

Devoir commun 1

Vous disposez de 1h50 pour effectuer le travail.

L'utilisation d'une calculatrice graphique en mode examen est autorisée.

Si vous pensez que le sujet contient une erreur, indiquez-le et répondez à la question en conséquence.

Toute réponse doit être justifiée, sauf mention contraire.

Toute trace de recherche sera évaluée.

Soignez votre rigueur de rédaction : privilégiez la qualité à la quantité...

Devoir commun 1

Exercice : QCM

Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées, **dont plusieurs réponses peuvent être exactes**. Le candidat choisira au moins une réponse pour chaque question (celle(s) qu'il juge exacte(s)). **Justifier toutes les réponses, justes ou fausses**. Toute réponse non justifiée ne sera pas prise en compte.

L'espace est rapporté au repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les points $A = (1; 0; 2)$ et $B = (2; 1; 0)$.

On note d la droite de représentation paramétrique
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 4 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

1► Parmi les points suivants, lequel appartient à la droite d ?

a► $M = (2; 1; -1)$

b► $N = (-3; -4; 6)$

c► $P = (0; 0; -6)$

d► $Q = (-5; -5; 1)$

2► Les points M , N , P et Q ci-dessus sont...

a► Coplanaires

b► Non coplanaires

3► Un vecteur directeur de la droite d est :

a► $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$

b► $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

c► $\begin{pmatrix} -6 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$

d► $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix}$

4► Une représentation paramétrique de (AB) est :

a► $\begin{cases} x = 1 + 2t' \\ y = t' \\ z = 2 \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$

c► $\begin{cases} x = 2 + t' \\ y = 1 + t' \\ z = 2t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$

b► $\begin{cases} x = t' \\ y = 1 + t' \\ z = 2 - 2t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$

d► $\begin{cases} x = 2 + t' \\ y = 1 + t' \\ z = -2t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$

5► Les droites d et (AB) sont :

a► Coplanaires

b► Non coplanaires

c► Parallèles

d► Sécantes

Tournez la page !

Problème : Déclin de population

Le macareux est un oiseau marin, présent en Bretagne. Le réchauffement climatique et l'invasion d'espèces nuisibles comme le rat ont contribué au déclin de sa population au cours des dernières années.

Au début de l'année 2020, on comptait 300 macareux en Bretagne. Une étude a permis de modéliser ce nombre de macareux par la suite (u_n) définie par $u_0 = 300$ et, pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = 0,8 \times u_n + 3$$

où u_n désigne le nombre de macareux au début de l'année 2020 + n .

- 1► Calculer, d'après ce modèle, le nombre de macareux au début de l'année 2021, puis au début de l'année 2022.
- 2► Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $15 \leq u_{n+1} \leq u_n$.
- 3► La suite (u_n) est-elle convergente ? Justifier.
- 4► L'objectif de cette question est de déterminer la limite de (u_n) .
On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n - 15$.
 - a► Montrer que (v_n) est géométrique de raison 0,8.
 - b► En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 285 \times 0,8^n + 15$.
 - c► En déduire la limite de (u_n) .
 - d► En donner une interprétation dans le contexte du problème.
- 5► On souhaite déterminer le nombre d'années nécessaires pour que l'effectif de la population passe en-dessous d'un certain seuil S .
 - a► Dans cette question, on suppose que $S = 30$. À l'aide de la calculatrice, déterminer le plus petit $n \in \mathbb{N}$ tel que $u_n \leq 30$.
 - b► Interpréter le résultat de la réponse précédente.
 - c► Dans le programme Python ci-dessous, la variable n représente le nombre d'années écoulées depuis 2020, et la variable u représente l'effectif de la population.
Recopier et compléter le programme ci-dessous afin qu'il retourne le nombre d'années nécessaires pour que l'effectif de la population passe en-dessous du seuil S .

```
1  def population(S):
2      n = 0
3      u = 300
4      while u >= S:
5          u = .....
6          n = .....
7      return .....
```