

Sujet du devoir maison 1

« Il n'est pas nécessaire qu'un problème de maths ait des applications pratiques pour qu'il soit intéressant et il peut être très agréable pour l'esprit d'essayer de résoudre des questions apparemment futiles. » (Axel THUE, 1863-1922)

Exercice 1 : Étude d'une suite arithmético-géométrique

Soit $(u_n)_n$ la suite définie par $u_0 = 2$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - 1$.

- 1► Calculer u_1 , u_2 et u_3 .
- 2► Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $v_n = u_n + \frac{3}{2}$.
Démontrer que $(v_n)_n$ est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
- 3► Exprimer v_n puis u_n en fonction de l'entier naturel n .
- 4► Calculer $S'_n = \sum_{k=1}^n v_k$ en fonction de n puis en déduire l'expression de $S_n = \sum_{k=1}^n u_k$ en fonction de n .

Exercice 2 : Le compte n'est pas bon

Dans cet exercice, toute trace de recherche sera valorisée, en particulier, si nécessaire, l'utilisation pertinente d'outils informatiques.

En additionnant les numéros de toutes les pages de son manuel de Mathématiques, un élève s'est trompé : il a compté deux fois une page et il a trouvé 2837.

Sachant que le manuel comporte moins de 120 pages, combien de pages contient-il et quelle page a été comptée deux fois ?