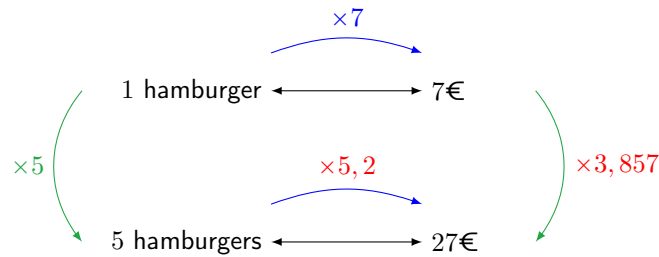
Le nombre de personnes et la quantité de farine sont deux grandeurs proportionnelles. Le coefficient de proportionnalité est 6,25 : pour trouver la quantité de farine, je multiplie le nombre de personnes par 6,25. Inversement, pour trouver le nombre de personnes, je divise la quantité de farine par 6,25. On peut refaire le même schéma :



Exemple 1 de situation non proportionnelle : Imaginons que je me fais livrer des hamburgers à 5€. Qu'importe la quantité que je commande, les frais de livraison sont de 2€.

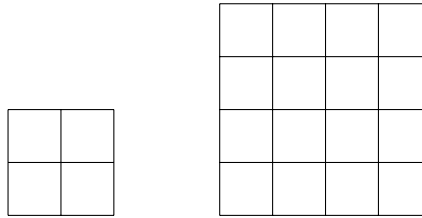
- Si je commande 1 hamburger, je paye au total $7\text{€} = 5\text{€} + 2\text{€}$ (hamburger + livraison).
- Si je commande 5 hamburgers, je paye au total $27\text{€} = 5\text{€} \times 5 + 2\text{€}$ (hamburgers + livraison).

Donc si je commande 5 fois plus de hamburgers, je ne paye pas 5 fois plus cher, puisque je ne paye pas $35\text{€} = 7\text{€} \times 5$. Le schéma précédent ne fonctionne pas, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de coefficient de proportionnalité :



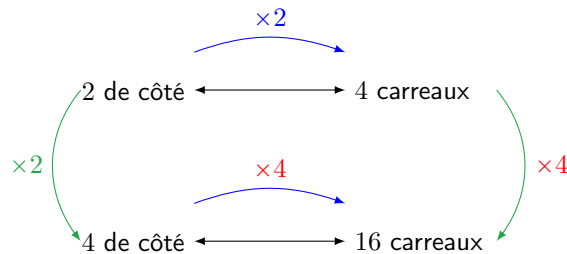
Le nombre de hamburgers et le prix total ne sont donc pas deux grandeurs proportionnelles.

Exemple 2 de situation non proportionnelle : On considère des quadrillages carrés :



- Une grille de côté 2 carreaux contient 4 carreaux au total.
- Une grille de côté 4 carreaux contient 16 carreaux au total.

Donc si je considère une grille 2 fois plus large, elle ne contient pas 2 fois plus de carreaux. Le schéma ne fonctionne toujours pas, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de coefficient de proportionnalité :



Le nombre de carreaux au total et le côté ne sont donc pas deux grandeurs proportionnelles.

Remarque : Dans les schémas ou les raisonnements, il ne faut pas utiliser le symbole $=$. En effet, des pommes ne sont pas un prix, donc 5 pommes ne peuvent pas être "égales à" 10€...

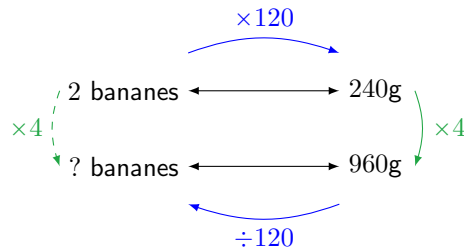
À l'oral, au lieu de dire «5 pommes sont égales à 10€», on dit plutôt «5 pommes correspondent à 10€».

2– Quatrième proportionnelle

Définition : Trouver la quatrième proportionnelle, c'est trouver une valeur dans une situation de proportionnalité.

Exemple-méthodes : Deux bananes pèsent 240g. Le nombre de bananes et la masse totale sont deux grandeurs proportionnelles : si je prends 12 fois plus de bananes, elles pèseront 12 fois plus lourd.

Imaginons que j'ai 960g de bananes. La grandeur inconnue est le nombre de bananes : c'est la quatrième proportionnelle. On peut faire le schéma :

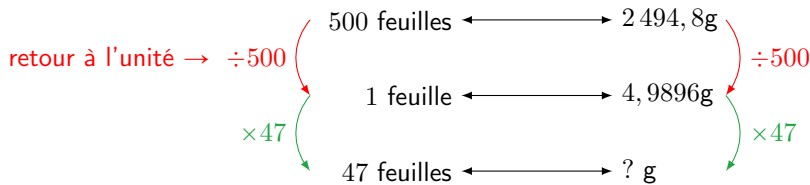


Puisque les grandeurs sont proportionnelles, il y a deux méthodes pour trouver le nombre de bananes :

- ▶ Avec le **coefficient de proportionnalité** : pour trouver le nombre de bananes, on divise la masse par 120 : comme $960 \div 120 = 8$, il y a 8 bananes.
- ▶ Avec le **"fois plus/fois moins"** : 960g sont 4 fois plus lourds que 240g, donc on a 4 fois plus de bananes, c'est-à-dire $2 \times 4 = 8$ bananes.

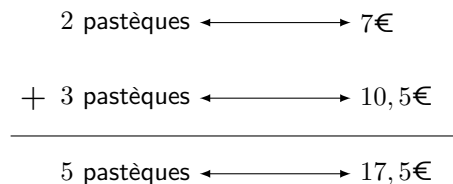
Autre méthode : Retour à l'unité

Une ramette de papier (500 feuilles) pèse 2494,8g. On veut déterminer combien pèsent 47 feuilles : le nombre de feuilles et leur masse sont deux grandeurs proportionnelles, on cherche donc une quatrième proportionnelle. Le retour à l'unité, c'est déterminer la quatrième proportionnelle pour l'unité (ici, combien pèse 1 seule feuille), puis faire la multiplication. On peut faire le schéma :



On calcule d'abord la masse d'une seule feuille : $2494,8g \div 500 = 4,9896g$. Ensuite, on multiplie cette valeur par 47, pour trouver que 47 feuilles pèsent $4,9896g \times 47 = 234,5112g$.

Exemple-Propriété : Le nombre de pastèques que j'achète et le prix que je paye sont deux grandeurs proportionnelles. Je sais que 2 pastèques coûtent 7€ et que 3 pastèques coûtent 10,5€. Je veux savoir combien coûtent 5 pastèques. Comme 5 pastèques = 2 pastèques + 3 pastèques, le prix total est de $7€ + 10,5€ = 17,5€$. On peut faire un schéma :



Remarque : Ce raisonnement fonctionne grâce à la proportionnalité : sans elle, on ne peut pas ajouter les grandeurs comme ça !

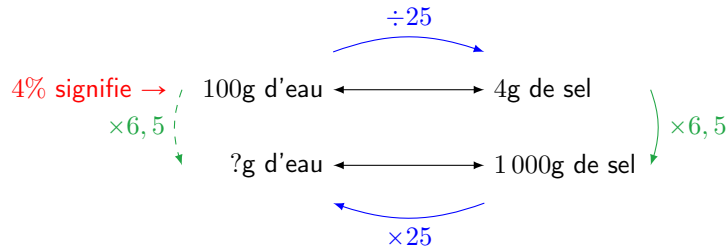
3– Proportionnalité et pourcentages

Vocabulaire : Dans certaines situations, on utilise le mot «taux» à la place de «pourcentage». Ces deux mots ont le même sens.

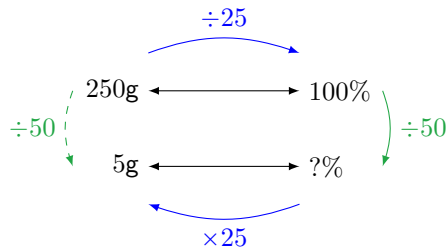
Les pourcentages rendent compte d'une situation de proportionnalité ! Et dans une situation de proportionnalité, il est bienvenu de faire un schéma (voir les exemples ci-dessous).

Exemple : ▶ Le taux de sel dans l'eau de mer est d'environ 4%. Cela signifie que dans 100g d'eau de mer, il y a 4g de sel. Mais si on prend 8 fois plus d'eau, à la fin on obtient bien 8 fois plus de sel ! La quantité d'eau et la quantité

de sel dissoute (en grammes) sont donc des grandeurs proportionnelles. Pour trouver combien il faut traiter d'eau de mer pour obtenir $1\text{ kg} = 1,000\text{ g}$ de sel, on peut utiliser le schéma :



► Inversement, on peut vouloir trouver un pourcentage ou un taux. Imaginons que vous mettez 5g de sel pour faire un pain de 250g : quelle est le taux de sel de ce pain ? C'est une situation de proportionnalité (si on fait n fois plus de pain, alors on doit mettre n fois plus de sel), donc on peut faire le schéma. Pour savoir les grandeurs en jeu, on peut faire la remarque suivante : 250g représente 100% de la masse du pain, et on cherche le pourcentage que représente 5g de sel dans 250g.



On calcule par exemple $100 \div 50 = 2$, et on conclut qu'un tel pain a un taux de sel de 2%.

Problème : L'épargne permet de gagner de l'argent : à la fin de l'année, on vous offre 2% de l'argent que vous avez épargné durant l'année.

Exemple : si vous avez épargné 100€, alors à la fin de l'année vous gagnez 2% de 100€, c'est-à-dire 2€. Vous avez donc 102€.

Alice dit la chose suivante : « J'épargne 100€ la première année. Si j'attends pendant 5 ans, alors je vais gagner 10% au total, et donc j'aurai 110€ à la fin ! »

Qu'en pensez-vous ?

Énigme : paradoxe des pommes de terre (très difficile) : Un agriculteur récolte des pommes de terre : il en récolte 100kg, et ses pommes de terre sont composées de 99% d'eau. Un mois plus tard, l'eau s'est évaporée, et les pommes de terre sont alors composées à 98% d'eau. Lorsqu'il pèse à nouveau sa récolte, il trouve 50kg...

Expliquez ce phénomène.

4– Échelles et agrandissements

Promenade à vélo

Un journal propose à ses lecteurs la promenade à vélo ci-contre.

1. Estimer le plus précisément possible la longueur totale en mètres de cette promenade.
2. À vélo, Lucie roule généralement à 300 mètres par minute. Combien de temps doit-elle prévoir pour cette promenade à vélo ?



Activité
3

Prise
d'initiative

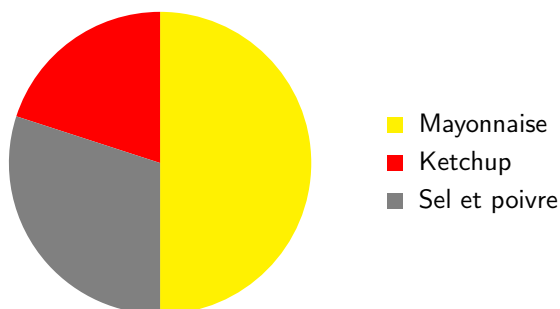
Activité:

5– Diagrammes circulaires

Définition : Un diagramme circulaire est un moyen de visualiser des proportions. Les mesures des angles de chaque secteur sont proportionnelles aux valeurs qu'elles représentent.

Exemple : Dans un sondage sur la préférence d'assaisonnement des repas de 20 personnes, 4 ont répondu préférer «avec du ketchup», 10 ont répondu «avec de la mayonnaise», et 6 ont répondu «avec du sel et du poivre».

Le diagramme circulaire correspondant est le suivant :



Voici comment calculer les tailles de secteurs : l'effectif total correspond à un tour complet, c'est-à-dire 360° , et on détermine les angles des secteurs par proportionnalité.

	Ketchup	Mayonnaise	Sel et poivre	Total
Effectif	4	10	6	20
Angle	72°	180°	108°	360°

$\times 18$

Chapitre 12: Périmètre

Activité 2 Grillage

Virginie doit grillager l'une de ses deux parcelles pour y installer son cheval. Elle se sert du plan de cadastre ci-dessous pour comparer les longueurs du contour de chaque parcelle afin de choisir la parcelle qui a le contour le moins long.



1. Quel mot mathématique désigne la longueur du contour d'une figure ?
2. Virginie n'a pas de règle, elle décide d'utiliser son compas pour comparer les longueurs des contours des deux parcelles.

Voici sa méthode :

Sur une même ligne droite, elle représente ces deux contours à l'aide du compas en reportant les unes à la suite des autres les longueurs des différents segments qui composent chaque contour.

En utilisant la méthode de Virginie, déterminer la parcelle qui a le contour le moins long.

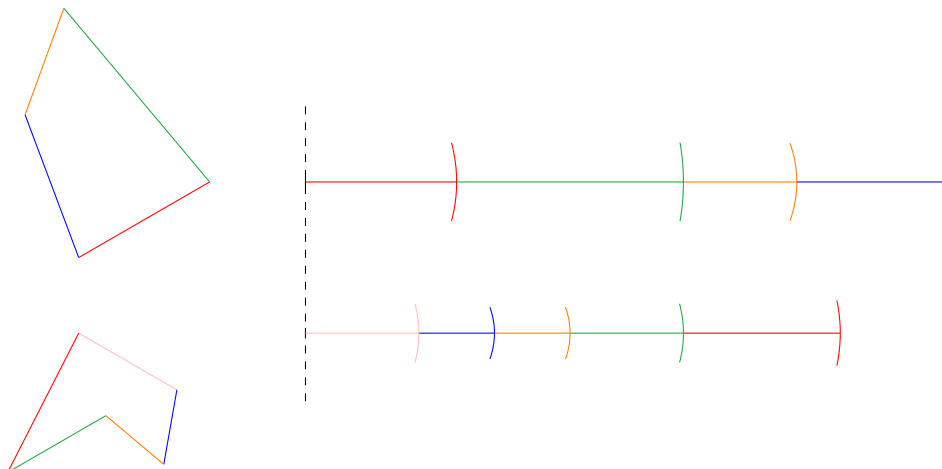
Activité:



Définition : Le périmètre d'une figure est une mesure de la longueur de son contour, exprimée dans une unité de longueur donnée.

1– Périmètre d'un polygone

Méthode : Pour comparer les périmètres de deux polygones, on n'est pas obligé de mesurer avec une règle : on peut reporter les longueurs des côtés au compas, bout à bout sur une demi-droite.



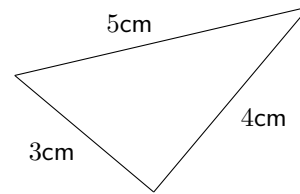
(Sur ce schéma, on a reporté les longueurs sur des demi-droites différentes pour mieux comprendre le procédé, mais en pratique, on fait tout sur la même demi-droite (sinon, on ne peut pas toujours comparer avec certitude).)

Propriété : Le périmètre d'un polygone est égale à la somme des longueurs de ses côtés.

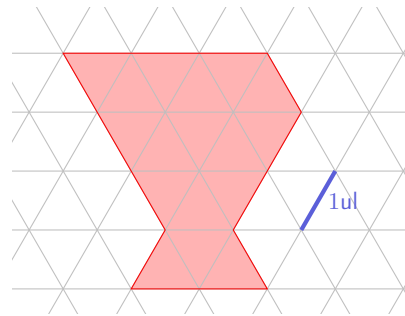
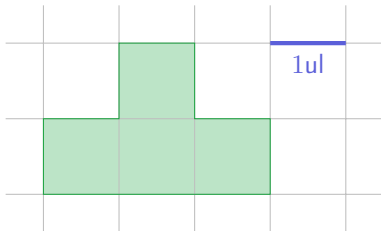
Remarque : Pour ajouter des longueurs, il faut les exprimer dans la même unité.

Exemple : Le périmètre du triangle ci-contre est :

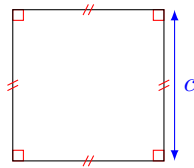
$$\mathcal{P} = 3\text{cm} + 5\text{cm} + 4\text{cm} = 12\text{cm}$$



Exercice: Calculez les périmètres des figures suivantes exprimés en ul.

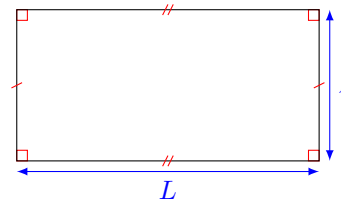


Propriété : Périmètres du carré et du rectangle



Périmètre = $4 \times \text{côté}$

$$\mathcal{P} = 4 \times c$$

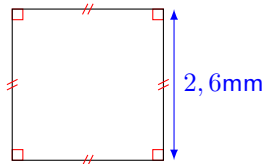


Périmètre = $2 \times \text{Longueur} + 2 \times \text{largeur}$
 $= 2 \times (\text{Longueur} + \text{largeur})$

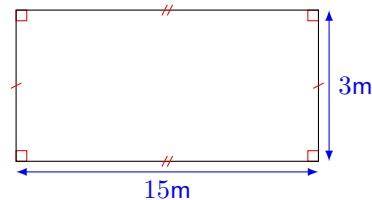
$$\mathcal{P} = 2 \times L + 2 \times l$$

$$= 2 \times (L + l)$$

Exemples :



Le périmètre de ce carré est $\mathcal{P} = 4 \times c = 4 \times 2,6\text{mm} = 10,4\text{mm}$



Le périmètre de ce rectangle peut se calculer de deux manières :

- $\mathcal{P} = 2 \times L + 2 \times l = 2 \times 15\text{m} + 2 \times 3\text{m} = 30\text{m} + 6\text{m} = 36\text{m}$
- $\mathcal{P} = 2 \times (L + l) = 2 \times (15\text{m} + 3\text{m}) = 2 \times 18\text{m} = 36\text{m}$

2- Périmètre d'un cercle

Vocabulaire : On parle de périmètre du cercle, mais on peut aussi dire «longueur» du cercle, voire «circonférence» du cercle.

Propriété-Définition : Le périmètre du cercle est proportionnel à son diamètre. Le coefficient de proportionnalité est appelé «pi», on le note π .

Formules donnant le périmètre d'un cercle

Pour calculer le périmètre du cercle, on peut appliquer la formule

$$\text{Périmètre} = \text{diamètre} \times \pi$$

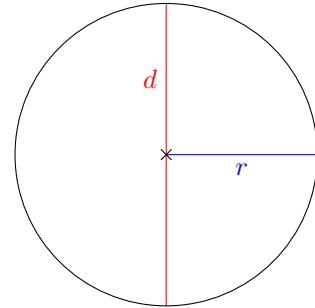
Comme diamètre = $2 \times$ rayon, cette formule se réécrit :

$$\text{Périmètre} = 2 \times \text{rayon} \times \pi$$

Remarque : Si on note d le diamètre du cercle et r son rayon, ces formules se réécrivent plus simplement :

$$\mathcal{P} = d \times \pi$$

$$\mathcal{P} = 2 \times r \times \pi$$



Astuce : La formule peut se réécrire $\mathcal{P} = 2 \times \pi \times r$: pour la retenir, on peut penser à «deux pi r» ($2 \pi r$).

Remarque : Le nombre π n'est pas un nombre décimal, il possède une infinité de chiffres après la virgule. Souvent, dans les calculs, on approche π par 3,14 :

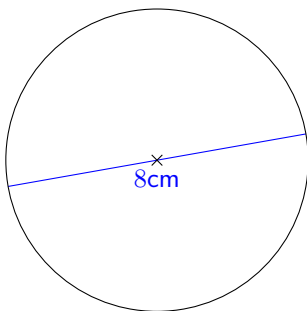
$$\pi \approx 3,14159265$$

Attention, ceci est une approximation ! On ne peut pas écrire la vraie valeur de π .

Exemples :

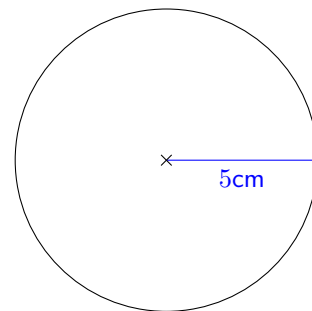
Le périmètre du cercle ci-dessous est :

$$\mathcal{P} = 8\text{cm} \times \pi \approx 25,13\text{cm}$$



Le périmètre du cercle ci-dessous est :

$$\mathcal{P} = 2 \times 5\text{cm} \times \pi = 10\text{cm} \times \pi \approx 31,4159\text{cm}$$



3– Conversion d'unités de longueur

Nom	Kilomètre	Hectomètre	Décamètre	Mètre	Décimètre	Centimètre	Millimètre
Symbole	km	hm	dam	m	dm	cm	mm
Valeur	1 000m	100m	10m	1m	$\frac{1}{10}^m$ = 0,1m	$\frac{1}{100}^m$ = 0,01m	$\frac{1}{1\,000}^m$ = 0,001m
Numération	Millier	Centaine	Dizaine	Unité	Dixième	Centième	Millième

Autres relations à retenir :

- ▶ 1dm = 10cm ▶ 1cm = 10mm ▶ 1cm = 0,1dm ▶ 1mm = 0,1cm

Méthode 1 : Pour convertir des longueurs en m, dm, cm,... , on peut utiliser le tableau suivant :

m	dm	cm	mm

Par exemple, essayons de convertir 23dm en m.

- 1▶ Dans 23dm, il y a 3 unités de dm et 2 dizaines de dm (c'est-à-dire des m) :

m	dm	cm	mm
2	3		

- 2▶ On cherche à convertir en cm : il nous faut donc faire apparaître autant de 0 que nécessaire pour atteindre la colonne des centimètres.

m	dm	cm	mm
2	3	0	

- 3▶ On lit combien de cm on a : ici, 23dm = 230cm.

Méthode 2 : Une autre manière d'effectuer les conversions est d'utiliser les relations entre les unités :

$$23\text{dm} = 23 \times (1\text{dm}) = 23 \times (10\text{cm}) = 23 \times 10\text{cm} = 230\text{cm}.$$

Chapitre 13: Aire

1– Notion d'aire d'une figure

Définition : L'aire d'une figure est une mesure de sa surface.

Proposition 1 : On peut additionner les aires :

$$\mathcal{A} \left(\begin{array}{c} \text{triangle rouge} \\ \text{carré bleu} \end{array} \right) = \mathcal{A} \left(\begin{array}{c} \text{carré bleu} \end{array} \right) + \mathcal{A} \left(\begin{array}{c} \text{triangle rouge} \end{array} \right)$$

Proposition 2 : On peut soustraire les aires :

$$\mathcal{A} \left(\begin{array}{c} \text{carré bleu} \\ \text{triangle rouge inversé} \end{array} \right) = \mathcal{A} \left(\begin{array}{c} \text{carré bleu} \end{array} \right) - \mathcal{A} \left(\begin{array}{c} \text{triangle rouge inversé} \end{array} \right)$$

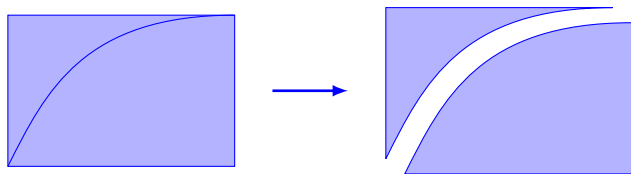
Proposition 3 : On peut découper et déplacer une partie d'une figure sans changer son aire :

$$\mathcal{A} \left(\begin{array}{c} \text{carré bleu} \\ \text{demi-cercle} \end{array} \right) = \mathcal{A} \left(\begin{array}{c} \text{carré bleu} \end{array} \right)$$

Proposition 4 : On peut comparer les aires en superposant les figures :

$$\begin{array}{c} \text{carré bleu} \\ \text{triangle rouge} \end{array} \Rightarrow \mathcal{A} \left(\begin{array}{c} \text{carré bleu} \end{array} \right) > \mathcal{A} \left(\begin{array}{c} \text{triangle rouge} \end{array} \right)$$

Activité : On construit deux figures en découpant un rectangle. Que peut-on dire du périmètre de ces deux figures ? Que peut-on dire de leurs aires ? Que peut-on en conclure ?

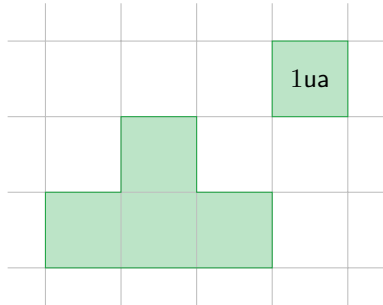


2– Mesure(s) de l'aire d'une figure

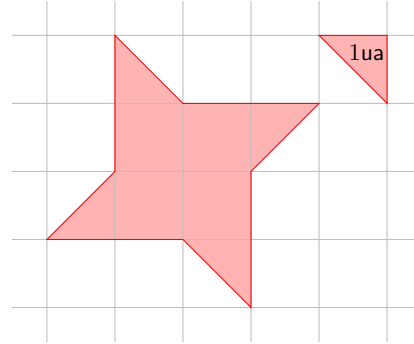
Une aire s'exprime dans une unité d'aire. Parfois, on précise une figure qui fait office d'unité d'aire.

Remarque : «Unité d'aire» est souvent abrégé «ua», et «unité de longueur» est souvent abrégé «ul».

Exemples :

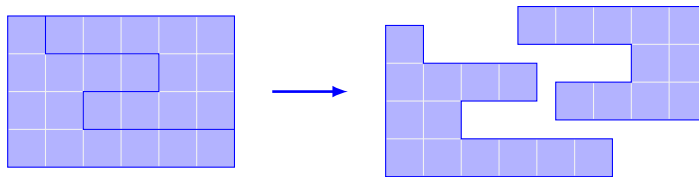


L'aire de cette figure mesure 4 unités d'aire.



L'aire de cette figure mesure 10 unités d'aire.

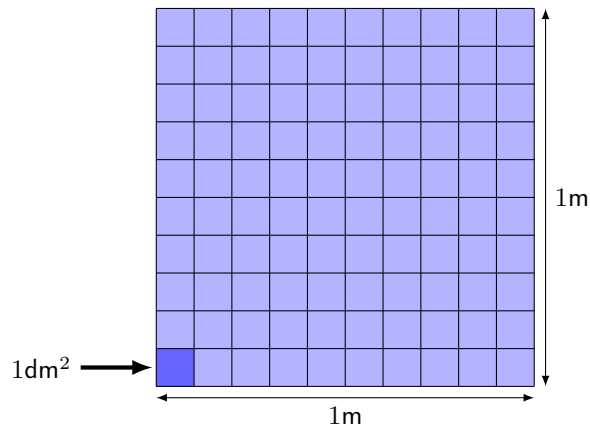
Activité : On construit deux figures en découpant un rectangle. Que peut-on dire du périmètre de ces deux figures ? Que peut-on dire de leurs aires ? Que peut-on en conclure ?



L'unité d'aire du système international est le mètre carré (m^2).

Propriété :

- ▶ Un mètre carré est l'aire d'un carré de 1m de côté.
- ▶ Un décimètre carré est l'aire d'un carré de 1dm de côté.
- ▶ ...



Proposition :

- | | | |
|-----------------------------------|--------------------------------------|--|
| ▶ $1\text{m}^2 = 100\text{dm}^2$ | ▶ $1\text{cm}^2 = 100\text{mm}^2$ | ▶ $1\text{dm}^2 = 10\,000\text{mm}^2$ |
| ▶ $1\text{dm}^2 = 100\text{cm}^2$ | ▶ $1\text{m}^2 = 10\,000\text{cm}^2$ | ▶ $1\text{m}^2 = 1\,000\,000\text{mm}^2$ |

$$\begin{aligned} \blacktriangleright 1\text{dm}^2 &= \frac{1}{100}\text{m}^2 \\ &= 0,01\text{m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \blacktriangleright 1\text{cm}^2 &= \frac{1}{10\,000}\text{m}^2 \\ &= 0,0001\text{m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \blacktriangleright 1\text{mm}^2 &= \frac{1}{1\,000\,000}\text{m}^2 \\ &= 0,000\,0001\text{m}^2 \end{aligned}$$

Remarque : Pour effectuer des calculs, il faut veiller à avoir une seule unité : on n'ajoute pas des dm^2 avec des mm^2 !

Méthode 1 : Pour convertir des aires en m^2 , dm^2 , cm^2 , ... , on peut utiliser le tableau suivant :

m^2		dm^2		cm^2		mm^2	

Sous chaque multiple de l'unité, il y a deux colonnes, car $1\text{m}^2 = 100\text{dm}^2$, et $1\text{dm}^2 = 100\text{cm}^2$, ...

Par exemple, essayons de convertir 23dm^2 en cm^2 .

1► Dans 23dm^2 , il y a 3 unités de dm^2 et 2 dizaines de dm^2 :

m^2		dm^2		cm^2		mm^2	
		2	3				

2► On cherche à convertir en cm^2 : il nous faut donc faire apparaître autant de 0 que nécessaire pour atteindre la colonne des unités de centimètres carrés.

m^2		dm^2		cm^2		mm^2	
		2	3	0	0		

3► On lit combien de cm^2 on a : ici, $23\text{dm}^2 = 23\,000\text{cm}^2$.

Exemple : Convertissons 23dm^2 en m^2 grâce à cette même méthode :

m^2		dm^2		cm^2		mm^2	
0	0	2	3				

Ce qui donne l'égalité : $23\text{dm}^2 = 0,023\text{m}^2$.

Méthode 2 : Une autre manière d'effectuer les conversions est d'utiliser la Proposition précédente :

$$23\text{dm}^2 = 23 \times (1\text{dm}^2) = 23 \times (100\text{cm}^2) = 23 \times 100\text{cm}^2 = 2\,300\text{cm}^2.$$

Méthode 3 : Une autre manière d'effectuer les conversions est de convertir les deux longueurs sous-jacentes (comme si on calculait l'aire d'un rectangle de côté 1) :

$$23\text{dm}^2 = 23\text{dm} \times 1\text{dm} = 230\text{cm} \times 10\text{cm} = 230 \times 10\text{cm}^2 = 2\,300\text{cm}^2.$$

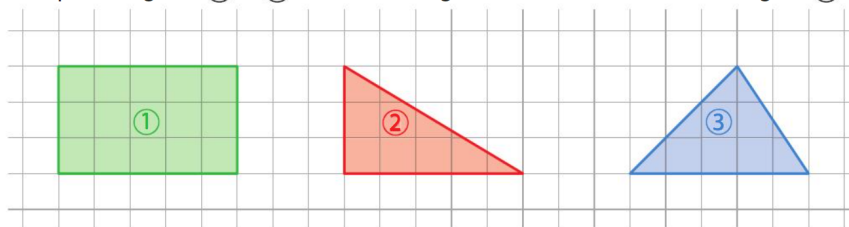
3– Aires des figures usuelles

A– Aire d'un rectangle, aire d'un triangle

Activité 2 Du rectangle au triangle

 Prise
d'initiative

1. Nohan affirme que les figures ② et ③ ont une aire égale à la moitié de celle de la figure ①. A-t-il raison ?

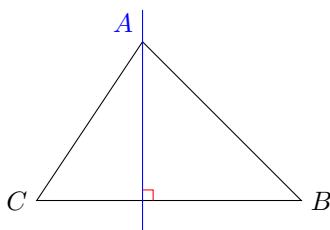


2. Trouver une méthode pour calculer l'aire d'un triangle.

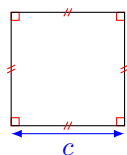
Activité:



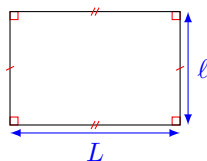
Définition : Dans le triangle ABC , la hauteur issue de A est la droite passant par A et perpendiculaire au côté opposé (qui ici est $[BC]$, que l'on appelle alors base de ABC).



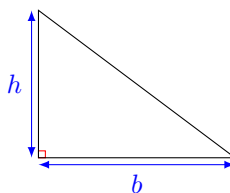
Propriété :



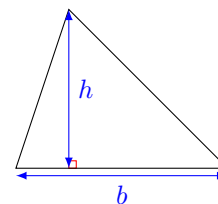
$$A = c \times c$$



$$A = L \times l$$



$$A = (h \times b)/2$$



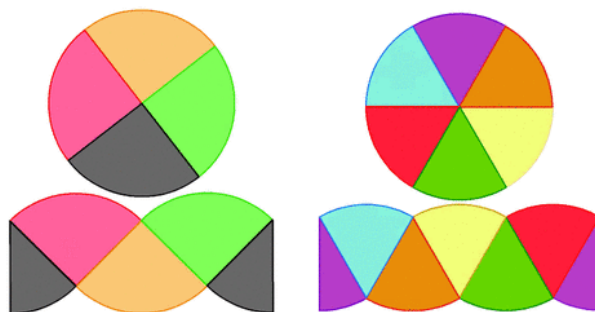
$$A = (h \times b)/2$$

B– Aire d'un disque

Remarque (Cercle vs. Disque) : quand il s'agit d'une surface, on parle toujours d'un disque. Quand on parle de périmètre, on préfère parler de cercle.

Activité 3 : Aire d'un disque

On a découpé des disques en parts égales (4 et 6) et disposé les morceaux ainsi.



a. Trace un **disque** de rayon 5 cm. Partage-le en huit parts égales. Découpe-le et dispose-le comme sur les exemples ci-contre.

- b. De quelle forme se rapproche la figure reconstruite lorsque le nombre de parts augmente ?
- c. À quoi correspondent approximativement la largeur et la longueur de la figure pour le disque de départ ?
- d. Propose une méthode pour calculer l'aire du disque puis calcule l'aire d'un disque de rayon 10 cm.

Activité:

►

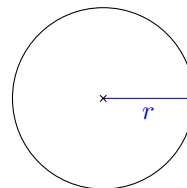
Formule de l'aire d'un disque

L'aire d'un disque est donné par la formule :

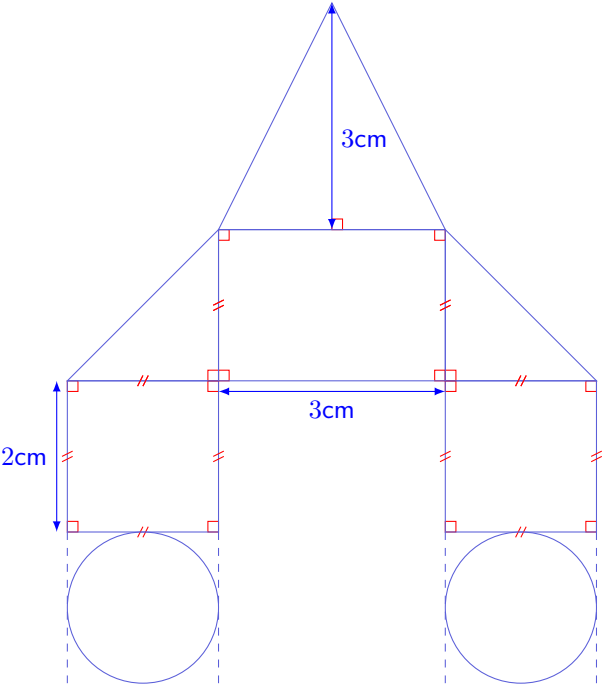
$$\mathcal{A} = \pi \times \text{rayon} \times \text{rayon}$$

Si on note r le rayon du disque, la formule se réécrit :

$$\mathcal{A} = \pi \times r \times r$$



Problème: Détaillez les différents éléments que vous reconnaissez dans la figure suivante, puis calculez son aire :



Chapitre 14: Symétrie axiale

1– Symétrie d'un point par rapport à une droite

A– Symétrie et médiatrice

Activité 2 Pliage

1. a. Sur une feuille blanche, tracer une droite d et placer un point A n'appartenant pas à la droite d .

b. Plier la feuille le long de cette droite et placer la pointe du compas sur le point A .

c. Déplier la feuille et nommer A' le nouveau point obtenu puis tracer le segment $[AA']$.

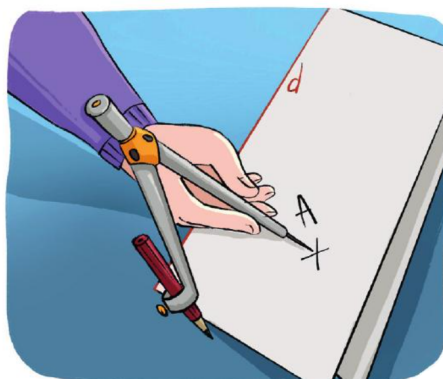
2. a. Que représente le point A' par rapport au point A ?

b. Que peut-on dire de la droite d par rapport au segment $[AA']$?

c. Coder la figure obtenue.

3. a. Recommencer la question 1. avec un point B appartenant à la droite d .

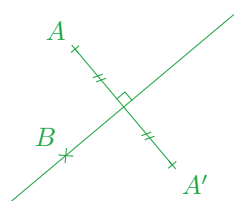
b. Que peut-on dire du symétrique de ce point B par rapport à la droite d ?



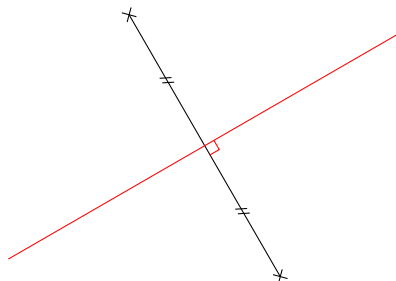
2. a. Le point A' est le symétrique de A par rapport à d .

b. La droite d est perpendiculaire à $[AA']$, et passe par son milieu : c'est donc sa médiatrice.

3. Le symétrique du point B est le point B lui-même.



Définition : La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment et passant par son milieu.

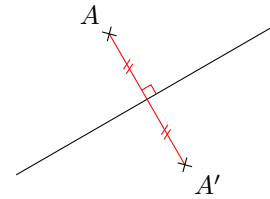


Proposition : La médiatrice d'un segment $[AB]$ est l'ensemble des points à égale distance de A et de B .

Définition : Soit d une droite du plan.

- Soit A un point qui n'est pas sur d . Le symétrique de A par rapport à d est le point A' tel que d coupe $[AA']$ perpendiculairement en son milieu (autrement dit d est la médiatrice de $[AA']$).
- Le symétrique par rapport à d d'un point sur d est lui-même.

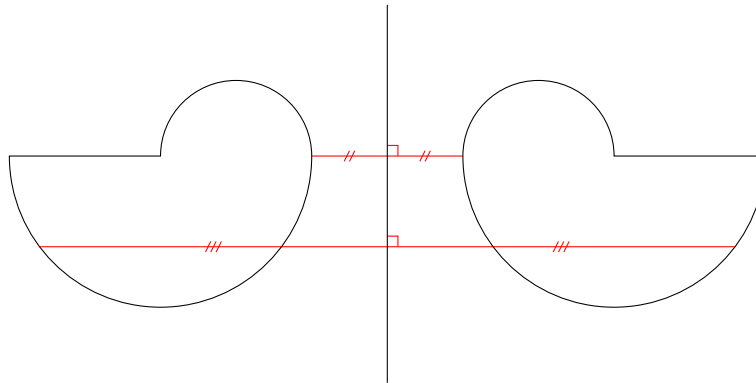
La droite d est appelée axe de la symétrie.



Remarque : Une autre manière de le voir, c'est de penser le symétrique de A par rapport à d comme le point A' de l'«autre côté» de d , et tel que A et A' sont à la même distance de d .

B– Figures et axes de symétrie

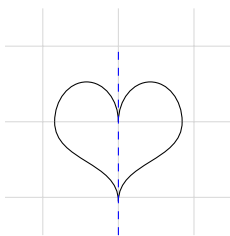
Définition : Soient $\mathcal{F}$ une figure et d une droite du plan. La figure symétrique de $\mathcal{F}$ par rapport à d est la figure obtenue en construisant les symétriques par rapport à d de chaque point de $\mathcal{F}$.



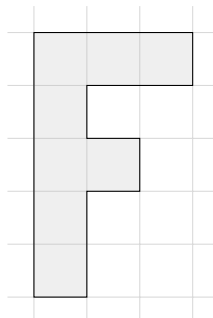
Remarque : Deux figures sont symétriques lorsqu'elles se superposent quand on «plie» le plan le long de l'axe.

Définition : Un axe de symétrie d'une figure est une droite qui coupe la figure en deux parties symétriques par rapport à cette droite.

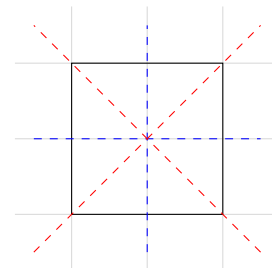
Exemples :



Un cœur possède 1 axe de symétrie.



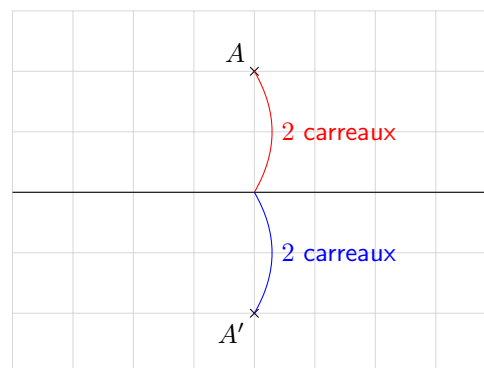
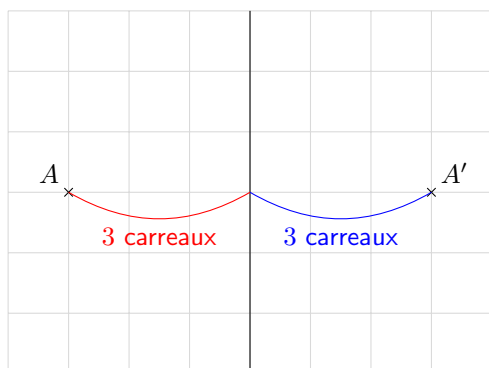
La lettre F ne possède pas d'axe de symétrie.



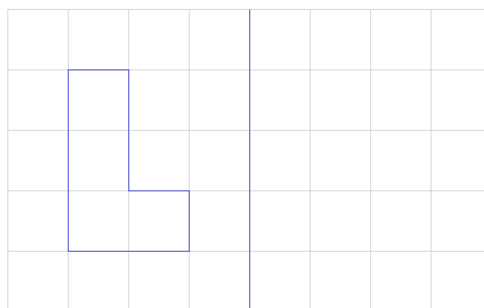
Un carré possède 4 axes de symétrie.

C– Différents cas, différentes méthodes

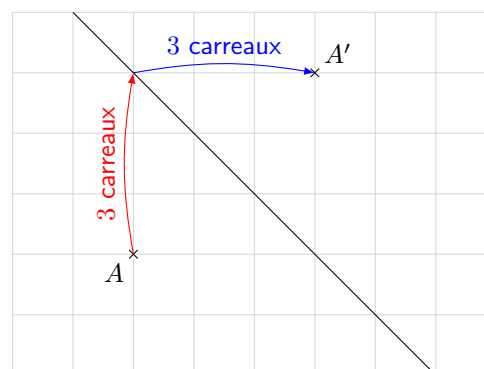
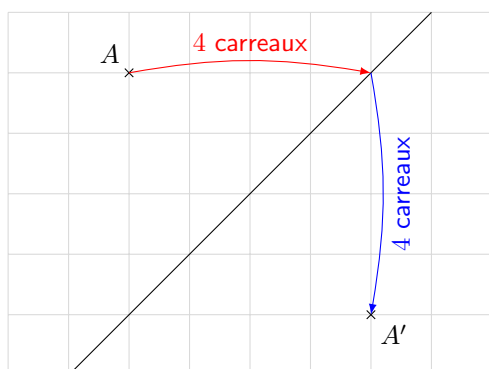
Méthode 1 : Quand on dispose d'un quadrillage et que l'axe de symétrie suit le quadrillage verticalement ou horizontalement, il suffit de compter les carreaux entre le point et la droite pour tracer son symétrique.



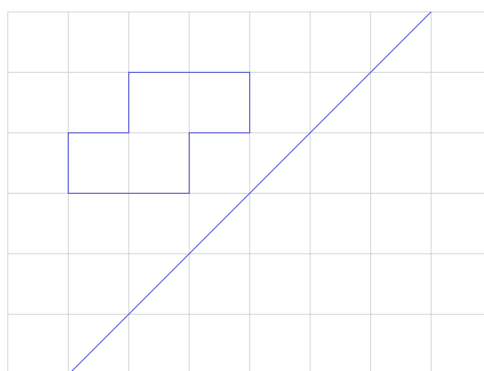
Exercice: Tracez la symétrique de la figure suivante par rapport à la droite (d) en utilisant la méthode précédente :



Méthode 2.1 : Quand on dispose d'un quadrillage et que l'axe de symétrie suit le quadrillage en diagonale, il suffit de compter les carreaux horizontalement, du point vers la droite, puis le même nombre de carreaux verticalement (ou inversement) pour tracer le symétrique.

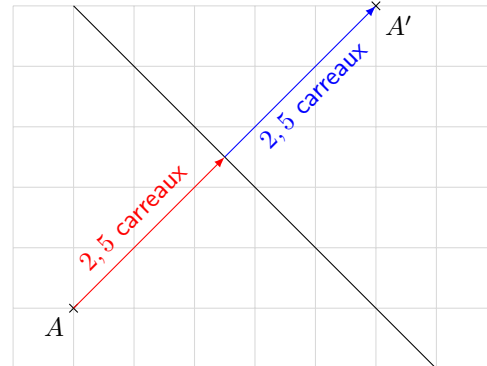
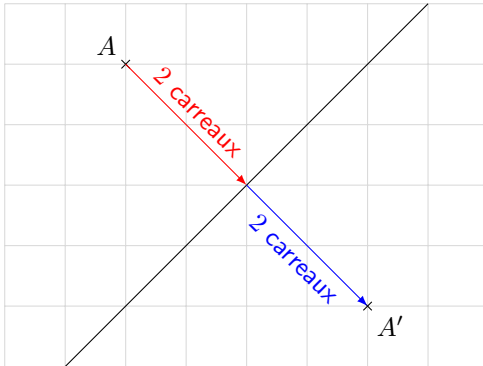


Exercice: Tracez la symétrique de la figure suivante par rapport à la droite (d) en utilisant la méthode précédente :

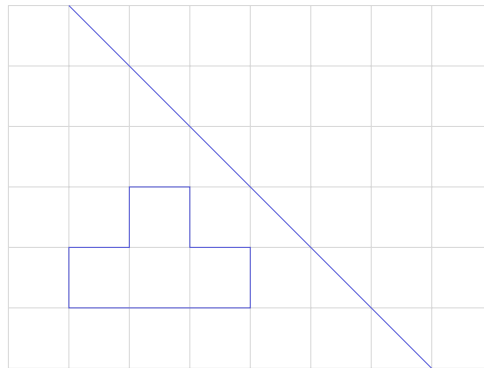


Méthode 2.2 : Quand on dispose d'un quadrillage et que l'axe de symétrie suit le quadrillage en diagonale, il suffit

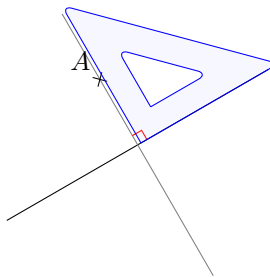
de compter les carreaux en diagonale, du point vers la droite pour tracer le symétrique.



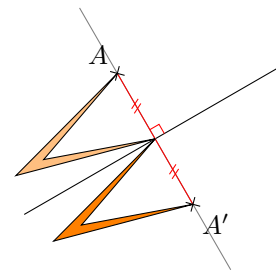
Exercice: Tracez la symétrique de la figure suivante par rapport à la droite (d) en utilisant la méthode précédente :



Méthode 3.1 : Quand il n'y a pas de quadrillage, on peut utiliser une équerre et un compas.

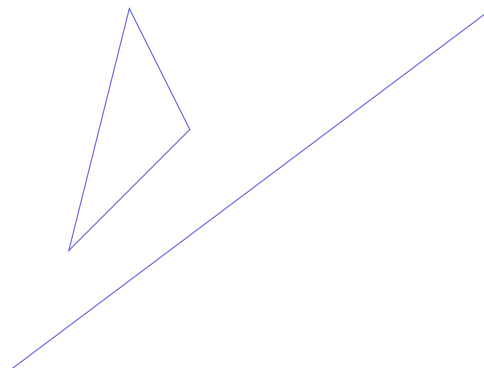


ÉTAPE 1 : On trace la perpendiculaire à l'axe de symétrie passant par A

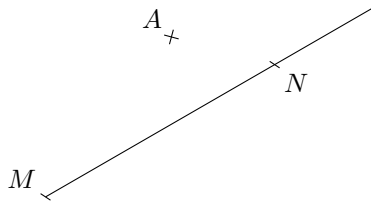


ÉTAPE 2 : On reporte la distance entre A et l'axe de symétrie à l'aide du compas.

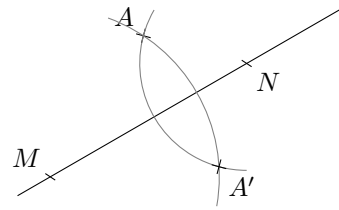
Exercice: Tracez la symétrique de la figure suivante par rapport à la droite (d) en utilisant la méthode précédente :



Méthode 3.2 : Quand il n'y a pas de quadrillage, on peut n'utiliser que le compas :

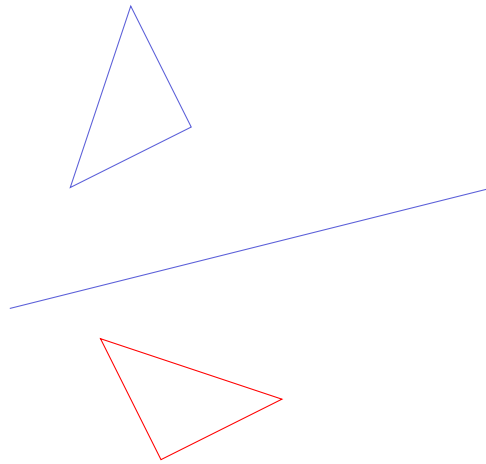


ÉTAPE 1 : On choisit deux points distincts M et N sur l'axe de symétrie



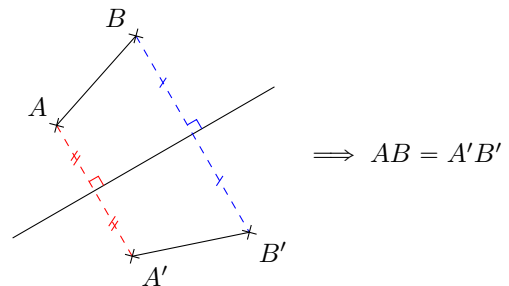
ÉTAPE 2 : Trace deux (arcs de) cercles, l'un centré en M , l'autre centré en N , et tous deux passant par A . Le deuxième point d'intersection donne le symétrique.

Exercice: Tracez la symétrique de la figure suivante par rapport à la droite (d) en utilisant la méthode précédente :



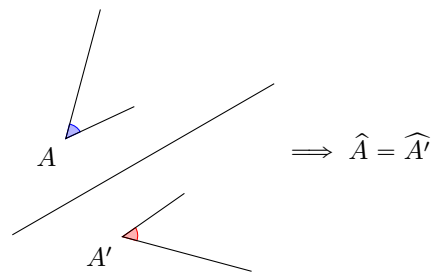
2– Propriétés de la symétrie axiale

Propriété : La symétrie axiale conserve les longueurs.
Autrement dit, si deux segments sont symétriques, alors ils ont la même longueur.

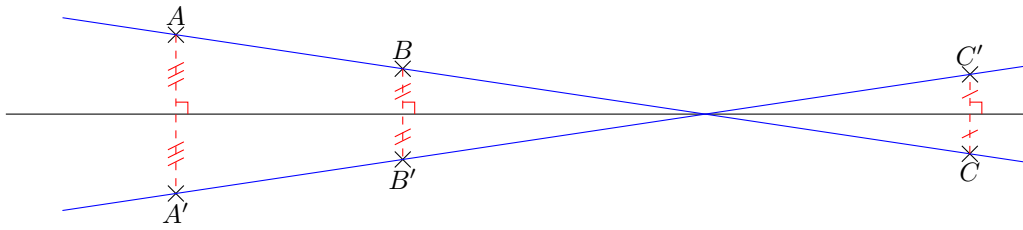


Conséquence : La symétrie axiale conserve les périmètres et les aires.

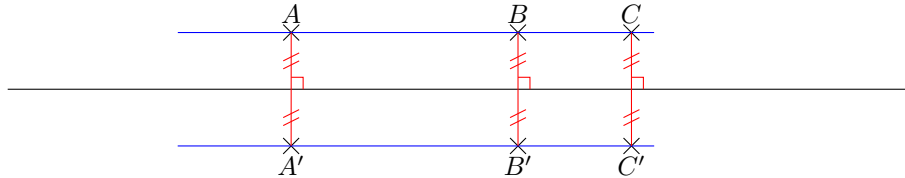
Propriété : La symétrie axiale conserve les angles.
Autrement dit, si deux angles sont symétriques, alors ils ont la même mesure.



Conséquence 1 : La symétrie axiale conserve l'alignement. En particulier, le symétrique d'une droite est une droite.

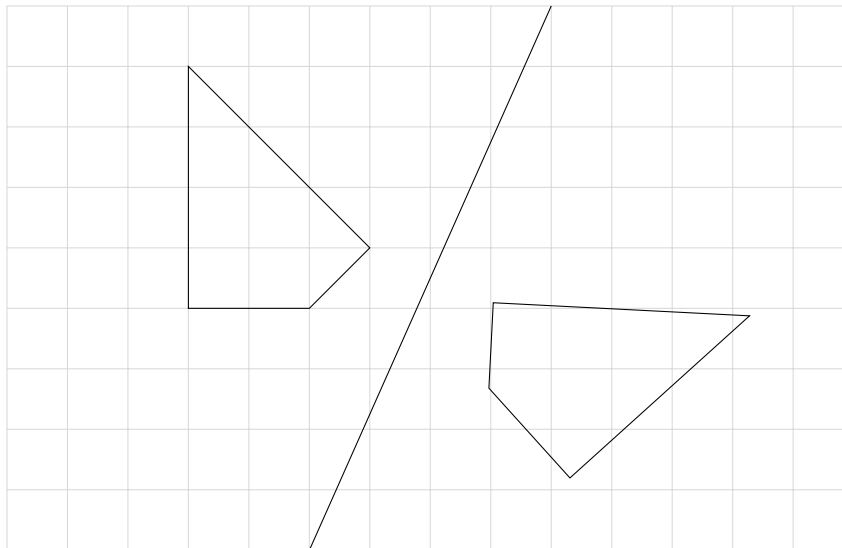


Remarque : Deux droites symétriques sont soit parallèles, soit leur point d'intersection se trouve sur l'axe de symétrie.



Conséquence 2 : La symétrie axiale conserve le parallélisme et la perpendicularité.

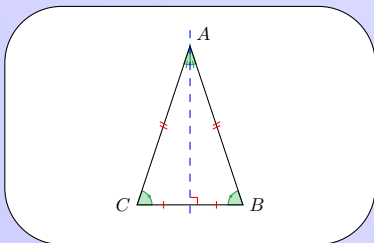
Conclusion : La symétrie axiale ne déforme pas les objets.



Chapitre 15: Polygones particuliers

1– Triangles particuliers

TRIANGLE ISOCELE **

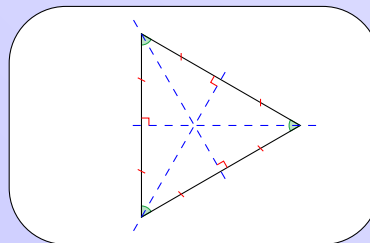


Un triangle qui a 2 cotés de même longueur

Lorsque $AB = AC$:

- ▶ On dit que ABC est isocèle en A
- ▶ A est appelé *sommet principal*
- ▶ $[BC]$ est appelé *base* de ABC
- ▶ Les deux angles à la base ont la même mesure
- ▶ ABC possède un axe de symétrie, qui est la médiatrice de la base

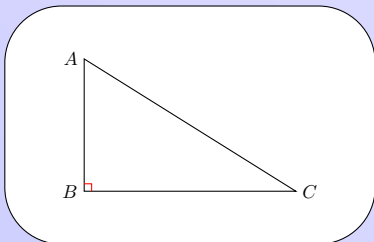
TRIANGLE ÉQUILATÉRAL ***



Un triangle qui a 3 cotés de même longueur

- ▶ Les trois angles ont la même mesure : 60°
- ▶ Il possède trois axes de symétrie, qui sont les médiatrices des trois côtés
- ▶ Il est isocèle en chacun de ses sommets

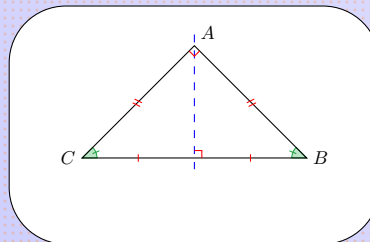
TRIANGLE RECTANGLE **



Un triangle qui possède un angle droit

- ▶ Lorsque le sommet A porte l'angle droit, on dit que ABC est rectangle en A

TRIANGLE ISOCELE RECTANGLE *****



Un triangle qui est isocèle et possède un angle droit

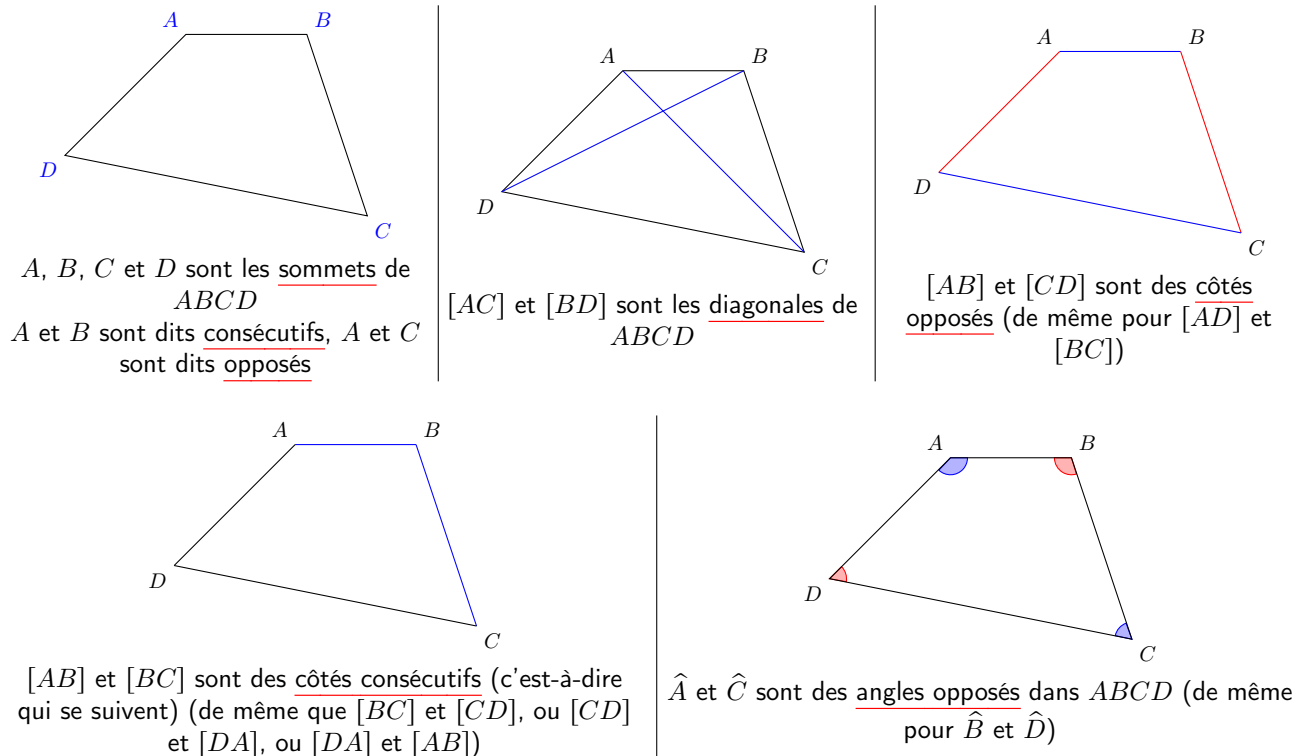
Lorsque $AB = AC$:

- ▶ A est appelé *sommet principal*, c'est là qu'est l'angle droit
- ▶ $[BC]$ est appelé *base* de ABC
- ▶ ABC possède un axe de symétrie, qui est la médiatrice de la base
- ▶ Les deux angles à la base ont la même mesure : 45°

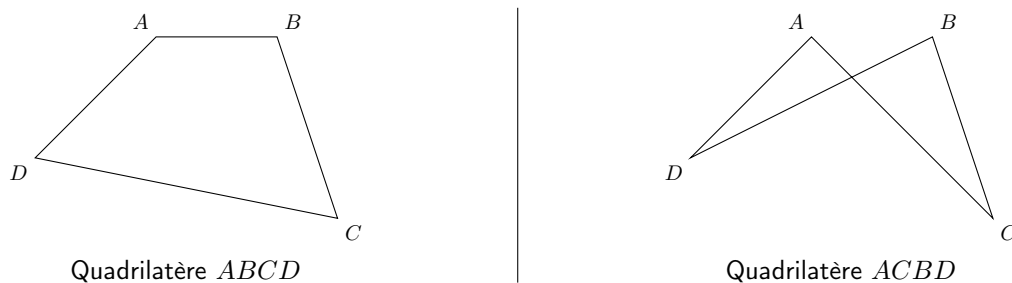
2– Quadrilatères particuliers

Définition : Un quadrilatère est un polygone qui a 4 côtés.

Vocabulaire : On considère un quadrilatère $ABCD$ comme représenté ci-dessous.



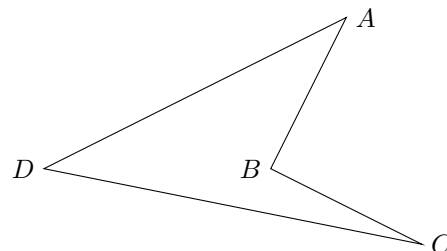
Remarque : Pour nommer un quadrilatère, on nomme ses points dans l'ordre. Par exemple, le quadrilatère ci-dessus peut être appelé $ABCD$, ou encore $BCDA$, ou encore $DCBA$, ou encore $BADC$, ... Mais attention, l'ordre est important !



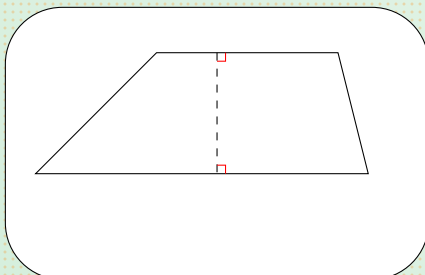
(**Point culture** : Un quadrilatère comme $ACBD$ est dit croisé.)

Remarque : Tout ce qui précède est aussi valable pour les quadrilatères qui ont un "creux".

À retenir : Deux côtés/sommets sont soit consécutifs, soit opposés.



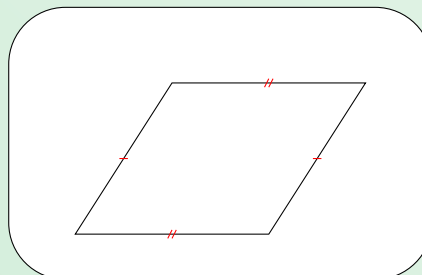
TRAPÈZE



Un quadrilatère avec deux côtés opposés parallèles

PARALLÉLOGRAMME

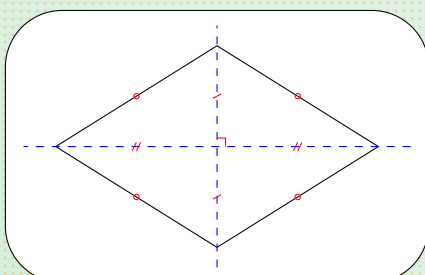
**



Un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles

- Les côtés opposés ont la même longueur
- Les autres propriétés seront vues en 5e !

LOSANGE

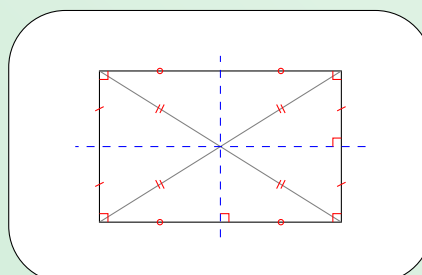


Un quadrilatère dont tous les côtés ont la même longueur

- Les diagonales sont perpendiculaires
- Les diagonales se coupent en leurs milieux
- Les diagonales sont les axes de symétrie
- Les côtés opposés sont parallèles

RECTANGLE

★



Un quadrilatère qui a 4 angles droits

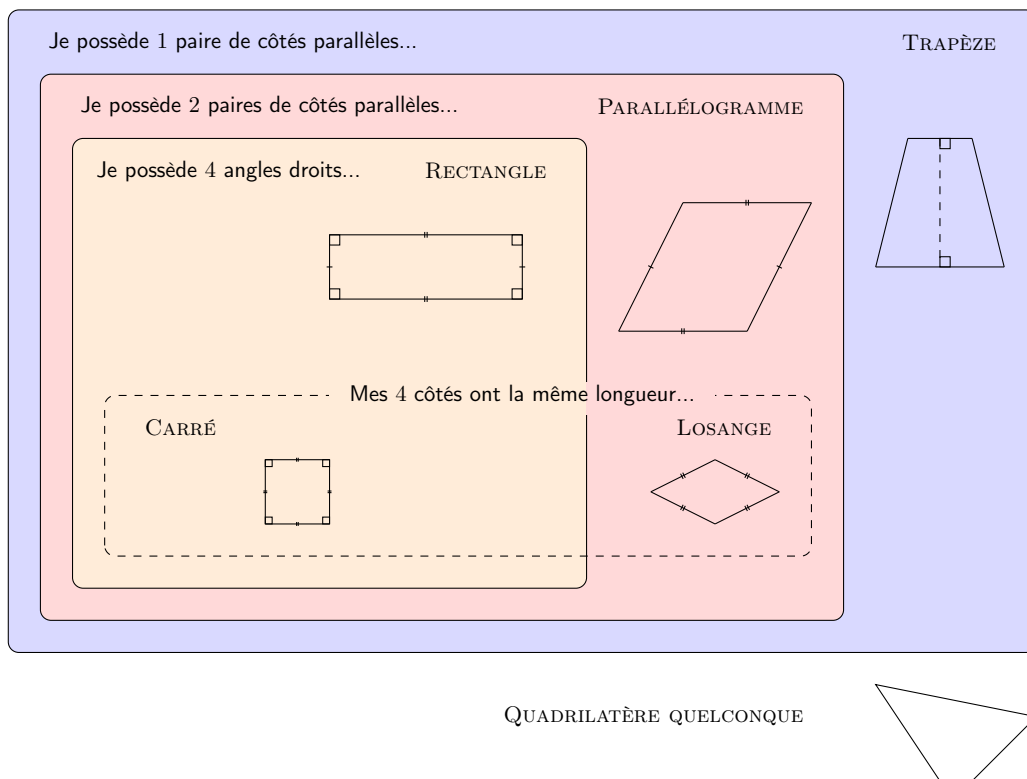
- Les diagonales se coupent en leurs milieux
- Les diagonales ont la même longueur
- Il possède 2 axes de symétrie
- Les côtés opposés sont parallèles et de même longueur

CARRÉ
★★

Un quadrilatère qui a 4 angles droits et 4 côtés de même longueur

- ▶ Les diagonales se coupent en leurs milieux
- ▶ Les diagonales ont la même longueur
- ▶ Les diagonales sont perpendiculaires
- ▶ Il possède 4 axes de symétrie
- ▶ Les côtés opposés sont parallèles

Un carré est un type de rectangle particulier (dont tous les côtés sont de même longueur), et aussi un type de losange particulier (dont les angles sont droits). Un parallélogramme est un type de trapèze particulier. Et ainsi de suite : on peut résumer toutes ces relations dans le diagramme suivant :



Chapitre 16: Volumes

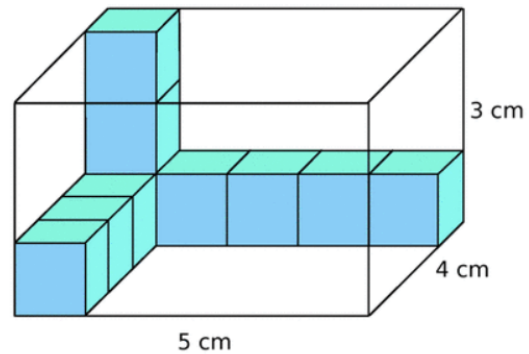
1– Volume d'un pavé droit

Activité 1 : Volume d'un parallélépipède rectangle

1. On souhaite remplir la boîte ci-dessous en forme de **parallélépipède rectangle** avec des cubes d'un centimètre d'arête. On rappelle qu'un cube de 1 cm d'arête a un **volume** de 1 cm^3 .

En t'aidant des cubes déjà dans la boîte, réponds aux questions suivantes.

- Combien de cubes faut-il pour remplir le fond de la boîte ?
- Combien d'étages faut-il pour remplir toute la boîte ?
- Combien de cubes faut-il au total pour remplir toute la boîte ?
- Déduis-en le volume de cette boîte.



2. Reprends les questions précédentes avec une boîte de dimensions 9 cm, 10 cm, 12 cm.

3. Quelles dimensions doit-on connaître pour calculer le volume d'un parallélépipède rectangle ? Déduis-en une formule permettant de le calculer.

Activité:

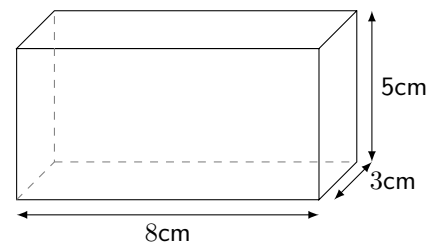
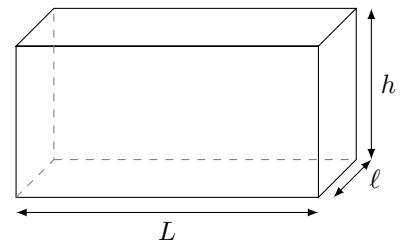


Propriété : Le volume d'un pavé droit est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \text{Longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur}$$

Si on note L la longueur, ℓ la largeur, et h la hauteur, alors cette formule se réécrit :

$$\mathcal{V} = L \times \ell \times h$$



Exemple : Le volume du pavé droit ci-contre est :

$$\mathcal{V} = 8\text{cm} \times 3\text{cm} \times 5\text{cm} = 120\text{cm}^3$$

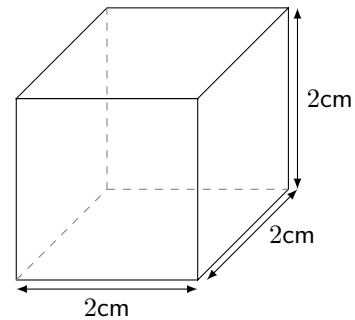
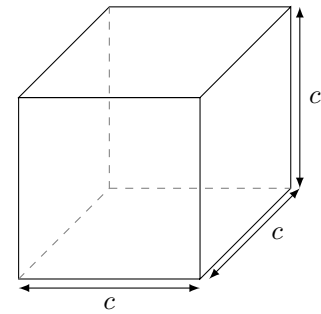
Remarque : Un cube est un type particulier de pavé droit, pour lequel la longueur, la largeur et la hauteur sont égales.

Propriété : Le volume d'un cube est donné par la formule :

$$V = \text{côté} \times \text{côté} \times \text{côté}$$

Si on note c la longueur du côté du cube, alors cette formule se réécrit :

$$V = c \times c \times c$$



Exemple : Le volume du cube ci-contre est :

$$V = 2\text{cm} \times 2\text{cm} \times 2\text{cm} = 8\text{cm}^3$$

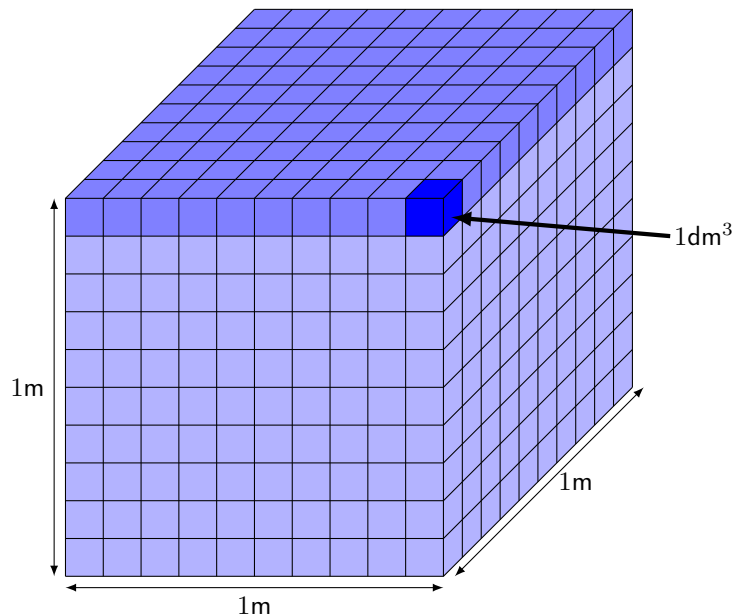
2– Unités de volume et conversions

Définition : Le volume d'un solide est une mesure de l'espace occupé par ce solide.

L'unité du volume du système international est le mètre cube (m^3).

Propriété :

- ▶ Un mètre cube est le volume d'un cube de 1m de côté.
- ▶ Un décimètre cube est le volume d'un cube de 1dm de côté.
- ▶ ...



Proposition :

- ▶ $1\text{m}^3 = 1\,000\text{dm}^3$
- ▶ $1\text{dm}^3 = 1\,000\text{cm}^3$
- ▶ $1\text{dm}^3 = 0,001\text{m}^3$
- ▶ $1\text{cm}^3 = 0,001\text{dm}^3$
- ▶ $1\text{cm}^3 = 1\,000\text{mm}^3$
- ▶ $1\text{m}^3 = 1\,000\,000\text{cm}^3$
- ▶ $1\text{mm}^3 = 0,001\text{cm}^3$
- ▶ $1\text{cm}^3 = 0,000\,001\text{m}^3$
- ▶ $1\text{dm}^3 = 1\,000\,000\text{mm}^3$
- ▶ $1\text{m}^3 = 1\,000\,000\,000\text{mm}^3$
- ▶ $1\text{mm}^3 = 0,000\,000\,001\text{m}^3$

Remarque : Pour effectuer des calculs, il faut veiller à avoir une seule unité : on n'ajoute pas des dm^3 avec des mm^3 !

Pour désigner le volume à l'intérieur d'un récipient, on parle plutôt de contenance, et on utilise une unité plus pratique pour les contenances de la vie de tous les jours : le litre (L).

Définition : $1\text{L} = 1\text{dm}^3$

Proposition :

- ▶ $1\text{mL} = 1\text{cm}^3$
- ▶ $1\text{m}^3 = 1\,000\text{L}$

Méthode 1 : Pour convertir des volumes en m^3 , dm^3 , cm^3 ,... , on peut utiliser le tableau suivant :

m^3			dm^3			cm^3			mm^3		

Sous chaque multiple de l'unité, il y a trois colonnes, car $1\text{m}^3 = 1\,000\text{dm}^3$, et $1\text{dm}^3 = 1\,000\text{cm}^3$, ...

Par exemple, essayons de convertir 23dm^3 en cm^3 .

- 1▶ Dans 23dm^3 , il y a 3 unités de dm^3 et 2 dizaines de dm^3 :

m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
				2	3						

- 2▶ On cherche à convertir en cm^3 : il nous faut donc faire apparaître autant de 0 que nécessaire pour atteindre la colonne des unités de centimètres cubes.

m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
				2	3	0	0	0			

- 3▶ On lit combien de cm^3 on a : ici, $23\text{dm}^3 = 23\,000\text{cm}^3$.

Exemple : Convertissons 23dm^3 en m^3 grâce à cette même méthode :

m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
		0	0	2	3						

Ce qui donne l'égalité : $23\text{dm}^3 = 0,023\text{m}^3$.

Méthode 2 : Une autre manière d'effectuer les conversions est d'utiliser la Proposition précédente :

$$23\text{dm}^3 = 23 \times (1\text{dm}^3) = 23 \times (1\,000\text{cm}^3) = 23 \times 1\,000\text{cm}^3 = 23\,000\text{cm}^3.$$

Méthode 3 : Une autre manière d'effectuer les conversions est de convertir les trois longueurs sous-jacentes (comme si on avait le volume d'un pavé droit de largeur et de hauteur 1) :

$$23\text{dm}^3 = 23\text{dm} \times 1\text{dm} \times 1\text{dm} = 230\text{cm} \times 10\text{cm} \times 10\text{cm} = 23 \times 10 \times 10\text{cm}^3 = 23\,000\text{cm}^3.$$

